

## 中华博士 园地

这是本刊特为海内外正在就读和学成立业的博士、博士后青年学者们开辟的一片科普园地。深学浅著,是一门德识、慧学、素质修养的学问。你们的新知识、新调研、新观察、新目光、新展望,能够用尽可能深入浅出、通俗流畅的语言,汇报给祖国、人民、家乡父老子弟乡亲们吗?中华博士园地,乃耕耘忠孝之地、科教兴国、民族昌盛之地。要用慈母听得懂的语言,写出你们的心声!

## 混沌及混沌保密通讯技术

郑会永 肖田元 王新龙 韩向利

### 1 引言

混沌是本世纪最重要的科学发现之一,被誉为继相对论和量子力学后的第三次物理学革命,它打破了确定性与随机性之间不可逾越的分界线,将经典力学研究推进到一个崭新的时代<sup>[1,2]</sup>。混沌理论及其应用是当今世界范围内一个极富挑战性、具有巨大前景的前沿课题和学术热点,它揭示了自然界及人类社会中普遍存在的复杂性,是有序与无序的统一、确定性与随机性的统一,大大拓展了人们的视野,加深了对客观世界的认识。

1963年,Lorenz 发现混沌吸引子,宣告了混沌时代的到来并在短短的三十多年间取得了丰富的研究成果。混沌作为数学的一个分支,不但促进了

新的数学理论、数值计算和实验方法的蓬勃发展<sup>[3]</sup>,而且在计算机景物模拟、虚拟现实、航空航天、材料科学、力学等领域获得了越来越广泛的应用,成为一门新兴的产业,显示出巨大的经济效益和优越性。尤其是混沌保密通讯和分形图象压缩技术,已经开发出了软、硬件产品,正成为国内外研究的热点。当前,许多国家都制定了自己的发展计划,如美国的“21世纪的数学”、日本的“非线性研究五年计划”、德国的“混沌技术及其研究重点”等。

### 2 科学中混沌概念的演化

混沌作为确定性非线性动力系统解的重要特征,其研究工作有以下特点:

(1) 混沌研究的成果给自然科学的一些最基本的概念如确定性、随机性、统计规律性等注入了新的含义<sup>[4]</sup>;(2) 混沌研究是随着数值实验的广泛采用和日益完善而深入的<sup>[5]</sup>;(3) 数学中的微分几何理论、群论、动力系统理论、分叉理论、遍历性理论、奇异性理论和分形几何学等均在混沌研究中起着巨大作用;(4) 混沌研究为生理学、经济学、社会学等学科提供更有力的方法和工具;(5) 混沌、分



**郑会永** 1997年毕业于西北工业大学自动控制系,获工学博士学位。现在清华大学自动化系国家CIMS中心作博士后研究工作。主要研究方向为为非线形动力学混沌、分形理论及其应用,虚拟制造技术。

形从诞生起就与计算机图形图象密不可分,可以说,没有计算机就没有混沌、分形的今天。

混沌概念的演化可分为三个阶段:史前阶段、萌芽阶段、发展阶段。

## 2.1 史前阶段(1890年之前)

“混沌”一词源于神话传说与哲学思辨。古巴比伦、印度和中国的神话传说中都把开天辟地之前的形态称为混沌。思格斯曾概括:“在希腊哲学家看来,世界在本质上是某种从混沌中产生出来的东西,是某种发展起来的東西、某种逐渐生成的东西”<sup>[6]</sup>。牛顿认为宇宙生成的过程是“一般的混沌分解为特殊的混沌”<sup>[7]</sup>,并赋予了混沌一些属性,如均匀性。这与当代的有序来源于对称破缺的观点是一致的。而康德则把混沌看作由某种更基本的物质构成,构成的原因则是“多种多样的”,即复杂性<sup>[8]</sup>。在这一时期,混沌概念并未被人们普遍接受。其典型代表就是拉普拉斯(Laplace),他的表述(1776)“自然系统的现在状态显然是其前一时刻状态的结果。如果我们想象有位智慧之神在给定瞬时洞悉了这个宇宙中所有事物间的关系,那么他将能说出过去或未来任一时刻所有这些事物的相对位置、运动及普遍的作用”<sup>[9]</sup>,把牛顿决定论概括为系统的过去和将来可以从其当前的状态唯一地推断出来。

## 2.2 萌芽阶段(1890~1975年)

混沌的首创者是庞加莱(Poincare)。1890年,他在讨论三体问题时得出双重渐近解,并提到“这种图形的复杂性如此显著,我都不想去画它”<sup>[10]</sup>,这种极其复杂的解便是最早的混沌雏形。后来,他又创立了混沌研究的两个主要理论分支:动力系统理论和不可积哈密尔顿(Hamilton)系统理论。此外他还意识到不可预测的偶然性起源于不稳定性:“初始条件的微小差别在最后的現象中产生了极大的差别,前者的微小误差促成了后者的巨大误差。预言变得不可能了,我们有偶然发生的现象”<sup>[11]</sup>。庞加莱的这一思想为当代混沌研究者所继承和发扬。

在动力学系统理论中, Cartwright 和 Littlewood(1945)<sup>[12]</sup>以及 Leninson(1949)在 von der Pol 振子<sup>[13]</sup>的研究中发现了与混沌类似的现象。1963年 Smale 证明的 Smale 马蹄映射具有奇怪不变集<sup>[14~15]</sup>的结论在混沌研究中起了重要作用。70年代初, Ruelle 和 Takens<sup>[16~20]</sup>定义了奇怪吸引子,这是与混沌更为接近的概念。可见混沌概念在成为科

学名词之前已接近成熟程度。在不可积 Hamilton 系统的研究中, Kolmogorov、Arnol'd 和 Moser 证明了 KAM 定理<sup>[21~24]</sup>。Henon 和 Heiles(1964)在数值实验中用相平面上相邻轨线的发散程度来度量随机性<sup>[25]</sup>,其后 Ford 等也得到大量结果<sup>[26~28]</sup>。Osledec(1968)将这一思想精确化,把 Lyapunov 指数用于轨线随机特征的度量<sup>[29]</sup>。对于遍历系统,由于 Sinai 60年代初的工作,这种度量通常称为 KS 熵<sup>[24]</sup>。可见在不可积 Hamilton 系统的研究中,对确定性系统产生的随机行为已有深刻而精确的认识。

类似于混沌的概念还出现在数值实验研究中,大体可分为两类:

(1) 研究其它问题时遇到了混沌现象。Lorenz 方程一般被认为是耗散系统混沌的第一个例子(1963), Lorenz<sup>[30]</sup>揭示了混沌概念的基本属性:不可预测性;

(2) 结合理论研究进行实验。日本学者 Ueda 等在寻找 Duffing 方程的谐波解时揭示了混沌概念的另一基本属性——非周期的定常运动<sup>[31,32]</sup>。

综上所述,早在混沌这个概念正式进入当代科学之前,理论与实验工作已经产生了类似概念,它们具有非周期性、不稳定性和不可预测性,并且有无穷嵌套的自相似几何结构。

## 2.3 发展阶段(1975年以后)

1975年,混沌概念经正式定义进入当代科学。李天岩等给出了闭区间上连续自映射为混沌的定义<sup>[33]</sup>,这个定义精确刻划了非周期性。随后 Diamond、Morofito 等将之分别推广到高维连续和可微自映射的情形。

1983年, Singberg 给出其一般性定义,目前较为公认的描述性定义<sup>[35,36]</sup>为:

(1) 对初始条件敏感。这个条件说明状态的长期不可预测性;

(2) 拓扑传递(非周期点稠密)。该条件意味着不变集不能进一步被分解;

(3) 周期点稠密。该条件表明了混沌的内在规律性。

这可以解释为,因为对初始条件的敏感依赖性,故该系统不可预测;因为拓扑传递性,故系统不能被分解为两个互不影响的子系统(两个不变的开子集合);在这混乱的性态当中,混沌有内在的规律性,其规律性成分就是有稠密的周期点<sup>[37]</sup>。

混沌的正式定义出现在一维映射中有漫长的

历史,其中著名的有 Sarkovskii 序列<sup>[34]</sup>和1973年得到的 MSS 普适序列;Derrida 等于1973年证明了 DGP 内部相似性定理,更为惊人的是 Collet 发现混沌现象中存在普适性<sup>[38]</sup>。这方面的工作是由 Faigenbaum 于1978年开创的<sup>[39,40]</sup>。随后,Feigenbaum 又用重整化群方法进行了解析估算。

在一维映射混沌特性研究取得重大进展的同时,二维映射的研究也进一步丰富了混沌概念。最具开创性的研究是 Smale 马蹄理论。Henon 映射是马蹄映射的实例<sup>[41,42]</sup>。1976年,Henon 构造了在一次迭代中经折叠、收缩和旋转而得的含奇怪吸引子的二维映射,事实上这是一个马蹄映射。当参数满足一定条件时,Henon 奇怪吸引子具有自相似性;1980年前后又计算出其 Hausdorff 维数约为1.2。因此,如果在系统吸引子中发现了马蹄,就意味着具有混沌。

通过对一维迭代系统及高维系统的研究进一步证实了混沌具有非整数维特点。事实上非整数维是无穷自相似几何结构的普遍特性,Mandelbrot 大力倡导的分形几何将有助于深入认识混沌具有非整数维这个侧面<sup>[43,44]</sup>。

由 Holmes 转引的 Melnikov 方法是对混沌的另一种严格描述<sup>[45,46]</sup>:如果存在稳定流形和不稳定流形且这两种流形相交,则必存在混沌。Melnikov 给出了判定稳定流形和不稳定流形相交的方法。

70年代中期以来,人们研究了大量受微分方程控制的系统的混沌现象,不仅验证了前面提到的混沌的各种特性,而且揭示了混沌的内在随机性。1980年 Packard<sup>[47]</sup>等针对 Duffing 方程进行的数值实验考察了随机涨落对混沌的影响,随后又和 Shraiman 等对一维映射也进行了这方面的工作。1983年 Guckenheimer<sup>[48]</sup>根据混沌的类似随机行为由不稳定性导致这个特点,利用 Lyapunov 指数发展了区分混沌运动与真正随机运动的算法。实验室实验也证实了混沌是广泛存在的自然现象,是除不动点、周期运动、拟周期运动以外的一种新的运动形态。

1981年 Shaw 提供了用信息流观察混沌运动的新视角<sup>[49]</sup>,给出了微分方程和映射系统中信息熵的计算公式,并发现区间迭代出现周期解时信息熵骤然降低。1983年 Ford 应用遍历理论和算法复杂性理论得出结论:混沌产生于通常被认为是确定性系统的原因在于“数学上所要求的无限观测精度与物理系统所能提供的显然是有限的精确度之间的

矛盾”<sup>[50]</sup>。1985年凌复华将其引伸为“在混沌运动中,信息是在其自身内部产生,积累到一定程度就会破坏运动的可预测性”<sup>[51]</sup>。Hakon 从周期倍化趋近临界点时出现最大信息熵推断“混沌是信息之源”<sup>[52]</sup>。这些观点对于更深刻地理解混沌概念都是富有启发性的。

### 3 混沌理论相关问题

#### 3.1 混沌运动的特征

混沌运动是自然界中客观存在的有界的、不规则的、更复杂的运动形式并具有以下特征<sup>[40]</sup>:

- (1) 长期运动对初值的极端敏感依赖性,即长期运动的不可预测性(通常称为“蝴蝶效应”);
- (2) 运动轨迹的无规则性。相空间中的轨迹具有复杂、扭曲、缠绕的几何结构;
- (3) 是一种有限范围的运动,即在某种意义上(以相空间的有限区域为整体来看)不随时间而变化;
- (4) 具有宽的 Fourier 功率谱;
- (5) 具有分数维的奇怪点集,对耗散系统有分数维的奇怪吸引子出现,对于保守系统亦有奇怪的混沌区。

#### 3.2 混沌研究的主要内容

混沌研究的主要内容包括以下5个方面:

##### (1) 混沌产生的途径

从规则运动通向混沌的途径多种多样,目前已发现的主要道路有<sup>[53~56]</sup>:

- 倍周期分叉道路。规则运动经过周期不断倍分叉过程,最终进入混沌态;
- 准周期分叉道路。一种道路是平衡→周期运动→准周期运动→混沌,即平衡态经过三次 Hopf 分叉就导致混沌;另一种道路是准周期运动→锁频(周期)运动→混沌;
- 阵发混沌道路。规则运动可经过阵发混沌的中间过程转变为混沌运动;
- KAM 环面破裂是在 Hamilton 系统中产生混沌的重要途径。

##### (2) 混沌的判据和统计特征

计算机技术的飞速发展极大地促进了混沌数值实验和理论的深入研究。目前判断或预告混沌出现的主要方法有<sup>[57~60]</sup>:

- 相空间重构方法。由 Takens 奠定数学基础<sup>[61~62]</sup>,现已应用到许多领域中。利用相空间重构方法可以在一定的条件下保持系统的几何特性(如

不动点的特征向量,吸引子的分数维和 Lyapunov 指数等)不变。其基本思想是:假定系统运行在一个低维吸引子上,根据 Takens 理论,可以选择一个适当的延迟时间,将时间序列嵌入到一个较高维的状态空间中,然后计算原系统的维数、Lyapunov 指数,判断这些数据背后是否有低维吸引子,即是否有某种低维的、简单的、非随机的动力学机制控制着它。如果发现低维吸引子,则说明表面上杂乱无章的数据并非毫无规则,而是受制于只含有少数几个变量的确定性方程。到底有几个变量要通过时间序列嵌入维数的计算来获得。这是混沌时间序列分析的出发点。

- 相轨迹法。利用计算结果去观察运动轨线和奇怪吸引子结构的不规则性;

- 功率谱方法。如果有连续的功率谱,则可能出现混沌;

- Poincare 映射方法。把连续动力系统化为离散动力系统去研究;

- Lyapunov 指数方法。Lyapunov 指数是用来度量运动对初值的敏感程度的量,最大的 Lyapunov 指数为正可作为混沌存在的一个重要判据;

- 分数维吸引子方法。对耗散系统,具有分数维的吸引子及吸引子域边界是混沌的重要特征;

- 测度熵或拓扑熵方法。测度熵或拓扑熵是衡量系统的信息量在运动中变化的量,如果大于零,就认为系统是混沌的,测度熵或拓扑熵可通过数值计算得到;

- 中心流形定理。若稳定流形和不稳定流形横截相交,就会存在 Smale 意义下的混沌<sup>[16, 40, 63, 64]</sup>;

- KAM 定理。KAM 定理条件不满足时,KAM 环面的破裂会导致显著的混沌行为<sup>[21, 23, 65]</sup>;

- 符号动力系统方法。根据移位不变集的存在去判断系统的混沌行为<sup>[24, 66]</sup>;

- 胞映射方法<sup>[67]</sup>。

非线性混沌动力学正处于形成阶段和发展的初期,其研究内容既非常广泛,又极其困难,应该同时采用多种方法进行研究<sup>[68]</sup>。

(3) 奇怪吸引子(即混沌吸引子)和吸引域的几何结构<sup>[24]</sup>

奇怪吸引子是混沌的特有性质。吸引子指的是耗散动态系统在经过了足够长时间的瞬态过程以后,在相空间内所趋向的有限区域。奇怪吸引子是指具有以下特征的吸引子:

- 从整体上讲,系统是稳定的,即吸引子外的一

切运动最后都要收敛到吸引子上;但就局部来说,吸引子内的运动又是不稳定的,即相邻运动轨道要相互排斥而按指数型分离;

- 该吸引子不一定填满某一有限区域,往往具有一些空隙或空洞,从而具有无穷层次的自相似结构;

- 不断的分开和折叠使该吸引子上的运动敏感依赖于初始条件,即初始条件不同,同一吸引子上的轨道也截然不同。

有兴趣的可参阅:

<http://www.altavista.com/cgi-bin/query?pg=q&q=chaos>

<http://www.visionol.net/~jy/pics.htm>。

## 4 混沌控制、同步<sup>[69~72]</sup>及混沌保密通讯

线性随机二次型最优控制可以通过确定性反馈和 Kalman 滤波相结合而实现<sup>[73~75]</sup>,非线性随机系统是否可以类似的来控制就不甚明了,因为连确定性非线性系统控制都是一件十分困难的工作,由此可知控制混沌系统是一项具有诱惑力而又富有挑战性的课题<sup>[76]</sup>。

跟丰富多采的混沌行为和现象相比,目前的混沌控制方法及其应用研究,只不过刚刚开始,研究工作大多集中在时间混沌的控制和应用上。混沌理论应用到控制领域中,主要有两个目的:一是通过控制混沌来消除和抑制系统中有害的混沌行为;二是利用混沌,即通过控制来实现特定的混沌态,进而实现系统的某种特定运动或实现对某种运动的控制。

1990年前后,Ott、Grebogi 和 Yorke 首先给出了混沌控制的 OGY 方法<sup>[77]</sup>。同年,Ditto 等人利用该方法首次实现了对周期1的稳定控制<sup>[78]</sup>。随后,国际上混沌控制方法及其实验的研究迅速发展,混沌同步也获得进一步拓广,大大推进了应用研究。目前具有代表性的混沌控制方法除 OGY 法及其推广<sup>[79~82]</sup>外,还有自适应控制法<sup>[83~85]</sup>、参数周期扰动法<sup>[86~87]</sup>、周期激振力法<sup>[88]</sup>、偶然正比反馈 OPF 方法<sup>[89,90]</sup>、正比于系统变量的脉冲反馈法<sup>[91~92]</sup>、线性反馈控制法<sup>[93~95]</sup>、神经网络方法<sup>[96~99]</sup>等。但无论哪种方法,其混沌控制机制都是相同的,就是变原来的正的 Lyapunov 指数为负值,从而实现从不稳定

到稳定的转变。混沌同步和混沌控制一样也是很有意义的课题<sup>[100~104]</sup>，并在保密通讯(图1<sup>[104]</sup>)上有重要应用价值。1990年，Pecora 和 Carroll<sup>[105~108]</sup>提出混沌同步原理并在电子线路上首先实现。他们的研究表明，在一个混沌信号的驱动下，两个混沌系统之间可能达到自同步状态。在这个基础上，利用混沌的自同步特性来实现保密通讯的方法得到越来越多的研究，其中主要有混沌掩埋技术<sup>[109,110]</sup>、混沌开关技术<sup>[111,112]</sup>、混沌调制技术<sup>[113]</sup>以及数字混沌通讯技术<sup>[114]</sup>等等。

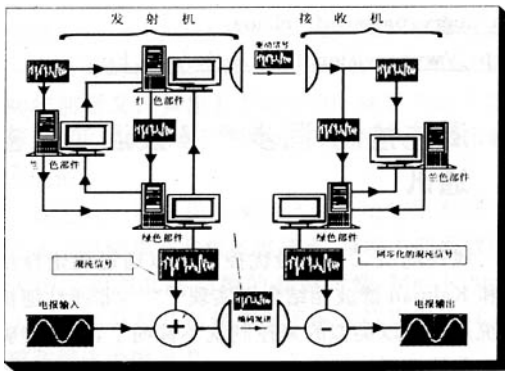


图1 利用同步化混沌方案实现保密通讯

图1表明利用同步化混沌方案可以实现保密通讯。发射机在电报信号上加一个混沌信号，然后将编码了的信号与一个驱动信号播发出去。驱动信号被发到接收机的两个部件，使它们产生一个与发射机所产生的信号同步的混沌信号。然后再把这一混沌信号从编码信号中删除，以获得原始信息。

尽管目前仍缺乏系统的研究，混沌系统和混沌现象的控制依然是一个全新的科学前沿。美国工业和应用数学协会(SIAM)在1988年提出两个特别引人注意的方向：在分支点流域中的控制，混沌控制是使用微小控制量而获得巨大效果的唯一可能性，以及把动力系统诱导到混沌状态中去。其目的是，

用复合起来、不相协调而又对系统危害较小的振荡频率取代有害噪声(如在某些机械系统的处理上)。因而不同的控制思想(如反馈控制)应该被用到混沌系统中，而动力系统的某些特征(如功率谱、Lyapunov 指数和相关维等)可能会获得控制。第二，控制科学中的一般理论也应该发展到混沌系统中。

混沌可应用于保密通讯，这有其重要的军事背景和潜在的应用价值。Frey<sup>[114]</sup>采用混沌数字编码的系统进行保密通讯，比连续混沌系统更易于实现，而且具有更高的保密性。图2和图3<sup>[115]</sup>是采用混沌编码并复原后的图形。采用混沌编码通讯的好处就是具有较高的抗破译能力。为了实现可靠的编码通讯，Parlitz 和 Ergeainger<sup>[116]</sup>基于混沌扩展序列的编码方法提出了一种二进制信息流的新编码方法，有效地克服了噪声干扰问题。

### 5 混沌应用概况

混沌目前已广泛应用到各个科学领域<sup>[70,117]</sup>。

#### (1) 混沌、模糊和神经网络的融合

徐京华首次提出并证明三种神经细胞的复合网络存在混沌<sup>[118]</sup>，说明混沌是神经系统的正常特征<sup>[119~122]</sup>。混沌、神经网络、模糊本质上具有共性，即系统的非线性和状态的模拟性。因此，近年来国内外许多学者都把这三者结合起来研究，或者研究其两两结合的共同特性<sup>[123~128]</sup>。

#### (2) 航空航天

NASA 的科学家使用非常小量的残余氢液燃料把一个 ISEE-3/ICE 飞行装置送到五千万英里外(跨越了太阳系)从而实现了第一次科学慧星的对接。这一项功绩要归功于天体力学中三体问题对于微小扰动的极度敏感性，而这在非混沌系统中是不可能的，因为那种系统需要巨大的控制能量才能获得巨大的功效<sup>[129]</sup>。



(a)原始图形

(b)混沌编码后信息

(c)复原后图形

图2

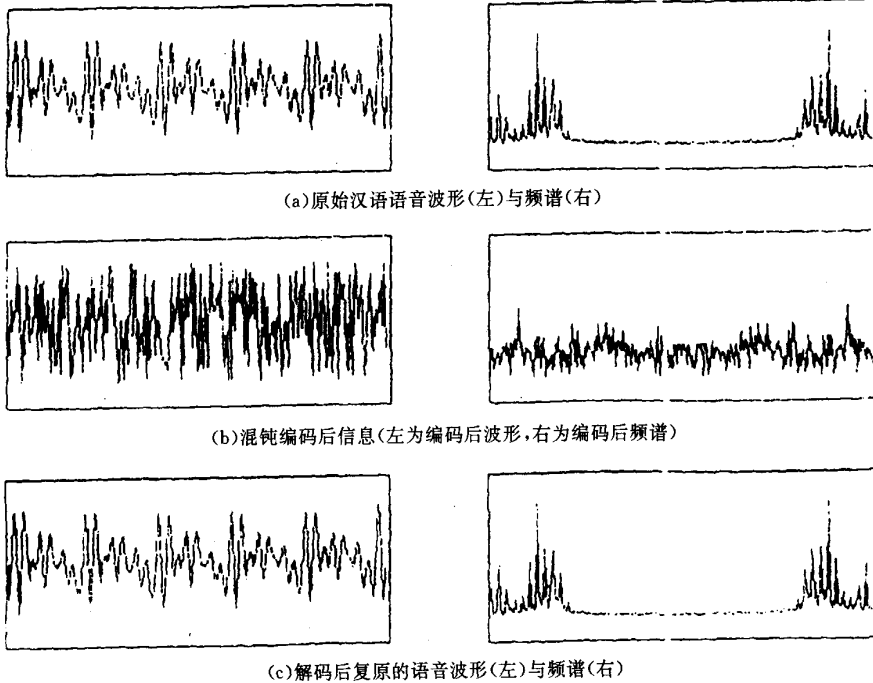


图3

### (3) 自动控制领域

Christini 等提出了利用混沌切换周期运动的策略;Poon 等人提出了控制复杂性概念。

### (4) 信息处理领域

混沌在信息处理领域也得到了成功应用,如混沌学习(即从已存在的吸引子出发,利用混沌性态,对若干个单个吸引子施以折叠、混合等处理,以合成一些新的候选解,最终得到较好解)、系统辨识、模式识别和非冯·诺依曼搜索等。

### (5) 其它

在力学、生物学、大气动力学等方面也有不少成功范例。

## 6 国内外研究概况

非线性问题的研究是当前热门课题,美国是世界非线性科学的研究中心,在洛斯·阿拉莫斯国家实验室、IBM 公司和诸多大学都开展了颇具特色的研究工作<sup>[130,131]</sup>。美国工业和应用数学协会(SIAM)在指导性文献[132]《控制理论未来的发展方向》中,特别将混沌控制作为控制领域一个新的研究方向。俄、英、法、意、德、日等国的研究工作也很富有成果。

目前国内的科研机构主要是中国科学院、北京大学、南京大学等,取得了一批较高水平的科研成果。如一维映射的符号动力学、临界慢化现象研究、

吸引子分维计算、大气动力学中的复杂性 with 预测理论、等离子湍流、微分动力系统等等。国家自然科学基金委员会在“八·五”期间,把“非线性科学”作为全国十项重大课题之一,国家攀登计划也将《非线性科学》设立为重大项目(1991—1995)<sup>[3]</sup>。近年来在我国召开的各种非线性会议对促进我国非线性科学的发展也起了积极的推动作用。

## 7 小结

随着人们对混沌理论的深入研究,无论是在生物学、数学、物理学、化学、信息科学,还是在天文学、经济学、音乐、艺术等领域,甚至在军事上,混沌都得到了越来越广泛的应用,使得混沌在现代科学技术中起着十分重要的作用。正如混沌学的倡导者之一的 M. Shlesinger 所说:“20世纪科学将永远铭记的只有三件事,那就是相对论、量子力学与混沌。”

### 参考文献

- 1 詹姆斯·格莱克. 混沌: 开创新科学. 张淑誉译. 上海: 上海译文出版社, 1990.
- 2 卢侃. 混沌学传奇. 孙建华编译. 上海: 上海翻译出版公司, 1991.
- 3 林泉. 谈谈攀登计划. 科学, 1992, 44(6): 4~6.
- 4 汪秉宏. 非线性科学选讲. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1994: 35~102.
- 5 Thomas S Parker, Leon O Chua. Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems. Springer-Verlag, New York Inc., 1989.

- 6 恩格斯 F. 自然辩证法. 北京:人民出版社,1970:10.
- 7 柏廷顿 J R. 化学简史. 北京:商务印书馆,1979:57.
- 8 康德 I. 宇宙发展史概论,1972:178, 64, 65, 24, 14.
- 9 狄德罗 G G. 哲学选集. 北京:商务印书馆, 1983.
- 10 Poincare H. New Methods of Celestial Mechanics. NASA, 1967:382.
- 11 Poincare H. 科学的价值. 北京:光明日报出版社,1988:309,387.
- 12 Cartwright M L, Littlewood J E. On Nonlinear Differential Equations of the Second Order; I. The Equation  $\ddot{x} + \epsilon x + x^3 = 0$ , large  $\epsilon$ , J. London Math. Soc. 1945,20. 180~189.
- 13 B. van der Pol. On Relaxation Oscillations, Phil. Magazine, 7th Ser. 2, 1926.
- 14 Smale s. Stable Manifolds for Differential Equations and Diffeomorphisms. Ann. Scuola Sup. Piza, 1963.
- 15 Smale S. Essays on Dynamical Systems, Economic Processes and Related Topics. The Mathematics of Time, Springer-Verlag, 1980.
- 16 Ruelle D, Takens F. On the Nature of Turbulence, Commun. Math. Phys., 1971,20(1):167~192.
- 17 Ruelle D, Takens D. On the Nature of Turbulence, Commun. Math. Phys., 1971,23(2):343~344.
- 18 Takens F. Introduction to Global Analysis, Comm. no. 2, Math. Inst, Univ. Utrecht, 1973.
- 19 Newhouse S, Ruelle D, Takens F. Occurrence of Strange Attractors Near Quasiperiodic Flows on  $S^1$ , Commun. Math. Phys., 1978,64(1).
- 20 Ruelle D. Dynamical Systems with Turbulent Behavior, Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, 1978,80.
- 21 Komogorov A N. The General theory of Dynamical Systems and Classical Mechanics, 1954.
- 22 Arnol'd V I. Small Denominators and Problems of Stability of Motion in Classical and Celestial Mechanics. Russian Math. Surveys, 1963,18(6):85~189.
- 23 Moser J, On Invariant Curves of Area-preserving Mappings of an Annulus, Nachr. Akad. Wiss. Wiss. Gottingen Math. Phys. Kl. 1962,2:10~20.
- 24 Hao Bailin. Elementary Symbolic Dynamics and Chaos in Dissipative Systems. World Scientific, Singapore, 1989.
- 25 Henon M, Heiles C. The Applicability of the Third Integral of Motion; Some Numerical Experiments, Astronomical Journal, 1964,69:73~79.
- 26 Ford J. How Random is a Coin Toss. Physics Today, 1983,36(4):40~47.
- 27 Ford J. What is Chaos, That We Should Be Mindful of It?; in The New Physics, ed. by S. Capelin and P. C. W. Davies, Cambridge; Cambridge Univ. Press, 1986.
- 28 Ford J. Chaos; Solving The Unsolvable, Predicting The Unpredictable; in Chaotic Dynamics and Fractals, ed. by M. F. Barnsley and S. G. Demko, New York, Academic Press, 1985.
- 29 Oseledec V I. A Multiplicative Ergodic Theorem Lyapunov Characteristic Numbers for Dynamical Systems, trans. Moscow Math. Soc., 1968,19(2):197~221.
- 30 Lorenz E N. Deterministic Nonperiodic Flow, J. Atmos. Sci., 1963,20,130~141.
- 31 Ueda Y, Akamatsu N. Chaotically Transitional Phenomena in the forced Negative Resistance Oscillator. IEEE Trans., 1981, CS28:217~224.
- 32 Ueda Y. Survey of Regular and Chaotic Phenomena in the Forced Duffing Oscillator, Chaos, Solitons and Fractals, 1991,1:199~231.
- 33 Li T Y, Yorke J A. Period Three Implies Chaos, Amer. Math. Monthly, 1975,82,985~992.
- 34 Sarkovskii A N. Coexistence of Cycles of a Continuous Map of a Line into Itself. Ukrainian Mathematics Journal, 1964,16:61.
- 35 田玉楚, 符雪桐, 吕勇哉. 非线性控制和优化系统中的混沌运动. 控制与决策, 1995,10(1):1~7.
- 36 Devaney R L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, Menlo Park, CA: Benjamin / Cummings, 1986.
- 37 Moon F C. Chaotic Vibrations, John Wiley & Sons, Inc. 1987.
- 38 Collet P, Echmann J P. Iterated Maps on Intervals as Dynamical Systems, Birkhauser, 1980:70.
- 39 Feigenbaum M. Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations, J. Statistical Phys. 1978,19:25~52.
- 40 郝柏林. 物理学进展, 1983,3(3):357, 408.
- 41 Henon M. A Two Dimensional Mapping with a Strange Attractor. Communications in Mathematical Physics, 1976:50,69.
- 42 Henon M. On the Numerical Computation of Poincare Maps, Physics 5D, 1982:412~414, 1982.
- 43 Mandelbrot B b. How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-similarity and Fractional Dimension. Science, 1967,156, 636~638.
- 44 Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature, San Francisco: W. H. Freeman, 1982.
- 45 Holmes J P. Averaging and Chaotic Motions in Forced Oscillations, SIAM Appl. Math, 1980,38(1):65~92, 1981,40(1):167~168.
- 46 Holmes J P, Marsden J E. Horseshoes in Perturbations of Hamiltonians with Two Degree of Freedom. Commun. Math. Phys., 1982,82:523~544.
- 47 Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D, et al. Geometry from a Time Series, Physical Review Letters, 1980,47:712.
- 48 Guckenheimer J, Holmes P. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and bifurcations of Vector Fields, Springer-Verlag, New York, N. T. 1983.
- 49 Shaw R. Strange Attractors, Chaotic Behavior, and Information Theory, Zeitschrift für Naturforschung, 1981,36a:80.
- 50 Ford J. Long-Time Prediction in Dynamics, Horton W. Jr et al. eds., John Wiley, 1983:79.
- 51 凌复华. 力学与实践, 1985,7(5):20.
- 52 Haken H. At Least One Lyapunov Exponent Vanishes if the Trajectory of an Attractor does not Contain a Fixed Point, Phys. Lett. 1983,94A(2):71.
- 53 Marek Milos. Chaotic Behavior of Deterministic Dissipative Systems, Cambridge Univ. Press, 1991.

- 54 Jackson E Atlee. Perspectives of Nonlinear Dynamics, Cambridge Univ. Press, 1989,1.
- 55 Jackson E Atlee. Perspectives of Nonlinear Dynamics, Cambridge Univ. Press, 1989,2.
- 56 Martin C Gutzwiller. Chaos in Classical and Quantum Mechanics. Springer-Verlag, New Yorke Inc. , 1990.
- 57 陈式刚. 映像与混沌. 北京:国防工业出版社,1992.
- 58 Rasband S Neil. Chaotic Dynamic of Nonlinear Systems, John Wiley & Sons Inc. , 1990.
- 59 陆启韶,黄克累. 非线性动力学、分叉和混沌. 一般力学(动力学、振动与控制)最新进展. 北京:科学出版社,1994.
- 60 Guckenheimer J,Holmes P. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields. Springer-Verlag, 1983.
- 61 Takens F. Detecting strange attractors in fluid turbulence, Dynamical Systems and Turbulence, eds. D. Rand and L.-S. Young, Springer, Belin, 1981.
- 62 Takens F. Detecting Strange Attractors in Turbulence, Lecture Notes in Mathematics, 1981,898:336.
- 63 Ott E,Sauer T,Yorke J a. COPING WITH CHAOS—Analysis of Chaos Data and The Exploitation of Chaotic Systems, John Wiley & Sons, Inc. , 1994.
- 64 Wiggins S. Global Bifurcations and Chaos, Analytical Methods. Springer-Verlag, 1988.
- 65 Lichtinberg A J,Lieberman M A. Regular and Stochastic Motion. Springer-Verlag, 1982.
- 66 郑伟谋,郝柏林. 实用符号动力学. 上海:上海科技教育出版社, 1995.
- 67 Hsu C S. Cell-to-Cell Mapping: A Method of Global Analysis for Nonlinear System. Springer-Verlag, 1987.
- 68 郝柏林. 非线性科学丛书. 上海:上海科技教育出版社,1995.
- 69 方锦清. 非线性系统中混沌的控制与同步及其应用前景(1,2). 物理学进展,1996,16(1,2).
- 70 陈关荣. 控制非线性动力系统的混沌现象. 控制理论与应用, 1997,14(1).
- 71 De Figueiredo, R. J. P. & Chen G. Nonlinear Feedback Control Systems, Academic Press, 1993.
- 72 田玉楚,张钟俊. 非线性系统中混沌运动的研究进展. 上海交通大学学报,1996,30(1).
- 73 Chui C K,Chen G. Kalman Filtering with Real-time Applications. Springer-Verlag,1987, 2nd ed. , 1991.
- 74 Chui C K,Chen G. Linear Systems and Optimal Control . Springer-Verlag, 1989.
- 75 Chen G,Chen G,Hsu H S. Linear Stochastic Control Systems, CRC Press, 1994.
- 76 R. J. P. de Giguereido,Chen G G. Nonlinear Feedback Control Systems: An Operator Theory Approach, Academic Press, 1993.
- 77 Ott E, Grebogi C,Yorke J A. Control Chaos, Phys. Rev. Lett. 64(1990), 1990:1196~1199.
- 78 Ditto W L,Rauseo S N,Spano M L. Experimental Control of Chaos, Phys. Rev. Lett. 1990,65:3211~3214.
- 79 Ott E,Grebogi G,Yorke J A. Controlling Chaos, Physical Review Letters, 1990,64:1196~1199.
- 80 Romeiras F G, et al. Controlling Chaotic Dynamical Systems, PhysicaD58, 1992,:165~192.
- 81 Pyragas K. Continuous Control of Chaos by Self-Controlling Feedback, Physics Letters A, 1992,170:421~428.
- 82 Pyragas K, Tamasevicius A. Experimental Control of Chaos by Delayed Self-Controlling Feedback, Physics Letters A,1993, 180:99~102.
- 83 Huberman B A,Lumer E. Dynamics of Adaptive Systems. IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1990,37:547~550.
- 84 Sinha S, et al. Adaptive Control in Nonlinear Dynamics, PhysicaD43,1990:118~128.
- 85 Sinha S. An Efficient Control Algorithms for Nonlinear Systems. Physics Letters A, 1991,156:475~478.
- 86 Pettini M. Controlling Chaos through Parametric Excitations, in Dynamics and Stochastic Processes (R. Lima et al. , ed. ), Springer-Verlag, 1990;242~250.
- 87 Lima R,Pettini M. Suppression of Chaos by Resonant Parametric Perturbations. Physical review A, 1990,41:726~733.
- 88 Braiman Y,Goldhirsch I. Taming Chaotic Dynamics with Weak Periodic Perturbations. Physical Review Letters. 1991,66:2545~2548.
- 89 Peng B,Petrov V,Showalter K. Controlling Chemical Chaos, J. Phys. Chem. ,1991.95:4957~4959.
- 90 Hunt E R. Stabilizing High-Period Orbits in a Chaotic System: The Resonator, Phys. Rev. Lett. 1991,67:1953.
- 91 Gumez J, et al. Suppression of Chaos through Changes in the System Variables: Transient Chaos and Crises, Physica D79, 1994,:164~173.
- 92 Matias M A,Gumez J. Phys. Rev. Lett. 72, 1994:1455.
- 93 Chen G,Dong X, J. Circuits Syst. Comput. , 1993,3:139.
- 94 Chen G. in Proc. IEEE Inst. Symp. on Circuits and Systems, Chicago,1993:1:2601.
- 95 Liu Y,Barbosa L C,Rios J R Leite. Phys. Lett. A193,1994: 259.
- 96 Chen G,Dong X. Identification and Control of Chaotic Systems: An Artificial Neural network Approach. Proc. of IEEE Int. Symp. on Circ. Sys. ,1995:1177~1182.
- 97 Frison T W. Controlling Chaos with a Neural Network, Proc. of Int. Conf. on Neural Networks,1992:75~80.
- 98 Cimagalli J,Jankowski S,Giona M, et al. Calascibetta, Neural Networks reconstruction and Predication of Chaotic Dynamics, Proc. of Int. Symp. Circ. Sys. , 1993:2176~2179.
- 99 Carrol T L. Synchronization and Complex Dynamics in Pulse-coupled Circuit Models of Neruons, Biol. Cybern. ,1995,73:553~559.
- 100 Gumez J,Matias M A. Modified Method for Synchronizing and Cascading Chaotic Systems, Physical Review E,1995,52: 2145~2148.
- 101 Gumez J,Matias M A. Synchronization in Small Assemblies of Chaotic systems, Physical Review E, 1996, 53: 3059~

- 3067.
- 102 Malescio G. Synchronization of Chaotic Systems by Continuous Control, *Physical Review E*, 1996;53:2949~2952.
- 103 Rosenblum M G, et al. Phase Synchronization of Chaotic Oscillators. *Physical Review Letters*, 1996,76:1804~1807.
- 104 Ditto W L, Pecora L M. Control Chaos. *Science American*, 1992;40~46.
- 105 Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in Chaotic Systems. *Phys. Rev. Lett.*, 1990,64:821~824.
- 106 Pecora L M, Carroll T L. Driving Systems with Chaotic Signals. *Phys. Rev. A*44, 1991;2374~2383.
- 107 Pecora L M, Carroll T L. Synchronized Chaotic Signal and Systems, in *Proc. IEEE ICASSP*, 1992.
- 108 Carroll T L, Pecora L M. Synchronization in Chaotic Circuits. *IEEE Trans. on CAS*, 1991, CAS-39(4):453~456.
- 109 Cuomo K M, Oppenheim A V, Strogatz S H. Synchronization of Lorenz-based Chaotic Circuits with Applications to Communications. *IEEE Trans. on CAS*, 1993, CAS-40(10):626~633.
- 110 Kocarev L, Halle K S, Eckert K, et al. Experimental Demonstration of Secure Communications via Chaotic Synchronization, *Int. J. Bifurcation & Chaos*, 1992,2(3):709~713.
- 111 Parlitz U, Chua L O, Kocarev L, et al. Transmission of Digital Signals by Chaotic Synchronization. *Int. J. Bifurcation & Chaos*, 1992,2:973~977.
- 112 Dedieu H, Kennedy M P, Hasler M. Chaos Shift Keying: Modulation and Demodulation of a Chaotic Carrier Using Self-synchronizing Chua's Circuits. *IEEE Trans. on CAS*, 1993, CAS-40(10):634~643.
- 113 Halle K S, Wu C W, Itoh M, et al. Spread Spectrum Communication through Modulation of Chaos, *Int. J. Bifurcation & Chaos*, 1993,3(2):469~477.
- 114 Frey D R. Chaotic Digital Encoding: An Approach to Secure Communication. *IEEE Trans. on CAS*, 1993, CAS-40(10):660~666.
- 115 倪皖荪, 华一满, 邓浩等. 混沌通讯. *物理学进展*, 1996, 16(3, 4).
- 116 Parlitz U, Ergezinger S. *Phys. Lett. A*188, 1994:146.
- 117 Chen G, Dong X. *From Chaos to Order*, World Scientific Pub., 1997.
- 118 陈关荣. 控制非线性动力系统的混沌现象. *控制理论与应用*, 1997, 14(1). 118 徐京华. 人脑功能的混沌动力学. *科学*, 1990, 42:266~270.
- 119 Frank G W, Lookman T, Nerenberg M A H, Essex C. Chaotic Time Series Analysis of Epileptic Seizures, *Physica D*46, 1990:427~428.
- 120 Babloyantz A, Destexhe A. *Temporal Disorder in Human Oscillatory Systems*, Springer Series in Synergetics, No. 36 eds. L. Rensing, U. van der Heiden and M. C. Mackey, Springer, Berlin, 1987, (36):48.
- 121 王德坤. 脑象图的混沌美及其应用. *自然杂志*, 1992, 15(7):483~489.
- 122 卢侃, 林雅谷, 黄来友. 脑电维数回归方程测定气功功率及有关的理论问题. *自然杂志*, 1991, 14(1):24~32.
- 123 Aihara K. 混沌的神经网络. 方兆佳编译. *Science American*, 1992.
- 124 Grabec I. Modeling of Chaos by A Self-organizing Neural Network, *Internet Conf. on Artificial Neural Networks*, 1991, 1.
- 125 Parodi G. Using Chaos to Generate Keys for Associative Noise-Like Coding Memories, *Neural Network*, 1993, 6(4).
- 126 Saito T, Oikawa M. Chaos and Fractals from a Forced Artificial Neural Cell. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1993, 4(1).
- 127 Choie Y J, Kim S, Lee C N. Chaotic Dynamics and the Geometry of the Error Surface in Neural Networks. *Physica D*55, 1992:113~120.
- 128 Albano A M, Passamante A, Hediger T, et al. Using Neural Nets to Look for Chaos, *Physica D*58, 1992:1~9.
- 129 ShinBrot T, Grebogi C, Ott E, et al. Using Small Perturbations to Control Chaos, *Nature*, 1993, 363:411~417.
- 130 The National Research Council, *Renewing U. S. Mathematics: A plan for the 1990s*, the National Academy Press, Washington D. C., USA.
- 131 *Renewing U. S. Mathematics Critical Resource for the Future*, National Academy Press, Washing D. C., 1984:10.
- 132 *Future Directions in Control Theory: A Mathematical Perspective*, Report of the Panel, Chaired by W. H. Fleming, SIAM Pub., 1988:50~51.

### 欢迎订阅《计算机辅助设计与图形学学报》

《计算机辅助设计与图形学学报》是由中国计算机学会主办、科学出版社出版的中国计算机学会会刊,是我国计算机辅助设计和图形学领域著名的学术刊物。该刊以快速传播CAD与图形学领域的知识与经验为目的,刊登有创见的学术论文,报道最新科研成果和学术动态,及时反映该领域的发展水平与发展方向。该刊面向全国,聘请了我国CAD与计算机图形学学术界的知识学者、专家参加刊物的编委会,具有权威性和代表性。

《计算机辅助设计与图形学学报》被定为我国计算技术、计算机类核心期刊。美国工程索引EI已于1996年起收录本刊。

《计算机辅助设计与图形学学报》从1999年起改为大16开,双月刊,96页。

邮发代号:82-456 定价:16.00元/期

邮政编码:100080 联系地址:北京 中国科学院计算技术研究所 《计算机辅助设计与图形学学报》编辑部

电话:(010) 62565533-5667