



JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS

主办：中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象学报 图形学报

2020
05
VOL.25

ISSN1006-8961
CN11-3758/TB



智能疫
“小珈”
助力



第25卷第5期（总第289期）
2020年5月16日

中国精品科技期刊
中国国际影响力优秀学术期刊
中国科技核心期刊
中文核心期刊

版权声明

凡向《中国图象图形学报》投稿，均视为同意在本刊网站及CNKI等全文数据库出版，所刊载论文已获得著作权人的授权。本刊所有图片均为非商业目的使用，所有内容，未经许可，不得转载或以其他方式使用。

Copyright

All rights reserved by Journal of Image and Graphics, Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS. The content (including but not limited text, photo, etc) published in this journal is for non-commercial use.

主管单位 中国科学院
主办单位 中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

主 编 顾行发
编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会
通信地址 北京市海淀区北四环西路19号
邮 编 100190
电子信箱 jig@radi.ac.cn
电 话 010-58887035
网 址 www.cjig.cn

广告发布登记号 京朝工商广登字20170218号
总 发 行 北京报刊发行局
订 购 全国各地邮局
海外发行 中国国际图书贸易集团有限公司
(邮政信箱: 北京399信箱 邮编: 100048)
印刷装订 北京科信印刷有限公司

Journal of Image and Graphics

Title inscription: Song Jian | Monthly, Started in 1996

Superintended by Chinese Academy of Sciences
Sponsored by Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS
China Society of Image and Graphics
Institute of Applied Physics and Computational Mathematics

Editor-in-Chief Gu Xingfa
Editor, Publisher Editorial and Publishing Board of Journal of Image and Graphics
Address No. 19, North 4th Ring Road West, Haidian District, Beijing, P. R. China
Zip code 100190
E-mail jig@radi.ac.cn
Telephone 010-58887035
Website www.cjig.cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers and Journals
Domestic All Local Post Offices in China
Overseas China International Book Trading Corporation
(P.O.Box 399, Beijing 100048, P.R.China)
Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

CN 11-3758/TB
ISSN 1006-8961
CODEN ZTTXFZ

国外发行代号 M1406
国内邮发代号 82-831
国内定价 60.00元



多相图像分割Vese-Chan模型连续最大流方法(第0926页)



保持区域平滑的3维动画形状高效编辑(第1019页)



树形结构卷积神经网络优化的城区遥感图像语义分割(第1043页)

学者观点

多源空一谱遥感图像融合方法进展与挑战

肖亮, 刘鹏飞, 李恒 0851

综述

中国图像工程: 2019

章毓晋 0864

图像处理和编码

相同编码参数HEVC视频重压缩检测

潘鹏飞, 姚晔, 王慧 0879

密集连接卷积神经网络图像去模糊

吴迪, 赵洪田, 郑世宝 0890

密集网络图像哈希检索

王亚鸽, 康晓东, 郭军, 李博, 张华丽, 刘汉卿 0900

图像分析和识别

域自适应城市场景语义分割

张桂梅, 潘国峰, 刘建新 0913

多相图像分割Vese-Chan模型连续最大流方法

王洁, 潘振宽, 魏伟波, 徐子森 0926

结合注意力机制和多属性分类的行人再识别

郑鑫, 林兰, 叶茂, 王丽, 贺春林 0936

多分辨率特征注意力融合行人再识别

沈庆, 田畅, 王家宝, 焦珊珊, 杜麟 0946

全卷积网络电线识别方法

刘嘉玮, 李元祥, 龚政, 刘心刚, 周拥军 0956

双核压缩激活神经网络艺术图像分类

杨秀芹, 张华熊 0967

图像理解和计算机视觉

高效检测复杂场景的快速金字塔网络SPNet

李鑫泽, 张轩雄, 陈胜 0977

结合自底向上注意力机制和记忆网络的视觉问答模型

闫茹玉, 刘学亮 0993

统筹图像变换与缝合线生成的无参数影像拼接

高炯笠, 吴军, 刘祺昌, 徐刚 1007

计算机图形学

保持区域平滑的3维动画形状高效编辑

冼楚华, 杨煜, 黄俊贤, 李桂清 1019

医学图像处理

肌骨超声图像特征检测及拼接

颜焕欢, 张培镇, 王伊依, 李璇, 阳维, 王青 1032

遥感图像处理

树形结构卷积神经网络优化的城区遥感图像语义分割

胡伟, 高博川, 黄振航, 李瑞瑞 1043

融合累积变异比和集成超限学习机的高光谱图像分类

尹玉萍, 魏林, 刘万军 1053

CONTENTS

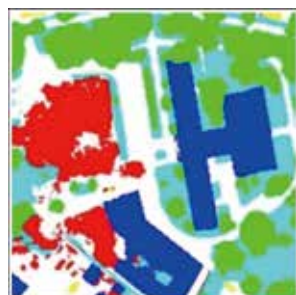
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS



Continuous max-flow method for multiphase segmentation Vese-Chan model(P0926)



Efficient 3D animation shape manipulation with region smoothness preservation(P1019)



Semantic segmentation of urban remote sensing image based on optimized tree structure convolutional neural network (P1043)

Scholar View

Progress and challenges in the fusion of multisource spatial-spectral remote sensing images
Xiao Liang, Liu Pengfei, Li Heng 0851

Review

Image engineering in China: 2019
Zhang Yujin 0864

Image Processing and Coding

Detection of double compression for HEVC videos with the same coding parameters
Pan Pengfei, Yao Ye, Wang Hui 0879

Motion deblurring method based on DenseNets
Wu Di, Zhao Hongtian, Zheng Shibao 0890

Image Hash retrieval with DenseNet
Wang Yage, Kang Xiaodong, Guo Jun, Li bo, Zhang Huali, Liu Hanqing 0900

Image Analysis and Recognition

Domain adaptation for semantic segmentation based on adaption learning rate
Zhang Guimei, Pan Guofeng, Liu Jianxin 0913

Continuous max-flow method for multiphase segmentation Vese-Chan model
Wang Jie, Pan Zhenkuan, Wei Weibo, Xu Zisen 0926

Improving person re-identification by attention and multi-attributes
Zheng Xin, Lin Lan, Ye Mao, Wang Li, He Chunlin 0936

Multi-resolution feature attention fusion method for person re-identification
Shen Qing, Tian Chang, Wang Jiabao, Jiao Shanshan, Du Lin 0946

Power line recognition method via fully convolutional network
Liu Jiawei, Li Yuanxiang, Gong Zheng, Liu Xingang, Zhou Yongjun 0956

Art image classification with double kernel squeeze-and-excitation neural network
Yang Xiuqin, Zhang Huaxiong 0967

Image Understanding and Computer Vision

Snap Pyramid Network: Real-time complex scene detecting system
Li Xinze, Zhang Xuanxiong, Chen Sheng 0977

Visual question answering model based on bottom-up attention and memory network
Yan Ruyu, Liu Xueliang 0993

Stitching of parametric-free images based on coordinated image transformation and seam-line generation
Gao Jiongli, Wu Jun, Liu Qichang, Xu Gang 1007

Computer Graphics

Efficient 3D animation shape manipulation with region smoothness preservation
Xian Chuhua, Yang Yu, Huang Junxian, Li Guiqing 1019

Medical Image Processing

Feature detection algorithm of musculoskeletal ultrasound image and its application of image stitching
Yan Huanhuan, Zhang Peizhen, Wang Yinong, Li Xuan, Yang Wei, Wang Qing 1032

Remote Sensing Image Processing

Semantic segmentation of urban remote sensing image based on optimized tree structure convolutional neural network
Hu Wei, Gao Bochuan, Huang Zhenhang, Li Ruirui 1043

Ensemble extreme learning machine with cumulative variation quotient for hyperspectral image classification
Yin Yuping, Wei Lin, Liu Wanjuan 1053

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2020)05-0926-10

论文引用格式: Wang J, Pan Z K, Wei W B and Xu Z S. 2020. Continuous max-flow method for multiphase segmentation Vese-Chan model. Journal of Image and Graphics, 25(05): 0926-0935 (王洁, 潘振宽, 魏伟波, 徐子森. 2020. 多相图像分割 Vese-Chan 模型连续最大流方法. 中国图象图形学报, 25(05): 0926-0935) [DOI: 10.11834/jig.190387]

多相图像分割 Vese-Chan 模型连续最大流方法

王洁¹, 潘振宽¹, 魏伟波¹, 徐子森²

1. 青岛大学计算机科学技术学院, 青岛 266071; 2. 青岛大学附属医院, 青岛 266003

摘要: **目的** 多相图像分割是图像处理与分析的重要问题, 变分图像分割的 Vese-Chan 模型是多相图像分割的基本模型, 由于该模型使用较少的标签函数构造区域划分的特征函数, 具有求解规模小的优点。图割 (graph cut, GC) 算法可将上述能量泛函的极值问题转化为最小割/最大流问题求解, 大大提高了计算效率。连续最大流 (continuous max-flow, CMF) 方法是经典 GC 算法的连续化表达, 不仅具备 GC 算法的高效性, 且克服了经典 GC 算法由于离散导致的精度下降问题。本文提出基于凸松弛的多相图像分割 Vese-Chan 模型的连续最大流方法。**方法** 根据划分区域编号的二进制表示构造两类特征函数, 将多相图像分割转化为多个交替优化的两相图像分割问题。引入对偶变量将 Vese-Chan 模型转化为与最小割问题相对应的连续最大流问题, 并引入 Lagrange 乘子设计交替方向乘子方法 (alternating direction method of multipliers, ADMM), 将能量泛函的优化问题转化为一系列简单的子优化问题。**结果** 对灰度图像和彩色图像进行数值实验, 从分割效果看, 本文方法对于医学图像、遥感图像等复杂图像的分割效果更加精确, 对分割对象和背景更好地分离; 从分割效率看, 本文方法减少了迭代次数和运算时间。在使用 2 个标签函数的分割实验中, 本文方法运算时间加速比分别为 6.35%、10.75%、12.39% 和 7.83%; 在使用 3 个标签函数的分割实验中, 运算时间加速比分别为 12.32%、15.45% 和 14.04%; 在使用 4 个标签函数的分割实验中, 运算时间加速比分别为 16.69% 和 20.07%。**结论** 本文提出的多相图像分割 Vese-Chan 模型的连续最大流方法优化了分割效果, 减少了迭代次数, 从而提高了计算效率。

关键词: 多相图像分割; Vese-Chan 模型; 凸松弛; 连续最大流方法; 交替方向乘子方法

Continuous max-flow method for multiphase segmentation Vese-Chan model

Wang Jie¹, Pan Zhenkuan¹, Wei Weibo¹, Xu Zisen²

1. College of Computer Science and Technology, Qingdao University, Qingdao 266071, China;

2. The Affiliated Hospital of Qingdao University, Qingdao 266003, China

Abstract: **Objective** Multiphase image segmentation, an extension of two-phase image segmentation, is designed to partition images automatically into different regions according to different image features. It is a basic problem in image processing, image analysis, and computer vision. Variational image segmentation Vese-Chan model is a basic model of multiphase image segmentation that can construct characteristic functions for different phases or regions using fewer label functions, thus producing small-scale solutions. Graph cut (GC) algorithm can transform the optimization problem of energy function into the min-cut/max-flow problem, which greatly improves computational efficiency. In the spatially discrete setting, the

收稿日期: 2019-08-19; 修回日期: 2019-09-20; 预印本日期: 2019-09-27

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61772294)

Supported by: National Natural Science Foundation of China (61772294)

computational results of the min-cut method are influenced by the discrete grid, resulting in measurement errors. In recent years, the continuous max-flow (CMF) method was proposed. As a continuous expression of the classical GC algorithm, CMF can keep the high efficiency of the GC algorithm and overcome measurement errors caused by the discretization of the classical GC algorithm. On the basis of the framework of variational theory, the CMF method for multiphase image segmentation Potts model and two-phase image segmentation Chan-Vese model was proposed and studied. However, a CMF method for the Vese-Chan model has not been studied. Therefore, we propose a CMF method for multiphase image segmentation Vese-Chan model based on convex relaxation and study its computational effectiveness and efficiency. **Method** In this study, binary label functions are used to construct different characteristic functions for different phases according to the relationship between a natural number and a binary representation of partitioned regions. The characteristic functions are divided into two parts according to the value of binary expression, i. e., 0 or 1. The characteristic functions are different. The data term of the segmentation model is also divided into two parts. Therefore, multiphase image segmentation can be transformed into two-phase image segmentation. This model can be expressed as a symmetric form of label functions, which are beneficial to interpret and realize. We introduce three dual variables, namely, source flow, sink flow, and spatial flow field. Next, we rewrite the optimization problem of energy function for the Vese-Chan model, including the above three dual variables. Flow conservation conditions are obtained by solving minimum problems of energy function. The Vese-Chan model can be transformed into a continuous max-flow problem corresponding to the min-cut problem. To improve computational efficiency in the experiments, we likewise design the alternating direction method of multipliers (ADMM) by introducing Lagrange multipliers and penalty parameters for the proposed model. The main idea of alternating optimization is to solve the optimization problem of one variable by fixing other variables. Therefore, the optimization problem of energy function can be transformed into three simple sub-problems of optimization, which can be achieved and solved more easily. For example, to solve one sub-problem on the source flow variable, the sink flow variable and spatial flow field variable should be fixed. Three dual variables must be calculated and Lagrange multipliers should be updated at each step. All of these variable need projection to satisfy the range of values. When the energy error formula is satisfied, the computational iteration stops. To represent the boundary of images after segmenting, it is necessary to threshold convex relaxed label functions into binary label functions. Finally, we can obtain segmentation results according to the binary label functions. **Result** Numerical experiments are performed on gray and colored images. According to the area numbers of images, numerical experiments are divided into three parts: experiments using two binary label functions, three binary label functions, and four binary label functions. Segmentation results are represented by curves of different colors. In particular, to accurately represent the segmentation effects for complicated images, we obtain the approximate segmentation results. For the segmentation effectiveness, experimental results prove that the ADMM method and our proposed method have the same segmentation effectiveness for simple synthetic images. However, compared with ADMM, our proposed method is more accurate for complex images, such as medical and remote sensing images. Moreover, our method can achieve better separation for segmented objects and background. For the computational efficiency, we use two binary label functions to compare the efficiency of four gray images, including synthetic images, a natural image, and a medical image. The acceleration ratios of computational time for our proposed method are 6.35%, 10.75%, 12.39%, and 7.83%, respectively. For the experiment of three binary label functions, three gray images are compared, including synthetic images and a remote sensing image are compared. The computational times of our proposed method improve by 12.32%, 15.45%, and 14.04% for each image. For the experiment of four binary label functions, we compare two color images, including a natural image and a synthetic image. The computational times of our proposed method improve by 16.69% and 20.07%. In the experiments, our proposed method reduces the number of iterations and improves the convergence speed. By comparing the acceleration ratio of computational time with the increase of region phases or the complexity of the image, the advantages of the computational efficiency for our method are more evident. **Conclusion** Continuous max-flow method is used to solve the multiphase image segmentation Vese-Chan model. Numerical experiments are performed to demonstrate the superiority of our method in terms of computational effectiveness and efficiency for medical images, remote sensing images, and color images. Our method can be applied to multiphase segmentation for three-dimensional reconstruction of medical images in the future.

Key words: multiphase image segmentation; Vese-Chan model; convex relaxation; continuous max-flow method (CMF); alternating direction method of multipliers (ADMM)

0 引言

多相图像分割的目的是根据图像特征将其自动划分为互相毗邻且不重叠的多个区域,是对两相图像分割问题研究的扩展,在医学、交通、遥感等领域的图像处理与分析中具有大量实际应用(Li 等, 2016; Spencer 等, 2019)。近几年,多相图像分割的变分模型还为高维数据的分析与分类(郑世秀, 2017)奠定了重要基础。

变分图像分割方法使用连续或离散水平集函数构造不同区域的特征函数,后者又称为离散标签函数。Potts 模型(Potts, 1952)是多相图像分割变分模型的基础, Samson 等人(2000)提出了使用 n 个连续水平集函数构造 n 个区域特征函数的多相图像分割方法,但必须添加单纯形约束以避免间隙和重叠问题。为了自动满足单纯形约束条件,潘振宽等人(2009)提出使用 $n - 1$ 个水平集函数设计 n 个特征函数的区域划分方法。为减少水平集函数的个数, Vese 和 Chan (2002) 基于四色定理,使用 m 个水平集函数针对不同区域设计 2^m 个特征函数。为了进一步降低模型的规模, Chung 和 Vese (2005) 提出用 1 个水平集函数划分多相区域的分割模型,但特征函数的次数较高,不利于优化求解。Lie 等人(2006)将连续水平集函数推广到离散水平集函数,提出用 m 个二值标签函数定义 2^m 个特征函数的多相分割模型。Li 等人(2010)还提出使用 n 个离散水平集函数划分 n 个区域的分割方法。近年来,快速分裂 Bregman 方法(split Bregman method, SBM)、对偶方法(dual method, DM)、增广拉格朗日方法(augmented Lagrangian method, ALM)应用于全变差(total variation, TV)模型中(Wu 和 Tai, 2010),避免计算由 TV 规则项产生的曲率项,并有效提高计算效率。但使用离散水平集表示特征函数,变分模型变为非凸的,通常需要通过标签函数凸松弛(Baxter 等, 2017)将离散问题转化为连续问题,进一步通过凸优化及阈值化求解能量泛函的最优解。

为了提高分割计算效率, Greig 等人(1989)引入一种高效的图割(graph cut, GC)算法,将能量泛函的极值问题转化为最大流/最小割问题。Boykov 等人(2001), Bae 和 Tai (2009) 将最小割方法应用到离散标签函数的图像分割模型。根据最大流和最

小割定理,最小割问题可以转换为从源点到汇点的网络最大流问题。离散最大流方法存在度量误差,并且不能并行执行。为了避免该局限性, Yuan 等人(2010a)通过引入对偶变量,提出与图割方法等价的连续最大流(continuous max-flow method, CMF)方法求解分割模型(Bae 等, 2014)。为了提高分割精度,杨晓艺等人(2013)提出空间流约束变量为非负函数的连续最大流模型及算法。为了提高多相图像分割的计算效率, Yuan 等人(2010b)将 CMF 方法拓展到以 Potts 模型为基础的能量泛函极值问题。

由上述分析可见,多相图像分割 Vese-Chan 模型所用水平集函数的数量较少,定义的特征函数次数较低,从而模型的计算效率适中、优化计算性态较好,并得到了大量推广。本文拟基于标签函数表达的多相图像分割 Vese-Chan 模型,设计其快速的连续最大流方法。为此,首先引入多个对偶变量,将能量泛函的极小值问题转化为基于源流的能量泛函极大值问题。然后,引入 Lagrange 乘子和惩罚参数,为该模型设计交替方向乘子方法(alternating direction method of multipliers, ADMM)(Goldstein 等, 2014; Xiu 等, 2019)。最后,本文对所设计的算法进行数值实验,并验证其分割效果与计算效率。

1 相关研究工作基础

1.1 Chan-Vese 模型的连续最大流方法

Chan 和 Vese (2001) 提出了基于连续水平集函数的 Chan-Vese 模型,其定义为

$$\min_{u_1, u_2, \varphi} \left\{ \begin{aligned} & E(u_1, u_2, \varphi) = \alpha_1 \int_{\Omega} Q_1 H(\varphi) dx + \\ & \alpha_2 \int_{\Omega} Q_2 (1 - H(\varphi)) dx + \\ & \gamma \int_{\Omega} |\nabla H(\varphi)| dx \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, $E(\cdot)$ 表示模型的能量泛函,等号右边的前两项是数据项, $Q_1 = (f - u_1)^2$, $Q_2 = (f - u_2)^2$, f 为要分割的图像强度, u_1, u_2 为分割后的分段常值近似值, $\varphi(x)$ 是用符号距离函数表示的连续水平集函数,满足 Eikonal 等式

$$|\nabla \varphi(x)| = 1 \quad (2)$$

$H(\varphi(x))$ 为 Heaviside 函数,式(1)第3项是 TV 规则项, ∇ 为梯度算子, $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ 为惩罚参数, Ω 表示图像区域。

Chan 等人(2006)使用凸方法分割连续图像区域,将离散标签函数 $\phi \in \{0,1\}$ 凸松弛为 $\phi \in [0,1]$,式(1)重写为

$$\min_{u_1, u_2, \phi \in [0,1]} \left\{ \begin{aligned} &E(u_1, u_2, \phi) = \alpha_1 \int_{\Omega} Q_1 \phi dx + \\ &\alpha_2 \int_{\Omega} Q_2 (1 - \phi) dx + \\ &\gamma \int_{\Omega} |\nabla \phi| dx \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对于图像任意一点 $x \in \Omega$,Yuan 等人(2010a)引入3个对偶变量:从源点 s 流向 x 的源流 q_s ,从 x 流向汇点 t 的汇流 q_t ,以及空间流 p ,式(3)可表示为

$$\min_{\phi \in [0,1]} \max_{\substack{q_t \leq Q_1, \\ q_s \leq Q_2, \\ |p| \leq \gamma}} \left\{ \begin{aligned} &E(\phi, q_t, q_s, p) = \int_{\Omega} q_t \phi dx + \\ &\int_{\Omega} q_s (1 - \phi) dx + \int_{\Omega} \phi \nabla \cdot p dx = \\ &\int_{\Omega} q_s dx + \int_{\Omega} \phi (q_t - q_s + \nabla \cdot p) dx \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, $\nabla \cdot$ 为散度算子。由上式的极小值问题得到流守恒条件

$$q_t - q_s + \nabla \cdot p = 0 \quad (5)$$

由极大值问题可将 Chan-Vese 模型的能量泛函极小值转化为源流的极大值

$$\max_{q_t \leq Q_1} \max_{q_s \leq Q_2} \max_{|p| \leq \gamma} \int_{\Omega} q_s dx \quad (6)$$

1.2 Potts 模型的连续最大流方法

Potts 模型是变分多相图像分割的基础,其图像区域 $\Omega = \{\Omega_i, i = 1, \dots, n\}$ 满足

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i, \Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset \quad (7)$$

其能量泛函的极值问题为

$$\min_{\{u_i\}_{i=1}^n} \min_{\{\Omega_i\}_{i=1}^n} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha \int_{\Omega_i} Q_i dx + \sum_{i=1}^n \gamma |\partial \Omega_i| \right\} \quad (8)$$

式中, $Q_i = (f - u_i)^2$, $u_i (i = 1, \dots, n)$ 是各区域 Ω_i 的分段常值近似值, α, γ 为惩罚参数, $|\partial \Omega_i|$ 表示各区域的边界长度或曲面积。

对于多相分割而言,为每个区域分配一个特征函数 $\chi_i(x) \in \{0,1\}$, ($i = 1, \dots, n$),例如,当 $x \in \Omega_i$ 时, $\chi_i(x) = 1$;当 $x \notin \Omega_i$ 时, $\chi_i(x) = 0$,式(8)重写为

$$\min_{\{u_i\}_{i=1}^n} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha \int_{\Omega} Q_i \chi_i dx + \sum_{i=1}^n \gamma \int_{\Omega} |\nabla \chi_i| dx \right\} \quad (9)$$

为了满足式(7),需要满足单纯性约束

$$\sum_{i=1}^n \chi_i(x) = 1 \quad (10)$$

Yuan 等人(2010b)提出基于 Potts 模型的连续最大流方法,给定连续区域 $\Omega = \{\Omega_i, i = 1, \dots, n\}$,源流 q_s 在每一个 Ω_i 都是相同的,汇流 q_t 为从 Ω_i 的 x 流向汇点 t 的流,空间流 p_i 互不相同,其连续最大流模型为

$$\max_{q_s, q_t, p_i} \int_{\Omega} q_s dx \quad (11)$$

且满足以下两个流约束

$$\begin{aligned} q_i &\leq Q_i, |p_i| \leq \gamma \\ q_i - q_s + \nabla \cdot p_i &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

2 Vese-Chan 模型的连续最大流方法

2.1 Vese-Chan 模型

Vese 和 Chan 提出基于变分水平集框架的多相分割 Vese-Chan 模型,使用 m 个连续水平集函数 $\varphi_j (j = 1, \dots, m)$ 定义 $n = 2^m$ 个特征函数进行区域划分,其能量泛函的极值问题为

$$\min_{\varphi} \left\{ E(\varphi) = \sum_{i=1}^{2^m} \alpha \int_{\Omega} Q_i \chi_i dx + \sum_{j=1}^m \gamma \int_{\Omega} |\nabla H(\varphi_j)| dx \right\} \quad (13)$$

式中,特征函数 χ_i 满足

$$\begin{aligned} \chi_i &= \prod_{j=1}^m \Psi(\varphi_j) \\ \Psi(\varphi_j) &= \begin{cases} H(\varphi_j) & x \in \Omega_j \\ 1 - H(\varphi_j) & x \notin \Omega_j \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

连续水平集函数 φ_j 满足约束条件式(2)。

Lie 等人(2006)使用 m 个二值标签函数 $\phi_j \in \{0,1\} (j = 1, \dots, m)$ 定义 $n = 2^m$ 个特征函数,将 ϕ_j 凸松弛为 $\phi_j \in [0,1]$,基于标签函数的 Vese-Chan 模型为

$$\min_{\phi \in [0,1]} \left\{ E(\phi) = \sum_{i=1}^{2^m} \alpha \int_{\Omega} Q_i \chi_i dx + \sum_{j=1}^m \gamma \int_{\Omega} |\nabla \phi_j| dx \right\} \quad (15)$$

式中,特征函数 χ_i 为

$$\begin{aligned} \chi_i &= \prod_{j=1}^m \Psi(\phi_j) \\ \Psi(\phi_j) &= \begin{cases} \phi_j & x \in \Omega_j \\ 1 - \phi_j & x \notin \Omega_j \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

王琦等人(2010)根据要划分的区域编号与其二进制表达的关系建立特征函数 χ_i 的通用表达形式

$$\chi_i = \prod_{j=1}^m (b_j^{i-1} + (-1)^{b_j^{i-1}} \phi_j) \quad (17)$$

式中,区域的编号为 $i = 1, \dots, 2^m$, 第 i 个区域的二进制表达式为 $b_1^{i-1}, b_2^{i-1}, \dots, b_m^{i-1}$, 其中 $b_j^{i-1} = \{0, 1\}$ 。以 $m = 2$ 为例,特征函数可表示为

$$\begin{cases} \chi_1 = \phi_1 \phi_2 \\ \chi_2 = \phi_1 (1 - \phi_2) \\ \chi_3 = (1 - \phi_1) \phi_2 \\ \chi_4 = (1 - \phi_1) (1 - \phi_2) \end{cases} \quad (18)$$

为了提高计算效率, Tan 等人 (2015) 为 Vese-Chan 模型设计 ADMM 方法, 引入辅助变量 $w_j = \nabla \phi_j$ 、拉格朗日乘子 λ_j 和惩罚参数 θ , 式 (15) 可表示为

$$\min_{\phi \in [0, 1], w} \left\{ \begin{aligned} & E(\phi, w) = \sum_{i=1}^{2^m} \alpha \int_{\Omega} Q_i \chi_i dx + \sum_{j=1}^m \gamma \int_{\Omega} |w_j| dx + \\ & \sum_{j=1}^m \int_{\Omega} \lambda_j \cdot (w_j - \nabla \phi_j) dx + \\ & \frac{\theta}{2} \sum_{j=1}^m \int_{\Omega} |w_j - \nabla \phi_j|^2 dx \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

变量 ϕ_j 和 w_j 的优化计算分别为

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2^m} \alpha Q_i \frac{\partial \chi_i}{\partial \phi_j} + \nabla \cdot \lambda_j + \\ \theta \nabla \cdot (w_j^k - \nabla \phi_j) = 0 & x \in \Omega \\ -(\lambda_j^k + w_j^k - \nabla \phi_j) \cdot n = 0 & x \in \partial \Omega \end{cases} \quad (20)$$

$$w_j^{k+1} = \max \left(\left| \nabla \phi_j^{k+1} - \frac{\lambda_j^k}{\theta} \right| - \frac{\gamma}{\theta}, 0 \right) \frac{\nabla \phi_j^{k+1} - \frac{\lambda_j^k}{\theta}}{\left| \nabla \phi_j^{k+1} - \frac{\lambda_j^k}{\theta} \right|_{\zeta}} \quad (21)$$

式中, k 表示迭代次数, ζ 为极小正数值以防止分母为零。

2.2 Vese-Chan 模型的连续最大流方法

连续最大流方法应用到两相图像分割模型中, 当扩展到多相分割时, 需要引入大量的对偶变量。从 1.1 节基于 Chan-Vese 模型的连续最大流方法中提取关键思想, 根据式 (17) 重新设计特征函数

$$\chi_i = \begin{cases} \eta_{ij} \phi_j & b_j^{i-1} = 0 \\ \eta_{ij} (1 - \phi_j) & b_j^{i-1} = 1 \end{cases} \quad (22)$$

式中, $\eta_{ij} (i = 1, \dots, 2^m, j = 1, \dots, m)$ 表示 $m-1$ 个二值标签函数的乘积 (不包含 ϕ_j), 定义如下

$$\eta_{ij} = \prod_{l=1, l \neq j}^m (b_l^{i-1} + (-1)^{b_l^{i-1}} \phi_l) \quad (23)$$

以 2 个二值标签函数为例, 二进制区域编号与 η_{ij} 的

关系如表 1 所示。

表 1 二进制区域编号和 η_{ij} 的关系
Table 1 Relationship between binary region number and η_{ij}

i	b_1^{i-1}	b_2^{i-1}	η_{ij}	
			$j = 1$	$j = 2$
1	0	0	$\eta_{11} = \phi_2$	$\eta_{12} = \phi_1$
2	0	1	$\eta_{21} = 1 - \phi_2$	$\eta_{22} = \phi_1$
3	1	0	$\eta_{31} = \phi_2$	$\eta_{32} = 1 - \phi_1$
4	1	1	$\eta_{41} = 1 - \phi_2$	$\eta_{42} = 1 - \phi_1$

当 j 取 $1, \dots, m$ 中某一值时, 根据第 i 个区域二进制编号 b_j^{i-1} 的取值为 0 或 1, 将函数 η_{ij} 划分为 η_{ij}^0 和 η_{ij}^1 两类。当 $b_j^{i-1} = 0$ 时, 将函数 η_{ij} 表示为 η_{ij}^0 ; 当 $b_j^{i-1} = 1$ 时, 将函数 η_{ij} 表示为 η_{ij}^1 , 因此多相分割模型中的数据项被划分为两类。将 Vese-Chan 模型转化为交替优化的两相分割模型, 其能量泛函的极值问题如下所示

$$\min_{\phi \in [0, 1]} \left\{ \begin{aligned} & E(\phi) = \sum_{i=1}^{2^m} \alpha \int_{\Omega} Q_i \eta_{ij}^0 \phi_j dx + \\ & \sum_{i=1}^{2^m} \alpha \int_{\Omega} Q_i \eta_{ij}^1 (1 - \phi_j) dx + \gamma \int_{\Omega} |\bar{\nabla} \phi| dx \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中, $\bar{\nabla}$ 表示对标量参数的矢量化算子, $\bar{\nabla} \phi$ 的表达式为

$$\bar{\nabla} \phi = \begin{bmatrix} \nabla \phi_1 \\ \nabla \phi_2 \\ \vdots \\ \nabla \phi_m \end{bmatrix} \quad (25)$$

为了形象地表示两相分割模型, 令 $Q^0 = \sum_{i=1}^{2^m} \alpha Q_i \eta_{ij}^0$, $Q^1 = \sum_{i=1}^{2^m} \alpha Q_i \eta_{ij}^1$, 整理式 (24) 得到

$$\min_{\phi \in [0, 1]} \left\{ \begin{aligned} & E(\phi) = \int_{\Omega} Q^0 \phi_j dx + \\ & \int_{\Omega} Q^1 (1 - \phi_j) dx + \gamma \int_{\Omega} |\bar{\nabla} \phi| dx \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

以 $m = 2$ 为例, 当 $j = 1$ 时

$$\begin{aligned} E(\phi) &= \alpha Q_1 \eta_{11}^0 \phi_1 + \alpha Q_2 \eta_{21}^0 \phi_1 + \\ & \alpha Q_3 \eta_{31}^1 (1 - \phi_1) + \alpha Q_4 \eta_{41}^1 (1 - \phi_1) = \\ & (\alpha Q_1 \phi_2 + \alpha Q_2 (1 - \phi_2)) \phi_1 + \\ & (\alpha Q_3 \phi_2 + \alpha Q_4 (1 - \phi_2)) (1 - \phi_1) \end{aligned} \quad (27)$$

当 $j = 2$ 时

$$\begin{aligned} E(\phi) &= \alpha Q_1 \eta_{12}^0 \phi_2 + \alpha Q_2 \eta_{22}^1 (1 - \phi_2) + \\ &\quad \alpha Q_3 \eta_{32}^0 \phi_2 + \alpha Q_4 \eta_{42}^1 (1 - \phi_2) = \\ &\quad (\alpha Q_1 \phi_1 + \alpha Q_3 (1 - \phi_1)) \phi_2 + \\ &\quad (\alpha Q_2 \phi_1 + \alpha Q_4 (1 - \phi_1)) (1 - \phi_2) \end{aligned} \quad (28)$$

由此可见, j 取不同的值, $E(\phi)$ 的表达式是一致的。

式(26)已将多相分割模型转化为交替优化的两相分割模型, 因此, 引入矢量化对偶变量 q_i, q_s, p , 采用连续最大流方法求解 Vese-Chan 模型能量泛函的极值问题, 转化为关于源流的极大值问题

$$\max_{|q_i| \leq Q^0} \max_{|q_s| \leq Q^1} \max_{|p| \leq \gamma} \{E(q_i, q_s, p) = \int_{\Omega} q_s dx\} \quad (29)$$

并且满足流约束条件

$$q_i - q_s + \bar{\nabla} \cdot p = 0 \quad (30)$$

式中, $\bar{\nabla} \cdot$ 表示对矢量参数的矢量化算子, $\bar{\nabla} \cdot p$ 的表达式为

$$\bar{\nabla} \cdot p = \begin{bmatrix} \nabla \cdot p_1 \\ \nabla \cdot p_2 \\ \vdots \\ \nabla \cdot p_m \end{bmatrix} \quad (31)$$

为了提高计算效率, 为本文模型设计 ADMM 方法, 引入拉格朗日乘子 λ 和惩罚参数 θ , 得到能量泛函的交替优化形式

$$\begin{aligned} (q_i^{k+1}, q_s^{k+1}, p^{k+1}) = \\ \arg \max_{|q_i| \leq Q^0} \max_{|q_s| \leq Q^1} \max_{|p| \leq \gamma} \left\{ \begin{aligned} &E(q_i, q_s, p) = \int_{\Omega} q_s dx + \\ &\int_{\Omega} \lambda^k \cdot (q_i - q_s + \bar{\nabla} \cdot p) dx - \\ &\frac{\theta}{2} \int_{\Omega} |q_i - q_s + \bar{\nabla} \cdot p|^2 dx \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

交替优化的主要思想是固定其他变量求解一个变量的极值问题, 因此, 式(32)可转化为以下子优化问题

$$\begin{cases} q_i^{k+1} = \arg \max_{|q_i| \leq Q^0} E(q_i, q_s^k, p^k) \\ q_s^{k+1} = \arg \max_{|q_s| \leq Q^1} E(q_i^{k+1}, q_s, p^k) \\ p^{k+1} = \arg \max_{|p| \leq \gamma} E(q_i^{k+1}, q_s^{k+1}, p) \end{cases} \quad (33)$$

对于式(33), 固定 q_s^k 和 p^k , 得到关于 q_i^{k+1} 的 Euler-Lagrange 方程

$$\lambda^k - \theta(q_i - q_s^k + \bar{\nabla} \cdot p^k) = 0 \quad (34)$$

q_i^{k+1} 的解析解为

$$\begin{cases} q_i^{k+1} = \frac{\lambda^k}{\theta} + q_s^k - \bar{\nabla} \cdot p^k \\ q_i^{k+1} = \max(\min(|q_i^{k+1}|, Q^0), 0) \end{cases} \quad (35)$$

固定 q_i^{k+1} 和 p^k , 得到关于 q_s^{k+1} 的 Euler-Lagrange 方程

$$1 - \lambda^k + \theta(q_i^{k+1} - q_s + \bar{\nabla} \cdot p^k) = 0 \quad (36)$$

q_s^{k+1} 的解析解为

$$\begin{cases} q_s^{k+1} = \frac{1 - \lambda^k}{\theta} + q_i^{k+1} + \bar{\nabla} \cdot p^k \\ q_s^{k+1} = \max(\min(|q_s^{k+1}|, Q^1), 0) \end{cases} \quad (37)$$

固定 q_i^{k+1} 和 q_s^{k+1} 得到 p^{k+1} 的 Euler-Lagrange 方程

$$\begin{cases} -\bar{\nabla} \lambda^k + \theta(\bar{\nabla}(q_i^{k+1} - q_s^{k+1} + \bar{\nabla} \cdot p) = 0 & x \in \Omega \\ \lambda^k - \theta(q_i^{k+1} - q_s^{k+1} + \bar{\nabla} \cdot p) = 0 & x \in \partial\Omega \end{cases} \quad (38)$$

并通过投影公式计算 p^{k+1} 的精确值

$$p^{k+1} = \frac{p^{k+1}}{\max(1, \frac{|p^{k+1}|}{\gamma})} \quad (39)$$

拉格朗日乘子 λ^{k+1} 被视为二值标签函数 ϕ 的近似值, 其更新计算为

$$\begin{cases} \lambda^{k+1} = \lambda^k - \theta(q_i^{k+1} - q_s^{k+1} - \bar{\nabla} \cdot p^{k+1}) \\ \lambda^{k+1} = \max(\min(|\lambda^{k+1}|, 1), 0) \end{cases} \quad (40)$$

为了表达分割图像的边界, 需要将凸松弛后的二值标签函数 $\phi \in [0, 1]$ 转化为 $\phi \in \{0, 1\}$, 对 ϕ 的阈值化如下所示

$$\phi = \begin{cases} 1 & \phi \geq \tau \\ 0 & \phi < \tau \end{cases} \quad (41)$$

式中, $\tau \in (0, 1)$, 参数 τ 通常取 $\frac{1}{2}$ 。当能量误差

公式满足

$$|E^{k+1} - E^k|/E^k \leq \varepsilon \quad (42)$$

时, 交替优化过程结束, 其中 E^k 为第 k 步能量泛函的值, ε 为极小正数值。

上述多相图像分割 Vese-Chan 模型的连续最大流方法描述如下:

定义: $u^0 = f^0$, $(q_i^0, q_s^0, p^0, \lambda^0) = 0$, $step = 500$;

for ($k = 0$; $k \leq step$; $k++$)

根据式(35)计算 q_i^{k+1} ;

根据式(37)计算 q_s^{k+1} ;

根据式(38)(39)计算 p^{k+1} ;

根据式(40)计算 λ^{k+1} ;

若满足式(42),优化结束
end for

3 数值实验与分析

Duan 等人(2014)将 SBM 方法、DM 方法和 ALM 方法应用到 Vese-Chan 分割模型中,并验证以上方法具有近似而且快速的计算效率,而 ADMM 方法等价于 ALM 方法,因此,对灰度图像和彩色图像分别采用 ADMM 方法(Tan 等,2015)和本文提出的连续最大流方法进行分割实验,对比两者的分割效果及计算效率。为了客观比较实验结果,对每个实验中的两种方法使用相同的初始化位置,相同的参数 α 和 γ ,以保证模型的一致性,并固定参数 $\varepsilon = 10^{-4}$ 以获得相同精度的分割结果。所有实验在 PC (Intel(R) Core(TM) i5-4590 CPU @ 3.30 GHz,4.00 GB 内存)上完成,编程环境为 MATLAB R2016a。

3.1 2 个二值标签函数的实验结果与分析

对图 1 所示的 4 幅灰度图像进行实验,式(24)中数据项的表达式为

$$Q_i = (f - u_i)^2, i = 1, \dots, 2^m \quad (43)$$

图 1(a) - (c) 包含 3 相区域,图 1(d) 包含 4 相区域,因此,对以上图像均使用 2 个二值标签函数进行演化,初始化二值标签函数为 2 个圆,在圆内 $\phi = 1$,否则 $\phi = 0$ 。

图 2 是对图 1 中 4 幅图像的分割结果对比,参数 $\alpha = 1$ 。图 2 第 1 行参数 $\gamma = 1$,从分割结果对比看出,本文方法分割更细致,可以获得更精确的大脑 CT 图像分割结果。图 2 第 2 行参数 $\gamma = 1$,比较图中黑色杯子的手柄处,本文方法实现杯子与背景更好的分离。图 2 第 3 行参数 $\gamma = 50$,图 2 第 4 行参数 $\gamma = 5$,从视觉效果看,两种方法得到一致的分割效果。可以得出,本文方法和 ADMM 方法对组合图像和几何图像的分割具有通用性,而在医学图像及自然图像的处理上,前者具有更精确的分割结果。

表 2 为对图 1 实验的迭代次数及运算时间。当模型能量泛函满足收敛条件时,迭代停止,两种方法的收敛条件是一致的。相比较 ADMM 方法,本文方法的迭代次数均有减少,表明该方法提高收敛速度。从运算时间看,本文方法所需运算时间少于 ADMM 方法,提高计算效率。图 1(c) 的图像大小在前 3 幅

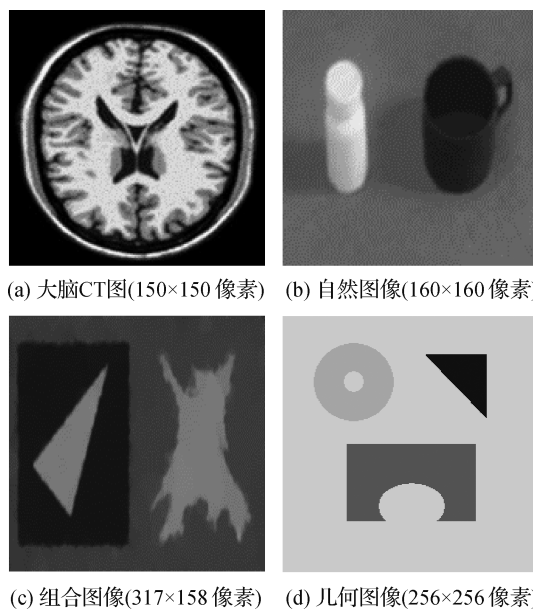


图 1 原始图像

Fig. 1 Original images((a) brain CT image; (b) natural image; (c) synthetic image; (d) geometric image)

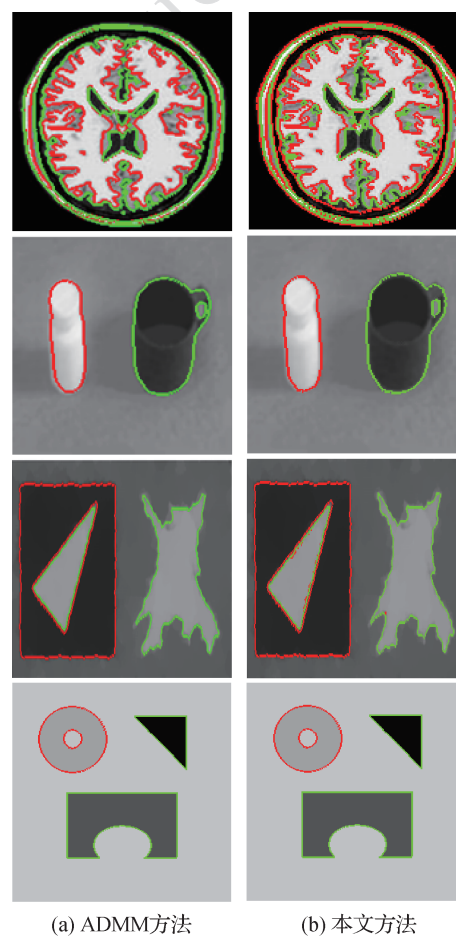


图 2 对图 1 的分割结果对比

Fig. 2 Comparison of the segmentation results for Fig. 1
((a) ADMM; (b) ours)

表2 对图1分割的迭代次数与运算时间
Table 2 Iterations and computation time for Fig. 1

图像	迭代次数		运算时间/s		运算时间 加速比/%
	ADMM	本文	ADMM	本文	
图1(a)	23	18	0.63	0.59	6.35
图1(b)	63	40	1.86	1.66	10.75
图1(c)	51	32	2.18	1.91	12.39
图1(d)	12	10	1.15	1.06	7.83

3相图像中最大,运算时间最长,运算时间加速比最大;图1(d)是简单的几何图像,迭代次数和运算时间较少。可以看出,随着图像尺寸及图像复杂度的增加,本文方法的计算效率提高越明显。

3.2 3个二值标签函数的实验结果与分析

对图3所示的3幅灰度图像进行实验。这3幅图像的区域相数均大于4,因此,使用3个二值标签函数进行演化。

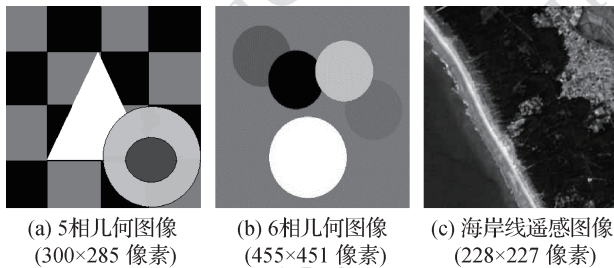
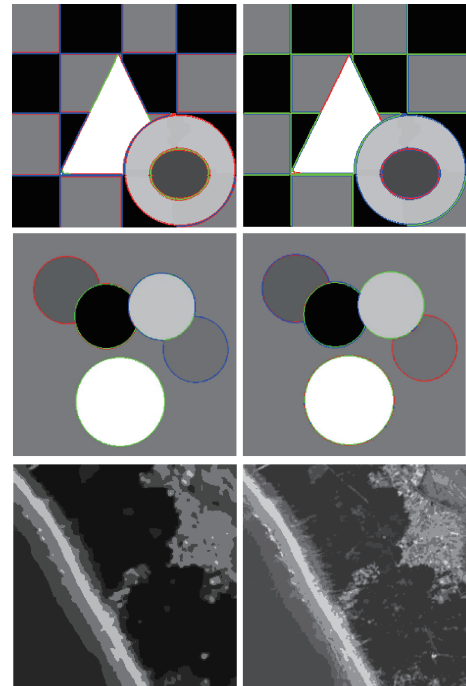


图3 原始图像

Fig. 3 Original images((a) synthetic image with 5 phases;
(b) synthetic image with 6 phases;
(c) remote sensing image of coastline)

图4是对图3中3幅图像的分割结果对比,参数 $\alpha = 10$ 。图4第1行参数 $\gamma = 1$,图4第2行参数 $\gamma = 10$,从两个简单几何图像的分割结果看,ADMM方法和本文方法具有相同的效果。图4第3行是从分割结果得到的灰度图,参数为 $\gamma = 5$,比较灰度图的右上角区域,可以看出,本文方法的分割结果更加精确,与原图像更加相近。表3是对图3进行分割实验的迭代次数及运算时间。图3(a)是5相图像,图3(b)是6相图像,且图3(b)的图像尺寸大于其余两幅图像,所以运算时间是最长的,运算时间加速比最大,因此,本文方法计算效率的提高也与图像所包含的区域相数有关。



(a) ADMM (b) 本文

图4 对图3的分割结果对比

Fig. 4 Comparison of the segmentation results for Fig. 3

((a) ADMM; (b) ours)

表3 对图3分割的迭代次数与运算时间
Table 3 Iterations and computation time for Fig. 3

图像	迭代次数		运算时间/s		运算时间 加速比/%
	ADMM	本文	ADMM	本文	
图3(a)	77	60	10.63	9.32	12.32
图3(b)	65	46	24.01	20.30	15.45
图3(c)	175	122	19.95	17.15	14.04

3.3 4个二值标签函数的实验结果与分析

对图5所示的2幅彩色图像进行实验,由于彩色图像包括3层,式(24)中数据项的表达式为

$$Q_i = \sum_{c=1}^3 (f - u_i^c)^2, i = 1, \dots, 2^m \quad (44)$$

式中, c 表示彩色图像的分层数, u_i^c 表示第 c 层第 i 个区域的分段常值近似值。图5每种颜色代表不同的区域相数,这2幅图像的区域相数均大于8,因此,使用4个二值标签函数进行演化。

图6是对图5中2幅图像的分割结果对比,参数 $\alpha = 5$ 。图6第1行是根据两种方法得到的近似分割结果,参数为 $\gamma = 10$,从图中左下角黑色影子部分可以看出,本文方法更加精确。图6第2行参数为 $\gamma = 50$,ADMM方法和本文方法具有相同的分

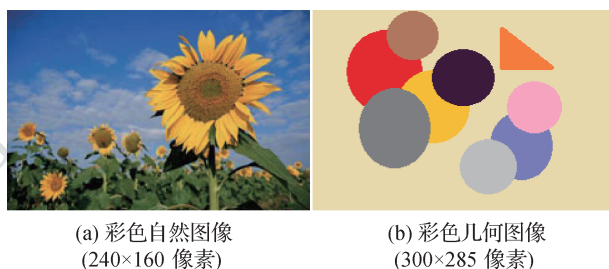


图5 原始图像

Fig. 5 Original images

((a) color natural image; (b) color synthetic image)

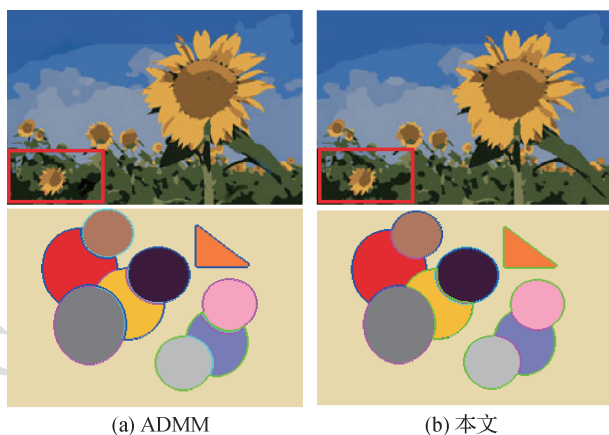


图6 对图5的分割结果对比

Fig. 6 Comparison of the segmentation results for Fig. 5

((a) ADMM; (b) ours)

割效果。表4为对图5进行分割实验的迭代次数及运算时间对比。

表4 对图5分割的迭代次数与运算时间

Table 4 Iterations and computation time for Fig. 5

图像	迭代次数		运算时间/s		运算时间 加速比/%
	ADMM	本文	ADMM	本文	
图5(a)	122	98	30.42	24.43	19.69
图5(b)	100	87	35.17	28.11	20.07

ADMM方法通过引入辅助变量和拉格朗日乘子,避免复杂曲率项的计算,并通过对变量的交替优化提高计算效率。本文方法引入对偶变量,转化为连续最大流模型,保持高效性及高精度性。从表2—表4的数据可以得出,分割的迭代次数与运算时间随着标签函数的增加而增加,并且相比较ADMM方法,本文方法的运算时间加速比有明显提高。除此之外,计算效率的提高程度也与图像的复杂程度及尺寸大小有关。

4 结论

为了进一步提高多相图像分割模型的计算效率,本文提出基于凸松弛的多相图像分割 Vese-Chan 模型的连续最大流方法。首先,为 Vese-Chan 模型设计新的特征函数,根据特征函数将模型的数据项整理为两项,从而将多相分割模型转化为交替优化的两相分割模型,便于理解与实现。其次,引入对偶变量,将 Vese-Chan 模型能量泛函的极小值问题转化为源流的极大值问题,为了提高计算效率,并为该模型设计 ADMM 方法,将能量泛函的极值问题转化为一系列简单的子优化问题。最后,对不同的多相灰度图像和彩色图像进行数值实验,对比 ADMM 方法和本文方法的分割效果及计算效率。实验结果表明,相比较 ADMM 方法,本文方法迭代次数少,具有快速的收敛速度和计算效率,并且对医学图像、遥感图像等复杂图像具有更精确的分割结果。

但是本文方法对于复杂图像的计算效率及分割精度需要进一步提高,今后可以将本文方法应用到医学图像的3维重建等方面的研究中。

参考文献 (References)

- Bae E and Tai X C. 2009. Graph cut optimization for the piecewise constant level set method applied to multiphase image segmentation// Proceedings of the 2nd International Conference on Scale Space and Variational Methods in Computer Vision. Voss, Norway: Springer: 1-13 [DOI: 10.1007/978-3-642-02256-2_1]
- Bae E, Yuan J, Tai X C and Boykov Y. 2014. A fast continuous max-flow approach to non-convex multi-labeling problems//Efficient Algorithms for Global Optimization Methods in Computer Vision. Berlin, Heidelberg: Springer: 134-154 [DOI: 10.1007/978-3-642-54774-4_7]
- Baxter J S H, Rajchl M, McLeod A J, Yuan J and Peters T M. 2017. Directed acyclic graph continuous max-flow image segmentation for unconstrained label orderings. International Journal of Computer Vision, 123(3): 415-434 [DOI: 10.1007/s11263-017-0994-x]
- Boykov Y, Veksler O and Zabih R. 2001. Fast approximate energy minimization via graph cuts. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 23(11): 1222-1239 [DOI: 10.1109/34.969114]
- Chan T F, Esedoglu S and Nikolova M. 2006. Algorithms for finding global minimizers of image segmentation and denoising models. SIAM Journal on Applied Mathematics, 66(5): 1632-1648 [DOI: 10.1137/040615286]
- Chan T F and Vese L A. 2001. Active contours without edges. IEEE

- Transactions on Image Processing, 10(2): 266-277 [DOI: 10.1109/83.902291]
- Chung G and Vese L A. 2005. Energy minimization based segmentation and denoising using a multilayer level set approach//Proceedings of the 5th International Workshop on Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition. St. Augustine, FL, USA: Springer; 439-455 [DOI: 10.1007/11585978_29]
- Duan J M, Pan Z K, Yin X F, Wei W B and Wang G D. 2014. Some fast projection methods based on Chan-Vese model for image segmentation. EURASIP Journal on Image and Video Processing, 2014(1): 1-7 [DOI: 10.1186/1687-5281-2014-7]
- Goldstein T, O'Donoghue B, Setzer S and Baraniuk R. 2014. Fast alternating direction optimization methods. SIAM Journal on Imaging Sciences, 7(3): 1588-1623 [DOI: 10.1137/120896219]
- Greig D M, Porteous B T and Scheult A H. 1989. Exact maximum a posteriori estimation for binary images. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 51(2): 271-279 [DOI: 10.1111/j.2517-6161.1989.tb01764.x]
- Li F, Ng M K, Zeng T Y and Shen C L. 2010. A multiphase image segmentation method based on fuzzy region competition. SIAM Journal on Imaging Sciences, 3(3): 277-299 [DOI: 10.1137/080736752]
- Li F, Osher S, Qin J and Yan M. 2016. A multiphase image segmentation based on fuzzy membership functions and L1-norm fidelity. Journal of Scientific Computing, 69(1): 82-106 [DOI: 10.1007/s10915-016-0183-z]
- Lie J, Lysaker M and Tai X C. 2006. A binary level set model and some applications to Mumford-Shah image segmentation. IEEE Transactions on Image Processing, 15(5): 1171-1181 [DOI: 10.1109/TIP.2005.863956]
- Pan Z K, Li H, Wei W B, Guo Z B and Zhang C F. 2009. A variational level set method of multiphase segmentation for 3D images. Chinese Journal of Computers, 32(12): 2464-2474 (潘振宽, 李华, 魏伟波, 郭振波, 张春芬. 2009. 三维图像多相分割的变分水平集方法. 计算机学报, 32(12): 2464-2474)
- Potts R B. 1952. Some generalized order-disorder transformations. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 48(1): 106-109 [DOI: 10.1017/S0305004100027419]
- Samson C, Blanc-Féraud L, Aubert G and Zerubia J. 2000. A level set model for image classification. International Journal of Computer Vision, 40(3): 187-197 [DOI: 10.1023/A:1008183109594]
- Spencer J, Chen K and Duan J M. 2019. Parameter-free selective segmentation with convex variational methods. IEEE Transactions on Image Processing, 28(5): 2163-2172 [DOI: 10.1109/TIP.2018.2883521]
- Tan L, Wei W B and Pan Z K. 2015. Two fast alternating direction optimization methods for multiphase segmentation//Proceedings of the International Conference on Image Processing, Computer Vision, and Pattern Recognition. Monte Carlo Resort, Las Vegas: IPCV: 113-121.
- Vese L A and Chan T F. 2002. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model. International Journal of Computer Vision, 50(3): 271-293 [DOI: 10.1023/A:1020874308076]
- Wang Q, Pan Z K and Wei W B. 2010. Split-Bregman method and dual method for multiphase image segmentation. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 22(9): 1561-1569 (王琦, 潘振宽, 魏伟波. 2010. 多相图像分割的 Split-Bregman 方法及对偶方法. 计算机辅助设计与图形学学报, 22(9): 1561-1569)
- Wu C L and Tai X C. 2010. Augmented Lagrangian method, dual methods, and split Bregman iteration for ROF, vectorial TV, and high order models. SIAM Journal on Imaging Sciences, 3(3): 300-339 [DOI: 10.1137/090767558]
- Xiu X C, Liu W Q, Li L and Kong L C. 2019. Alternating direction method of multipliers for nonconvex fused regression problems. Computational Statistics and Data Analysis, 136: 59-71 [DOI: 10.1016/j.csda.2019.01.002]
- Yang X Y, Wang X H and Song J P. 2013. Image segmentation model and algorithm based on continuous max-flow approach. Journal of Image and Graphics, 18(11): 1462-1467 (杨晓艺, 王小欢, 宋锦萍. 2013. 连续最大流图像分割模型及算法. 中国图象图形学报, 18(11): 1462-1467) [DOI: 10.11834/jig.20131110]
- Yuan J, Bae E and Tai X C. 2010a. A study on continuous max-flow and min-cut approaches//Proceedings of 2010 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Francisco, USA: IEEE; 2217-2224 [DOI: 10.1109/CVPR.2010.5539903]
- Yuan J, Bae E, Tai X C and Boykov Y. 2010b. A continuous max-flow approach to Potts model//Proceedings of the 11th European Conference on Computer Vision. Heraklion, Crete, Greece: Springer; 379-392 [DOI: 10.1007/978-3-642-15567-3_28]
- Zheng S X. 2017. Nonlocal Variational Model for Multi-classification of Data on Graph and Fast Algorithm. Qingdao: Qingdao University (郑世秀. 2017. 图上数据多分类问题的非局部变分模型及其快速算法研究. 青岛: 青岛大学)

作者简介



王洁, 1994年生, 女, 硕士研究生, 主要研究方向为变分图像复原与图像分割。

E-mail: wangjqdy@163.com



潘振宽, 通信作者, 男, 教授, 主要研究方向为计算机视觉、图像处理。

E-mail: zkpan@126.com

魏伟波, 男, 副教授, 主要研究方向为图像处理、目标识别与跟踪。E-mail: njustwwb@163.com

徐子森, 男, 高级工程师, 主要研究方向为医学工程、医学影像图像后处理。E-mail: Zisen_xu@126.com