第 3 卷 第 6 期
1998 年 6 月

中国图象图形学报
Journal of Image and Graphics

Vol. 3, No. 6
Jun. 1998

基于预测模型的分形图象压缩编码方法*

陈晓　朱耀庭　朱光喜

（华中理工大学电信系，武汉　430074）

摘　要　给出了一个基于 $\rho^{|r|}$ 图象模型的预测模型，用来预测分形图象编码中图象子块编码匹配成功的可能性以及匹配搜索空间的有效范围。并以此模型为根据提出一种基于预测模型的分形图象压缩编码方案，大大减少了分形图象编码中不必要的尝试匹配搜索计算。实验结果表明该方案能够有效提高分形图象的编码速度，具有很高的实用价值。

关键词　分形图象编码，图象编码，分形，迭代函数系统

1　引　言

分形图象压缩编码是一种利用图象局部与整体，局部与局部之间的自相似性来进行图象压缩的新方法，其目的就是要消除这种图象数据的自相似性冗余。分形图象压缩的主要理论基础是迭代函数系统(IFS)理论和拼贴定理(Collage Theorem)[1,2]。IFS 系统实际上是指完备的度量空间上的一组压缩变换 ω_i: $X\to X$ 的集合 $W(\cdot)=\bigcup\limits_i \omega_i(\cdot)$。根据拼贴定理[3]，存在唯一的 $X_w\subset X$，使得$\forall$ $X_0\subset X$，有 $X_w=W(X_w)=\lim\limits_{n\to\infty}W^{\circ n}(X_0)$，其中 $W^{\circ n}(X_0)$表示对 X_0 的 n 次迭代运算。称 X_w 为该 IFS 的吸引子或不变集。分形图象压缩所要解决的问题就是当把被压缩的图象作为吸引子时如何得到 IFS 参数。实际应用中我们取 ω_i 为仿射变换

$$\omega_i\begin{pmatrix}x\\ y\\ f(x,y)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_i & b_i & 0\\ c_i & d_i & 0\\ 0 & 0 & s_i\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ f(x,y)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}e_i\\ f_i\\ O_i\end{pmatrix}\tag{1}$$

将图像 f 分成 $B\times B$ 的小块，称为值域块 R_i，而称图象中 $D\times D$ 的子块 D_i 为定义域块($D>B$)。对每个值域块 R_i 进行编码时需要寻找一个与其相似的定义域块 D_i 和一个压缩映射 ω_i，使得 D_i 上的图象经 ω_i 映射后与 R_i 上的图象误差(按某种测度)最小。所有值域块$\{R_i\}$所对应的压缩映射集合$\bigcup\omega_i$ 便构成一个 PIFS(Partitioned Iterated Function System)，这个 PIFS 的所有参数就是图象 f 的分形码[4]。文献[3～5]给出了具体的自适应分形图象编码方案，其中由于定义域到值域块的匹配搜索过程耗时巨大，导致了编码速度很低。并且该编码方案存在以下问题：

(1) 由于自适应编码方案是采取一种尝试匹配的方法，及如果大的子块不能找到满足误差容限的匹配定义域块时，再分为小的子块进行匹配搜索，这样每一小的子块必须经过上一级大的子块的匹配尝试过程，而这一过程相对编码来说是一种时间上的浪费。当图象编码误差容限要求很严时，这种时间上的浪费就更加严重。因而有必要建立一个预测模型，对每一个大的 R_i 块能否找到与之匹配的定义块 D_i 作有效预测，以减少不必要的尝试匹配。

(2) 现有的编码方案中，定义域空间 Ω 一般取得较大，使得编码速率大大降低。如何合理地确定 Ω 的范围也是一个提高分形图象编码速度的一个关键因素。

基于以上 2 点考虑，建立了一个基于 $\rho^{|r|}$ 模型图象的预测模型用来对图象子块 R_i 的匹配成功的可能性作出有效预测，同时也给出了一个确定 D_i 空间

* 国家自然科学基金(No. 69672014)国家“九五”重点科技项目资助
收稿日期：1997-05-26；收到修改稿：1997-07-14

Ω 范围的一个数学模型，成功地解决了上述问题。

2　分形图象编码误差模型

将图象 f 分为互不重叠的 $B_i \times B_i$ 个象素的方块 $\{R_i\}$，为方便起见，由式(1)定义的压缩映射可以改写为：

$$\begin{cases} v_i(x,y) = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \end{pmatrix} \\ \omega_i(f) = \omega_i(x,y,f(x,y))^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{2}$$

式中映射 v_i 决定了位置，比例等几何关系，而 ω_i 决定了灰度变换关系。D_i 上的图象经 ω_i 映射后与 R_i 上图象的均方误差 $error_i$ 定义为：

$$error_i = \frac{1}{B_i^2}\sum_{(x,y)\in R_i}(f(x,y) - s_i f(v_i^{-1}(x,y)) - o_i)^2 \tag{3}$$

式中 $v_i^{-1}(x,y) \in D_i$，$(x,y) \in R_i$；v_i^{-1} 为 v_i 的逆映射。给定 R_i 和 D_i，利用最小方差准则，可以求得使 $error_i$ 最小的 s_i 和 o_i 为：

$$\begin{cases} s_i = \dfrac{r_{R_iD_i}}{\sigma_{D_i}^2} \\ o_i\ \overline{f_{R_i}} - s_i\ \overline{f_{D_i}} \end{cases} \tag{4}$$

式中

$$r_{R_iD_i} = \frac{1}{B_i^2}\sum_{(x,y)\in R_i}[(f(x,y) - \overline{f_{R_i}}) \times (f(v_i^{-1}(x,y)) - \overline{f_{D_i}})] \tag{5}$$

$$\sigma_{D_i}^2 = \frac{1}{B_i^2}\sum(f(v_i^{-1}(x,y)) - (\overline{f_{R_i}})^2 \tag{6}$$

而 $\overline{f_{R_i}}$，$\overline{f_{D_i}}$ 分别为 R_i 和 D_i 上的平均灰度值。由式(3)，(4)可得到相应的误差最小值为：

$$\min\_\ error_i = \sigma_{R_i}^2\left[1 - \frac{r_{R_iD_i}^2}{\sigma_{R_i}^2\sigma_{D_i}^2}\right] \tag{7}$$

式中 $\sigma_{R_i}^2$ 为 R_i 上的图象灰度值方差，$\dfrac{r_{R_iD_i}}{\sigma_{R_i}\sigma_{D_i}}$ 为 R_i 和 D_i 的相似系数，记为 α_i。α_i 又称为 R_i 的自相似系数，它是 R_i 的确定自相似性的定量描述。显然有 $0 \leqslant |\alpha_i| \leqslant 1$，由式(7)可以看出 α_i 是决定匹配误差的一个重要参数。在误差容限 ε 下，R_i 与 D_i 匹配成功的条件可表述如下：

$$\alpha_i^2 \geqslant 1 - \frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2} \tag{8}$$

由式(8)可以得到以下结论：

推论 1　$\sigma_{R_i}^2$ 越小，R_i 与 D_i 匹配成功的可能性越大。$\sigma_{R_i}^2$ 表现了子块 R_i 内的灰度变化剧烈程度，这说明图象子块内灰度变化越平缓，R_i 与 D_i 匹配成功的可能性越大。

推论 2　α_i^2 越大，R_i 与 D_i 匹配成功的可能性越大。

3　匹配预测模型的建立

取定义域子块 D_i 的大小为 $B_i \times B_i$，则有满足 $\rho^{|r|}$ 图象模型的图象子块 R_i 的自相似系数 α_i 的数学期望为[5]：

$$\bar{\alpha}_i = E[\alpha_i] = \frac{1}{B_i^2}\sum_{x=-B_i/2}^{B_i/2}\ \sum_{y=-B_i/2}^{B_i/2}\rho^{|x+r_x|}\rho^{|y+r_y|} \tag{9}$$

式中，$0<\rho<1$，一般 ρ 的数值在 0.9～0.98 之间。式中 r_x, r_y 为值域块与定义域块中心位置的坐标差；显然 $|r| = |r_x| + |r_y|$ 为 R_i 与 D_i 的中心距离。由式(11)可知 $\bar{\alpha}_i$ 是 r_x, r_y 和 B_i 的函数，并有以下结论：

推论 3　$|r_x| = |r_y| = 0$ 时，$\bar{\alpha}_i$ 有最大值。

推论 4　R_i 与 D_i 的中心距离 $|r| = |r_x| + |r_y|$ 越小，它们越相似，即它们之间匹配成功可能性越大，反之当 $|r| = |r_x| + |r_y|$ 越大，及 $\bar{\alpha}_i$ 越小，R_i 与 D_i 的匹配成功的可能性越小。

推论 5　$\bar{\alpha}_i$ 随 B_i 增大而减小。表明小值域块比大值域块更容易找到与其相似的定义域块。

由推论 1 和推论 2 可知，决定 R_i 匹配成功与否的关键因素为 $\sigma_{R_i}^2$，α_i^2，由式(9)和推论 3 可知 R_i 自相似系数的数学期望的最大值为：

$$\bar{\alpha}_{i_{\max}}(r_x = 0, r_y = 0) = \frac{1}{B_i^2}\sum_{x=-B_i/2}^{B_i/2}\ \sum_{y=-B_i/2}^{B_i/2}\rho^{|x|}\rho^{|y|} = \frac{4(1-\rho^{B_i/2})^2}{B_i^2(1-\rho)^2} \tag{10}$$

由上式和式(7)可知，在误差容限和子块方差一定的情况下，$\bar{\alpha}_{i_{\max}}$ 决定了 R_i 能否找到与之对应的定义域块 D_i。由推论 3，4 我们有以下结论：

结论 1　$(\bar{\alpha}_{i_{\max}})^2 < 1 - \dfrac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2}$ 当时，R_i 在误差容限 ε 下不可能找到与之匹配的定义域块 D_i。

结论 2　当 $(\bar{\alpha}_{i_{\max}})^2 \geqslant 1 - \dfrac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2}$ 时，R_i 在误差容限 ε 下，在一定大小的定义域搜索范围内可以找到与之匹配的定义域块 D_i。

由推论 4 我们知道当 $|r| = |r_x| + |r_y|$ 增加时，$\bar{\alpha}_i$ 会减小，这样利用结论 2 的条件我们可以确定一个最大的 $|r| = |r_x| + |r_y|$ 作为定义域搜索范围，其中

$|r|$满足条件$(\bar{\alpha}_i)^2 \geqslant 1-\frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2}$。由于由$|r|$得到的搜索范围为一圆形邻域,为方便起见取定义域搜索范围为一矩形域$|r_{x_{\max}}| \times |y_{x_{\max}}|$,其中$|r_{x_{\max}}|$和$|r_{y_{\max}}|$是$|r_x|$和$|r_y|$满足$(\bar{\alpha}_i)^2 \geqslant 1-\frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2}$条件的最大可能取值。由式(9)和 $0<\rho<1$ 可知有以下不等式成立:

$$\bar{\alpha}_i = E[\alpha_i] = \frac{1}{B_i^2}\sum_{x=-B_i/2}^{B_i/2}\sum_{y=-B_i/2}^{B_i/2}\rho^{|x+r_x|}\rho^{|y+r_y|} \geqslant$$

$$\frac{1}{B_i^2}\sum_{x=-B_i/2}^{B_i/2}\sum_{y=-B_i/2}^{B_i/2}\rho^{|x|}\rho^{|y|}\rho^{|r_x|}\rho^{|r_y|} = \rho^{|r_x|}\rho^{|r_y|}\bar{\alpha}_{i_{\max}}$$

利用上式和结论 2,我们可得到$|r_x|$和$|r_y|$的最大值$|r_{x_{\max}}|$和$|r_{y_{\max}}|$应满足下列等式:

$$\begin{cases} (\bar{\alpha}_{i_{\max}})^2 \cdot \rho^{2|r_{x_{\max}}|} = 1-\frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2} \\ (\bar{\alpha}_{i_{\max}})^2 \cdot \rho^{2|r_{y_{\max}}|} = 1-\frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2} \end{cases} \tag{11}$$

这样我们可以得到以下重要结论:

结论 3　当$(\bar{\alpha}_{i_{\max}})^2 \geqslant 1-\frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2}$时,$R_i$ 在误差容限 ε 下,在由式(11)定义的定义域搜索范围$|r_{x_{\max}}|$,$|r_{y_{\max}}|$内可能找到与之匹配的定义域块 D_i。

4　基于预测模型的分形图象压缩编码方案

设图象符合 $\rho^{|r|}$模型,那么利用结论 1,2,3,我们可以采用如下基于预测模型的分形图象编码方案以大大减少运算量,提高编码速度。

(1) 设置误差容限 ε,规定最大的定义域块的搜索范围 Ω,设最小的值域块为 $B_{\min}=4$;

(2) 将待编码图象分为 16×16 个象素的互不重叠的子块,并对每一子块按照下列步骤进行编码:

(3) 对每一子块 R_i,计算其方差 $\sigma_{R_i}^2$,比较$(\bar{\alpha}_{i_{\max}})^2$与$1-\frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2}$的大小,

若$(\bar{\alpha}_{i_{\max}})^2 < 1-\frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2}$时,$R_i$ 不可能找到与之匹配的定义域块 D_i,转到步骤(5);

若$(\bar{\alpha}_{i_{\max}})^2 \geqslant 1-\frac{\varepsilon}{\sigma_{R_i}^2}$时,$R_i$ 可在一定范围内寻找到与之匹配的定义域块 D_i,转(4)。

(4) 根据式(11)求出$|r_{x_{\max}}|$和$|r_{y_{\max}}|$,在$|r_x|<|r_{x_{\max}}|$和$|r_y|<|r_{y_{\max}}|$范围内,按$|r_x|$和$|r_y|$由小到大的次序顺序选取 Ω 中的 D_i,并根据(4)～(7)式计算相应的仿射变换系数 s_i, o_i 及min_err_i,搜索求取使min_err_i 最小的最佳定义域匹配块 D_{best},如对应的$min_err_i<\varepsilon$,则记录 B_i, r_x, r_y,和相应的 s_i, o_i 等信息,当前块编码完毕。转到步骤(6)。若 D_{best}对应的$min_erri<\varepsilon$,且 $B_i>B_{\min}$,则转到(5);否则,若 $B_i=B_{min}$,则记录 D_{best}对应的有关信息。

(5) 若 $B_i=B_{\min}$,在 Ω 内搜寻与 R_i 的最佳匹配 B_{best},记录对应的 s_i, o_i, r_x, r_y, B_i 等信息。当前块编码完毕转到(6);若 $B_i>B_{min}$,将 B_i 分为 4 个大小相同,互不重叠的子块,按(3)～(5)中的方法进行编码。

(6) 若所有的 16×16 块都编码完毕,则结束编码过程。

5　实验结果及分析

通过对 256×256 大小 256 灰度 3 幅标准图象进行对比实验的结果(见表 1 及图 1)表明,基于预测模型的分形图象压缩编码速率大大提高。实验采用 Visual C++编程,在 P166 的联想微机 Windows 95 平台上运行,预测算法中 ρ 取 0.94,最大搜索空间 Ω 大小为 8×8。编码分块信息 B_i 用 2 比特记录,r_x, r_y 用 6 比特记录,s_i, o_i 用 2 个字节记录。

综合表 1 中的实验结果,我们可以看出对于满足 $\rho^{|r|}$模型的图象,本文提出的预测模型和编码方法能够大大减少了不必要的匹配计算,显著提高了编码速度,具有一定的实用价值。同时我们通过实验结果分析,我们发现由于本预测模型是依赖于图象模型的,因而对一些不能与 $\rho^{|r|}$模型很好符合的图象部分,预测的准确性将受到一定程度的影响,从而影响到了解码图相的压缩比,信噪比;另外 ρ 的取值对于不同图象是有一定差别的,这也是影响本编码方案的效率的一个因素。由于篇幅关系对这些工作我们暂不介绍,具体内容我们将在后继的文章中给出。

表 1 对比实验结果

图象名	无预测编码时耗(s)	预测编码时耗(s)	无预测编码压缩比(倍)	预测编码压缩比(倍)	无预测 PSNR	预测 PSNR
老人头	20.93	7.31	20.4	18.2	31.23	31.27
Lenna	29.64	12.42	10.48	10.42	26.92	27.02
house	34.92	13.13	7.79	9.71	26.79	26.73


(a)老人头原始图象


(b)不采用预测模型恢复图象


图(c)采用预测模型方法恢复图象


(d) lenna 原始图象


(e)不采用预测模型恢复图象


(f)采用预测模型方法恢复图象


(g)house 原始图象


(h)不采用预测模型恢复图象


图(i)采用预测模型方法恢复图象

图 1

参 考 文 献

1 Barnsley M F, Demko S. Iterate function systems and the global construction of fractals. Proc Roy Soc, London: 1985, A399: 243～275.

2 Barnsley M F, Errin V, Hardin D, Lancaster J. Solution of an inverse problem for fractals and other sets. Proc Nat Acad Sci 1986, 83: 1975～1977.

3 Fisher Y. Fractal Image Compression-Theory and Application. New York: Springer-Verlag, 1995.

4 Jacquin A E. A novel fractal block-coding technique for digital images. ProcIEEE Int Conf on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1990, 2225～2228.

5 张正炳等. 基于近距自相似模型的分形图象编码方法. 通信学报, 1997, 18(2): 29～34.

陈　晓　1988 年就读于华中理工大学少年班，1993 年毕业于华中理工大学物理系获学士学位，1995 年获华中理工大学理学硕士学位，同年保送入华中理工大学电子与信息工程系攻读博士学位。主要研究领域：计算机图象处理，多媒体通信，计算机网络应用。

朱耀庭　1939 年生,1961 年毕业于华中工学院,1986 年晋升教授,曾任华中理工大学副校长。现为博士导师,目前从事数字图象处理,计算机视觉,电子设备故障诊断专家系统等研究工作,在国内外发表论文 100 多篇,兼任湖北省通信学会副理事长,中国通信学会图象通信委员会副主任,国家教委科技委员会副主任。

朱光喜　1945 年生,1969 年毕业于华中工学院(华中理工大学),现为华中理工大学电子与信息工程系教授,任电子与信息工程系主任,长期从事计算机图象,图形处理,多媒体通信等领域的工作,获得多项研究成果,在国内外发表论文近百篇,现主要从事 CSCW,数字电视,多媒体通信等工作。

Fractal Image Coding Method Based on Prediction Model

Chen Xiao , Zhu Yaoting, Zhu Guangxi

(*Huazhong University of Science and Technology, Wuhan* 430074)

Abstract　A prediction model is proposed to predict the matching possiblity of the block in fractal image coding. We apply this model in fractal image coding to reduce the redundant matching calcaulation. Experimental results indicate that it can greatly increase the speed of fractal image coding by this way.

Keywords　Fractal image coding, Image coding ,Fractal,Iterated function system

---

VTEL 在广东省宽带 ATM 网远程教学/远程医疗项目中进展顺利

VTEL 美国视讯公司代理商——北京市摩联多媒体电信技术有限责任公司(以下简称 BML)于 1997 年 1 月与广东省邮电管理局签署了广东省 ATM 网一期远程医疗及远程教学项目合同。目前该合同选用的是 VTEL 美国视讯公司的产品。包括 TC2000 和 FRED,在 1997 年 9 月均已顺利通过终验验收。在此项目实施过程中,BML 提供了优质的售后服务支持,同时亦为广东省宽带数据通信实用实验网的建设发展做出了自己最大的贡献,其中包括“97 全国信息化工作会议”以及“辉煌五周年”等大型政治活动。广东邮电管理局规划引进处处长陈常娟特为 BML 发来贺电。

凭着 BML 良好的信誉和售后技术支持,1997 年 12 月 18 日,广东省邮电管理局与 BML 再度签约:广东省 ATM 二期远程医疗网再次引进 VTEL 的智能多媒体视讯会议系统。在不到一个月的时间里,BML 以最快的供货速度组织设备到货、验收,保证了广东省局的 1 月 23 日的“ATM 宽带网商用化新闻发布会”顺利召开。目前所有广东省远程教学与远程医疗二期网中的 VTEL 设备,包括多点控制单元 MCU-II、SmartLink 以及 TC2000/HS2000 均顺利通过初验验收。