

基于小波变换的多尺度边缘检测

姬光荣 王国宇 王宁

(青岛海洋大学电子工程系, 青岛 266003)

摘要 基于 Marr 边缘检测算子,以高斯函数的一阶和 2 阶导数作为小波,提出具有 2 个可变参数的多尺度图象边缘检测方法。小波分解的级数控制观察距离“调焦”,改变 Marr 算子中的标准差 σ 、可实现在同一分辨率级上所要求检测边缘的细节程度。本文所提出的多尺度边缘检测方法适应于计算机视觉分级识别中边缘检测的要求。

关键词 多尺度分析, Marr 算子, 小波变换, 边缘检测, 细节选择

1 引言

边缘检测是图象处理中基础而又重要的课题。目前已有梯度算子、拉普拉斯算子、Robert 算子、Sobel 算子、Marr 算子等众多方法。1992 年 S. Mallat^[1]利用三阶中心 B 样条小波实现了多尺度边缘检测。王玉平^[2]从时频分析的角度对 n 阶 B 样条的性质进行了研究,认为三阶 B 样条在边缘提取中是渐近最优的。他们使用 3 阶中心 B 样条对图象进行平滑,然后用其一阶和二阶导数进行边缘检测。平滑的效果与所选取的 B 样条阶数、即与高斯函数的近似程度有关,但平滑函数的尺度不容易改变。

Marr^[3]提出的边缘检测算子,首先使用高斯函数对原始图象作平滑,经拉普拉斯算子运算、再用提取零交叉点的方法作边缘检测。谢绍辉,吴立德^[4]研究了用作平滑的高斯函数中的 σ 对所提取的边缘及输出信噪比的影响。

主动式计算机视觉通常采用“由粗到细”的搜索识别方法。为了实现快速搜索的目的,在不同的阶段、对所提取边缘细节程度的要求是不同的。为了实现观察距离“调焦”和所检测边缘细节程度选择,我们取高斯函数的一阶和二阶导数作为小波,使用 Mallat 算法实现小波分解。小波分解的级数对应于观察距离“调焦”,改变高斯函数的标准差 σ 、可选择

所检测边缘的细节程度,由此实现了具有 2 个可变参数的多尺度边缘检测。

2 视神经细胞描述

Marr 边缘检测算子属于先平滑然后求导数的方法。Marr 使用高斯函数:

$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

对图象进行平滑,然后使用线性拉普拉斯算子:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2)$$

求二阶导数。记原图象为 $f(x, y)$,使用下式的零交叉作为边缘点

$$\begin{aligned} \nabla^2[G_{\sigma}(x, y) * f(x, y)] = \\ [\nabla^2 G_{\sigma}(x, y) * f(x, y)] \end{aligned} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} \nabla^2 G_{\sigma}(x, y) = \\ \frac{-1}{\pi\sigma^4} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

Marr 特别指出,他所提出的 $\nabla^2 G_{\sigma}$ 算子有着生物学上的支持,与视网膜神经节细胞或侧膝状体上的神经细胞的同心圆感受野是完全一致的^[5]。对感受野为同心圆的视神经细胞,视觉生理学中常用 DOG,即两个高斯函数之差来描述:

* 本文获国家自然科学基金(批准号:69675005)和国家 863 项目(03-08)资助。
收稿日期:1996-11-13;收到修改稿日期:1997-05-12

$$DOG(x, y, \sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\pi\sigma_1^2}\right) - \frac{1}{2\pi\sigma_2^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\pi\sigma_2^2}\right) \quad (5)$$

文献[4]曾用最优化的方法,研究了用 DOG 去拟合 $\nabla^2 G_\sigma$ 的问题,结论是二者几乎没有什么差异。

在式(1)中, σ 是一个尺度参数。 σ 小,则函数“集中”,在一个小的局部范围内平滑,有利于检测出较为细致的边缘细节。 σ 大,平滑范围大,有利于抑制噪声但获得的边缘较为粗糙。这个特点与主动式计算机视觉“由粗到细”的搜索识别要求相一致。在主动式计算机视觉的“前注意”阶段,为了能够从多目标中快速发现与内部建模相似的目标,一般采用能够反映目标物基本形状的较为粗糙的边缘。而在精细识别的“后注意”阶段,则采用较为精细的边缘。这可以通过 σ 值的改变来实现。实际应用中,一般可选择几个不同的 σ 值,以便获得较为满意的效果。

3 边缘检测与小波变换

平滑函数取为高斯函数:

$$\phi(x, y) = G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

小波函数分别取为:

$$\hat{\psi}^1(x, y) = \frac{\partial G_\sigma}{\partial x} + \frac{\partial G_\sigma}{\partial y} = \frac{-1}{2\pi\sigma^4} (x + y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

$$\hat{\psi}^2(x, y) = \frac{\partial G_\sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G_\sigma}{\partial y^2} = \frac{-1}{\pi\sigma^4} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

其傅立叶变换分别记为:

$$\hat{\phi}(\omega_x, \omega_y) = \exp\left[-\frac{\sigma^2(\omega_x^2 + \omega_y^2)}{2}\right] \quad (9)$$

$$\hat{\psi}^1(\omega_x, \omega_y) = i(\omega_x + \omega_y) \exp\left[-\frac{\sigma^2(\omega_x^2 + \omega_y^2)}{2}\right] \quad (10)$$

$$\hat{\psi}^2(\omega_x, \omega_y) = (\omega_x^2 + \omega_y^2) \exp\left[-\frac{\sigma^2(\omega_x^2 + \omega_y^2)}{2}\right] \quad (11)$$

可以证明

$$\int_{\mathbb{R}^2} \hat{\psi}^{1,2}(x, y) dx dy = 0 \quad (12)$$

$$\int_{\mathbb{R}^2} \frac{|\hat{\psi}^{1,2}(\omega_x, \omega_y)|^2}{\omega_x^2 + \omega_y^2} d\omega_x d\omega_y < \infty \quad (13)$$

因此 $\hat{\psi}^{1,2}(x, y)$ 不仅是基本小波,而且是允许小波。

可以证明^[6]2D 高斯函数构成 $L^2(\mathbb{R})$ 上的子空间 V 的黎斯基。

定义小波变换的二进平移、伸缩为:

$$\phi_{2^j, b}(x, y) = \frac{1}{2^{2j}} \phi\left(\frac{x-b}{2^j}, \frac{y-b}{2^j}\right) \quad (14)$$

$$\psi_{2^j, b}^{1,2}(x, y) = \frac{1}{2^{2j}} \psi^{1,2}\left(\frac{x-b}{2^j}, \frac{y-b}{2^j}\right) \quad (15)$$

由于 $\phi(x, y)$ 是黎斯基,因此存在以下二进尺度方程:

$$\phi(x, y) = \sum_m \sum_n h(m, n) \phi(2x - m, 2y - n) \quad (16)$$

$$\psi^{1,2}(x, y) = \sum_m \sum_n g_{1,2}(m, n) \phi(2x - m, 2y - n) \quad (17)$$

其傅氏变换分别为:

$$\hat{\phi}(2\omega_x, 2\omega_y) = \hat{H}(\omega_x, \omega_y) \hat{\phi}(\omega_x, \omega_y) \quad (18)$$

$$\hat{\psi}^1(2\omega_x, 2\omega_y) = \hat{G}_1(\omega_x, \omega_y) \hat{\phi}(\omega_x, \omega_y) \quad (19)$$

$$\hat{\psi}^2(2\omega_x, 2\omega_y) = \hat{G}_2(\omega_x, \omega_y) \hat{\phi}(\omega_x, \omega_y) \quad (20)$$

其中, $\hat{H}(\omega_x, \omega_y)$, $\hat{G}_1(\omega_x, \omega_y)$, $\hat{G}_2(\omega_x, \omega_y)$ 分别是 $h(m, n)$, $g_1(m, n)$, $g_2(m, n)$ 之 2D DFT。由式(9)、(10)、(11)和(18)、(19)、(20),可以得到:

$$\hat{H}(\omega_x, \omega_y) = \exp\left[-\frac{3\sigma^2(\omega_x^2 + \omega_y^2)}{2}\right] \quad (21)$$

$$\hat{G}_1(\omega_x, \omega_y) = 2i(\omega_x + \omega_y) \exp\left[-\frac{3\sigma^2(\omega_x^2 + \omega_y^2)}{2}\right] \quad (22)$$

$$\hat{G}_2(\omega_x, \omega_y) = 4(\omega_x^2 + \omega_y^2) \exp\left[-\frac{3\sigma^2(\omega_x^2 + \omega_y^2)}{2}\right] \quad (23)$$

至此,可利用 Mallat^[1]算法对图象进行小波分解。

$$\hat{l}(\xi) = \exp\left(-\frac{3\sigma^2}{2} \xi^2\right) \quad (24)$$

$$\hat{m}_1(\xi) = \xi \exp\left(-\frac{3\sigma^2}{2} \xi^2\right) \quad (25)$$

$$\hat{m}_2(\xi) = \xi^2 \exp\left(-\frac{3\sigma^2}{2} \xi^2\right) \quad (26)$$

$$\text{则 } \hat{H}(\omega_x, \omega_y) = \hat{l}(\omega_x) \hat{l}(\omega_y) \quad (27)$$

$$\hat{G}_1(\omega_x, \omega_y) = 2i[\hat{m}_1(\omega_x) \hat{l}(\omega_y) + \hat{l}(\omega_x) \hat{m}_1(\omega_y)] \quad (28)$$

$$\hat{G}_2(\omega_x, \omega_y) = 4[\hat{m}_2(\omega_x) \hat{l}(\omega_y) + \hat{l}(\omega_x) \hat{m}_2(\omega_y)] \quad (29)$$

$$\text{令 } h_\sigma(k) = F^{-1}\{\hat{l}(\xi)\} \quad (30)$$

$$g_\sigma^1(k) = F^{-1}\{\hat{m}_1(\xi)\} \quad (31)$$

$$g_\sigma^2(k) = F^{-1}\{\hat{m}_2(\xi)\} \quad (32)$$

$$\text{则 } H_\sigma(m, n) = h_\sigma(m) * h_\sigma(n) \quad (33)$$

$$G_{\sigma}^1(m, n) = 2i[g_{\sigma}^1(m) * h_{\sigma}(n) + g_{\sigma}^1(n) * h_{\sigma}(m)] \quad (34)$$

$$G_{\sigma}^2(m, n) = 4[g_{\sigma}^2(m) * h_{\sigma}(n) + g_{\sigma}^2(n) * h_{\sigma}(m)] \quad (35)$$

一旦选定 σ 值,我们可以计算出各滤波器的冲击响应系数。

4 实验结果

关于 σ 值的变化对 $\nabla^2 f * G$ 零交叉的影响,有关文献[7~9]已进行了研究,提出了尺度定理。即当

5 结 论

基于 Marr 边缘检测算子和 Mallat 小波分解算法,本文提出了具有观察尺度“调焦”和局部细节“选择”能力的多尺度小波边缘检测算法。由二进小波分解完成观察尺度“调焦”,而通过选择高斯函数的标准差 σ ,可以选择所检测边缘的细节程度。本文所提出的方法,适应于计算机视觉“前注意”和“后注意”二个阶段的边缘检测要求,并且能够获得较高质量的边缘。但是关于 σ 值在具体问题中的优化选择问题,有待进一步研究。

参 考 文 献

1 Mallat S, Zhong S. Characterization of Signals from Multiscale

σ 增加时,零交叉具有单调减的性质。在主动式计算机视觉中, σ 的选择应当与内部已建模的形状、数量和所选择的特征有关。兼顾模式的可行性与识别精度和速度的要求,有可能作出较为优化的 σ 值选择。本文仅就 σ 变化对所提取边缘的影响给出实验结果(图 1)。其中,(a)图为原图象,(b)为 $\sigma=0.8$ 时 $j=1$ (左), $j=2$ (右)的结果,(c)为 $\sigma=1.5$ 时 $j=1$ (左), $j=2$ (右)的结果。比较(b)和(c)可以看出当 σ 值较小时,所检测的边缘较为细致,而小的 j 值对应于观测距离较近。由此,利用一阶导数模极值和二阶导数零交叉的位置,我们可以方便地确定出边缘点位置。

Edges. IEEE Trans. On PAMI, 1992, 14(7):710~732.
 2 王玉平,蔡元龙. 多尺度 B 样条小波边缘检测算子. 中国科学(A), 1995, 426~437.
 3 Marr D, Hildreth E. Theory of Edge Detection. Proc. R. Soc. Lond. 1980, B207, 187~217.
 4 谢昭浑,吴立德. 关于 $\nabla^2 G$ 算子的一些研究. 自动化学报, 1990, 16(3):193~201.
 5 吴立德. 计算机视觉,上海:复旦大学出版社,1993.
 6 贾天旭,郑南宁. 基于 Bubble 小波的多尺度边缘提取,电子学报, 1996, 24(4):117~121.
 7 Babaud J, Witkin A, Duda R. Uniqueness of the Gaussian Kernel for Scaling-Space Filtering. IEEE Trans. on PAMI, 1986, 8, 26~33.
 8 Yuille A L, Poggio T. Scaling Theorems for Zero Crossings. IEEE Trans. on PAMI, 1986, 15~25.
 9 Wu lide, Xie shaohui. Scaling Theorems for Zero Crossings. IEEE Trans. on PAMI, 1990, 12, 46~54.

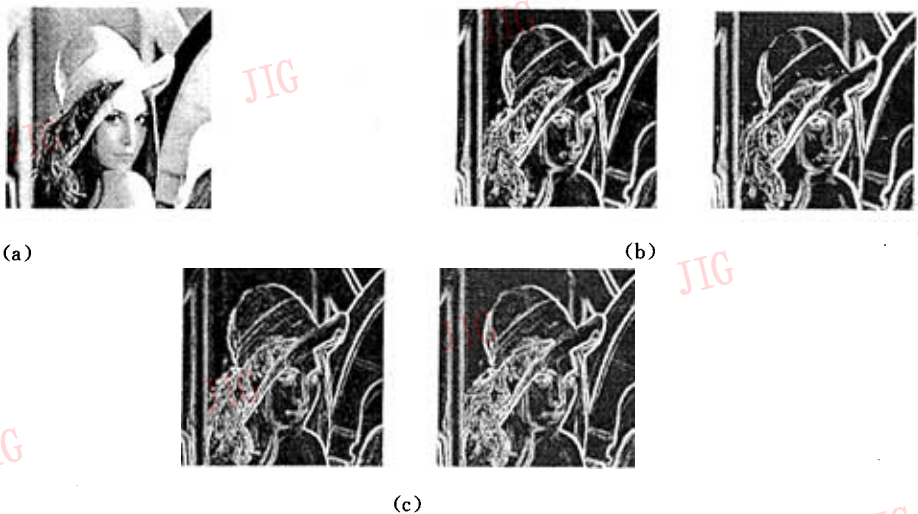


图 1 实验结果

Fig. 1 The experiment results



姬光荣,青岛海洋大学电子工程系副主任,副教授。中国电子学会高级会员。从事电子学与信息系统专业的教学和科研工作。主要研究方向为图象处理和分析,模式识别。在学术刊物上发表论文十余篇。

Multiscales Edge Detection Based on the Wavelet Transform

Ji Guangrong, Wang Guoyu, Wang Ning

(Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003)

Abstract On the basis of the Marr edge detection method and the selection of the first and second order derivative of the Gaussian function as the wavelet, we proposed a method of multiscale edge detection that uses two variable parametes. The grade of the wavelet decomposition can be regarded as the control parameter for the viewing distance, and the standard deviation σ of the Gaussian function corresponds to the degree of the details of the detected edges. This method is suitable for the searching strategy about the "Pre-attention" and the "Post-attention" in active computer vision.

Keywords Multiscales analysis, Marr edge detection operator, Wavelet decomposition, Edge detection, Degree of the details selection