

# 电容式两相流层析成像系统仿真研究\*

常鸿森 保宗悌

(华南师范大学物理系, 广州 510631)

摘要 以油料在管道中输送为例进行电容层析成像仿真。利用有限元方法对电场建立数学模型,在SGI indigo 2工作站上,使用AVS可视化软件和反投影算法,对3种典型流态模型反演及显示其流体成份分布的图象。

关键词 电容层析成像, 仿真, 有限元方法, 模型, AVS, 反演

## 1 前言

在现代工业中,大量存在着两相混合流动情况,如石油工业中的油/气、油/水两相流;冶金、电力工业中的气/固两相流;化学工业中的非均相反应器内混合物的反应过程等等。两相流的流型辨识和参数的快速测量对生产水平的提高(计量、节能、控制……)十分重要,这是受国内外专家普遍重视的课题。电容层析成像(ECT)使用微电容快速测量技术实现层析成像,是近10年来发展最快的一种过程层析成像技术<sup>[1]</sup>。

## 2 ECT系统

ECT系统主要包括电容传感器、数据采集和图象重建装置3部分,图1是系统的示意图。图2表示在绝缘管道外壁上对称安装的12电极传感器的横截面。其中 $R_1$ 是管道内半径, $R_2$ 是外半径。每两个电极之间有一个径向接地隔离板,以减小相邻电极之间的电容。半径为 $R_3$ 的接地屏蔽层屏蔽整个系统,使之不受外电场的干扰<sup>[2]</sup>

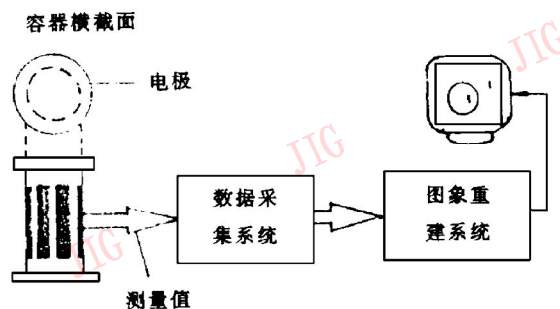


图1 ECT系统  
Fig.1 ECT system

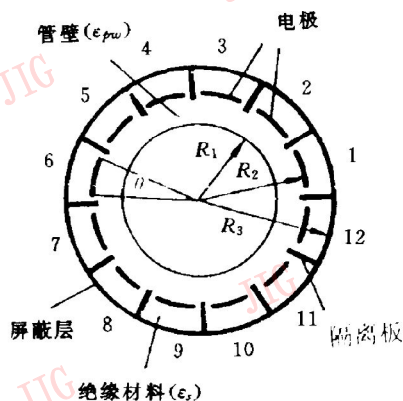


图2 12电极电容传感器横截面  
Fig.2 Cross section of a 12-electrode  
capacitive system(not in scale)

\* 广东省自然科学基金资助项目(课题顺序号:950490)  
收稿日期:1997-04-09;收到修改稿日期:1997-06-27

### 3 电场数学模型的建立及电容值的计算

用于 ECT 系统的激励源都是低频率的(低于 5MHz),因此对图 2 所示的二维圆域内的电势分布可用静电场的泊松方程来描述:

$$\nabla \cdot [\epsilon_0 \epsilon(x,y) \nabla \phi(x,y)] = 0 \quad (1)$$

式中  $\epsilon_0$  为真空介电常数,  $\epsilon(x,y)$  为相对介电常数分布函数。当电极  $i(i=1,2,\dots,11)$  是激励电极(电位为  $V_c$ , 其它电极电位为 0)时,电场的边界条件为:

$$\phi^{(i)} = \begin{cases} V_c & (x,y) \subseteq \Gamma_i \\ 0 & (x,y) \subseteq \Gamma_k (k=1,\dots,12, k \neq i) \end{cases} \quad (2)$$

和  $(x,y) \subseteq \Gamma_s + \Gamma_{pg}$

式中  $\Gamma_1, \Gamma_2 \dots \Gamma_{12}$  为 12 个电极的空间位置,  $\Gamma_s$  为屏蔽层位置,  $\Gamma_{pg}$  为隔离板位置。

根据变分原理,满足式(1)二阶偏微分方程及边界条件(2)的函数  $\phi(x,y)$  应是使泛函

$$\Psi(\phi) = \iint_{\Omega} \left\{ \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (3)$$

取得极小值的函数;反之,上述泛函取极小值即等价于上述方程及边界条件。这样,求解静电场问题就转化为求满足式(3)取极小值的连续函数  $\phi(x,y)$  的问题<sup>[3]</sup>。

本文对石油工业中常用油管( $R_1=76.2\text{mm}$ ,  $R_2=91.2\text{mm}$ ;  $R_3=98.2\text{mm}$ ,  $\theta=26^\circ$ ,  $\epsilon_{pw}=5.8$ ,  $\epsilon_{sc}=4.0$ , 隔离板长  $a=9.0\text{mm}$ , 厚  $b=1.0\text{mm}$ )横截面采用三角形单元

进行离散(图 3),共生成 3 228 个剖分单元和 1 729 个网格节点,其中管腔内剖分成等厚的 18 层,含单元数为 1 944,节点数为 1 027。单元及节点都是从内层开始往外层编号、在同一层中按逆时针方向顺序编排。

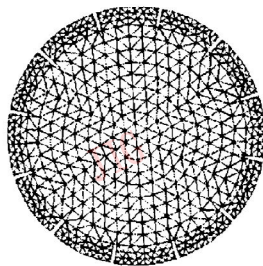


图 3 有限元剖分示意图  
Fig. 3 Finite element model

将泛函用形状函数及各节点的  $\phi$  值表示为

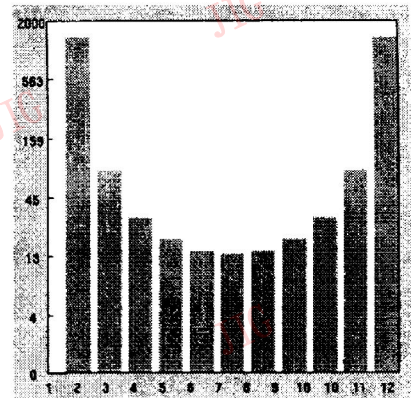
$$A\phi^{(i)} = d \quad (4)$$

这就是静电场的有限元方程组,其中  $d$  是由边界条件组成的已知列向量,  $A$  是一个由介电常数分布和

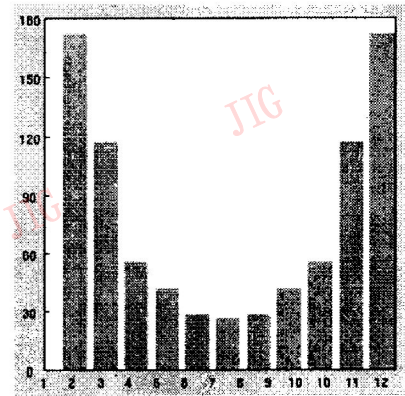
有限元模型拓扑结构决定的正定稀疏方阵<sup>[3,4]</sup>。根据式(3)解得  $\phi^{(i)}$  后,电极对  $i-j$  之间的电容值可根据高斯定理求出

$$C_{i,j} = Q(\Gamma_j)/V_c = \frac{\epsilon_0}{V_c} \int_{(x,y) \subseteq \Gamma_j} \epsilon(x,y) \nabla \phi^{(i)}(x,y) \cdot d\vec{\Gamma} \quad (5)$$

式中  $Q(\Gamma_j)$  为检测电极( $j=i+1, \dots, 12$ )上的感应电荷。图 4(a)和(b)分别表示电极长度  $l=100.0\text{mm}$  的电极对之间的固定电容值(空管)和电容变化值(从空管到满管),其中电极 1 作为激励电极( $V_c=10.0\text{V}$ ),电极 2 至 12 依次作为检测电极<sup>[5]</sup>。



(a)



(b)

图 4 电极对之间的固定电容值(a)和电容变化值(b) (横坐标表示检测电极;纵坐标表示电容值,单位 fF)

Fig. 4 (a) Calculated standing capacitance (b) Calculated capacitance change (abscissa indicates detection electrode number, ordinate indicates capacitance in fF)

### 4 敏感场的计算

电容传感器有  $M=N(N-1)/2$  个独立测量电

容值<sup>[2]</sup>,其中  $N$  为电极个数。反演计算是利用上述的  $M$  个电容  $C_{i,j}$  反演模型的介电常数分布  $\epsilon(x,y)$ ,并以单元的灰度等级在显示器上显示图象。由于显示的单元数远比独立电容值个数多,因而问题是欠定的,并且是非线性的。本文以空间灵敏度分布作为先验知识,利用反投影算法进行反演。若以电极  $i$  为激励电极,电极对  $i-j$  的空间灵敏度分布如下式计算:

$$S_{i,j}^{(k)} = \frac{1}{\beta^{(k)}} \cdot \frac{C_{i,j}^{(k)} - C_{i,j(gas)}}{C_{i,j(oil)} - C_{i,j(gas)}} \quad (k = 1, 2, \dots, K) \quad (6)$$

式中  $C_{i,j}^{(k)}$  是当管内第  $k$  个单元的介电常数为  $\epsilon_{oil} = 3.0$ ,而其它管内单元的介电常数  $\epsilon_{gas} = 1.0$  时的电容值。 $C_{i,j(gas)}$  和  $C_{i,j(oil)}$  分别是管内充满空气和充满油时的电容值。 $\beta^k$  是管内第  $k$  个单元的面积与管腔横截面积 ( $\pi R_1^2$ ) 之比。

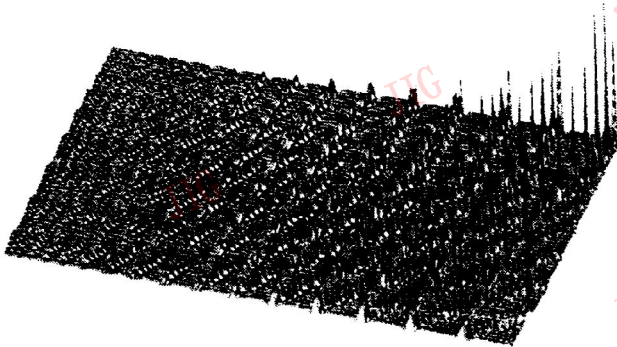


图 5 敏感场矩阵示意图

Fig. 5 System's matrix of capacitance field sensitivity

由于传感器的对称特性,  $M = 66$  种灵敏度分布只需计算 12 种,即  $\{S_{1,2}\}, \{S_{1,3}\}, \dots, \{S_{1,7}\}, \{S_{2,3}\}, \{S_{2,4}\}, \dots, \{S_{2,8}\}$ ,其余的 54 种分布可以通过对这 12 种分布进行简单的镜象转换和旋转变换而得到。

66 种灵敏度分布可以集成敏感场矩阵

$$S = [S_{(1)} S_{(2)} \dots S_{(M)}] \quad (7)$$

式(7)实质上是以分块矩阵的形式表示敏感场矩阵。集成的顺序可以是任意的,但要与电容  $c$  的矢量元素排列顺序相同,一般使

$$\{S_{1,2}\} \Leftrightarrow S_{(1)}, \{S_{1,3}\} \Leftrightarrow S_{(2)}, \dots, \{S_{1,12}\} \Leftrightarrow S_{(11)}, \dots, \{S_{11,12}\} \Leftrightarrow S_{(66)}$$

图 5 表示集成后的敏感场,其中水平方向自左至右,表示依次递增的剖分单元编号 ( $k$ ),前后方向表示各组灵敏度的编号 ( $m$ ),垂直方向表示敏感场  $S$  各元素的大小,向上为正、向下为负。从图 5 可见,右面的元素值往往比左面的要大,这表明靠近管壁的灵敏

度要比管道中心处的要高;在某些区域内,敏感场出现负值,这种非线性特性将使重建图象产生畸变。

## 5 反演算法

利用预先算好的敏感场矩阵进行反投影重建图象,算法为

$$g = Sc \quad (8)$$

$c$  是由归一化电容值组成的矢量,它的元素为:

$$C_{(m)} \Leftrightarrow C_{i,j} = \frac{C_{i,j(flow)} - C_{i,j(gas)}}{C_{i,j(oil)} - C_{i,j(gas)}} \quad (9)$$

其中  $C_{i,j(flow)}$  是由于一个未知流模型介电常数分布  $\epsilon(x,y)$  在电极对  $i-j$  之间产生的电容值。对一个线性系统而言,归一化电容数据  $C$  应与灰度  $g$  一样,在  $[0,1]$  区间之间。由于电容层析成像系统存在非线性,  $C$  和  $g$  都可能超过 ( $>1$ ) 或小于 ( $<0$ ) 规定值,所以在灰度图象显示之前需要对  $g$  作一定的处理。超过规定值的  $g$  可以使用“截顶”算法除去,即在式(9)中,若  $C_{(m)} > 1$  时,令  $C_{(m)} = 1$ 。小于规定值的可以使用自适应门限算法来处理<sup>[6]</sup>

$$g_{(p)} = \begin{cases} 0 & g_{(p)} < \gamma \\ 225g_{(p)} & g_{(p)} \geq \gamma \end{cases} \quad p = 1, 2, \dots, P \quad (10)$$

式中  $g_{(p)}$  是  $g$  矢量的第  $p$  项,(使用  $0 \sim 255$  整数灰度等级的成像系统),门限  $\gamma (0 \leq \gamma \leq 1)$  由下式给出

$$\gamma = \zeta - \frac{\zeta\eta}{2} \quad (11)$$

式中  $\eta = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M C_{(m)}$  (若  $C_{(m)} > 1$ , 则  $C_{(m)} = 1$ );

$$\zeta = \frac{1}{P^+} \sum_{m=1}^M g_{(p)} \quad (P^+ \text{ 是 } g \text{ 为正值单元个数}),$$

仿真实践证明使用上述的自适应门限算法有效地减少重建图象的低灰度区域条纹性失真。

图 6 表示芯流、环流和层流的 3 种典型流态的模型和利用反投影算法、使用 AVS (Application Visualization System) 可视化应用系统重建的图象。

## 6 结束语

利用有限元方法 (FEM) 对电容层析成像系统的电场区域进行离散,根据边界条件可以求解区域的电位分布。根据高斯定理计算传感器各电极对之间的电容值和空间灵敏度分布,把计算出的灵敏度分布,组合成为系统敏感场矩阵,并以此作为系统仿真的先验知识。然后对层流、环流和芯流 3 种典型流

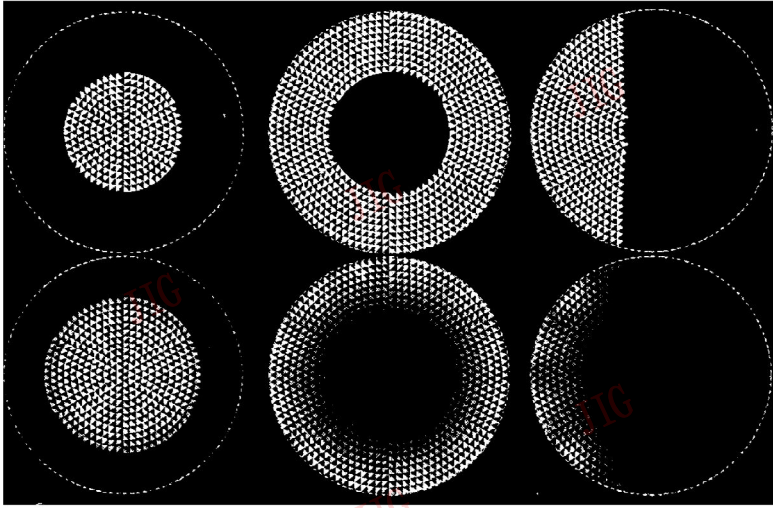


图 6 3 种典型流态模型和重建的图象

(左)芯流状模型(油流半径  $r = 38.1\text{mm}$ ), (中)环流状模型(位于中心处的气泡半径  $r = 38.1\text{mm}$ ), (右)层流状模型(油体积浓度为  $\beta \approx 36\%$ )

Fig. 6 Three typical two-phase flow regimes and images reconstructed using back-projection algorithm  
left: core flow (radius of oil block  $r = 38.1\text{mm}$ )  
middle: annular flow (radius of gas block  $r = 38.1\text{mm}$ )  
right: stratified flow (oil fraction is about  $36\%$ )

态模型按上述方法计算出它们对应的电极对之间的归一化电容值, 结合上述的敏感场矩阵, 利用反投影算法和自适应门限算法重建图象, 得到预期的结果。比较模型与重建的图象, 可以看出管壁附近区域重

建的图象质量较好, 而中心附近区域的质量较差。这与本文第 3 节的计算结果和分析是相吻合的。

如前所述, 有限元剖分单元数远多于独立电容数, 问题是欠定的。故可优化剖分方法提高反演精度。利用敏感场矩阵作为先验知识进行反投影计算, 实质上是把非线性问题作线性化处理, 因而不可避免会产生一定的误差。要减少重建图象的失真应寻求更多的先验知识和改进算法。

#### 参考文献

- 1 Dickin F J, et al. Tomographic imaging of industrial process equipment: techniques and applications, IEE Proc. G., 1992, 2, 139(1): 72~82.
- 2 Huang S M, et al. Design of sensor electronics for electrical capacitance tomography, IEE Proc. G., 1992, 139(1): 83~88.
- 3 曾余庆等. 电磁场有限单元法. 北京: 科学出版社, 1982.
- 4 Khan S H, Abdullah F. Finite element modelling of multielectrode capacitive system for flow imaging, IEE Proc. G., 1993, 6, 140(3): 216~222.
- 5 Yang W Q. Hardware design of electrical capacitance tomography system, Meas. Sci. Technol., 1996, 7, 225~232.
- 6 Williams R A, Beck. M S. Process Tomography. London: Butterworth Heinemann, 1995.



常鸿森, 1967 年本科毕业于华南师范学院, 1982 年研究生毕业于华南师范大学, 1988 年至 1990 年以访问学者身份在加拿大 Saskatchewan 大学进修和合作研究。现任华南师范大学物理系、电信工程系副教授, 主要从事信号与系统、数字信号处理等方面的教学和科研工作。

(下转 633 页)