

# 图象模糊点扩散函数的求解

陈朝阳 张桂林 张天序

(华中理工大学图象识别与人工智能研究所, 图象信息处理与智能控制国家教委开放实验室, 武汉 430074)

**摘要** 给出了一种求解图象模糊点扩散函数的实用方法。成像系统在远处和在近处对同一景物所成的两幅图象, 远处像比近处像模糊, 图象模糊点扩散函数描述了从近处像中求解远处像的转换关系。针对求解过程中的数学病态性, 采用高斯函数约束枚举法进行正则化约束计算。实验表明, 该方法具有抗噪声干扰能力强, 运算速度快等优点。

**关键词** 图象模糊 点扩散函数 数学病态性

## 0 引言

成像系统从景物中获取图象的过程是一个降质过程<sup>[1]</sup>, 当目标物与成像系统发生相对位移时, 成像系统对于远处景物的降质比对近处景物的降质更严重, 反映在数字图象上, 成像系统在远处和在近处对同一景物所成的2幅图象, 远处像比近处像模糊。本文的研究是基于目标物沿成像系统光轴方向由近及远的运动这一假设的, 并定义了描述近处像与远处像之间的转换关系的图象模糊点扩散函数(简称IBPSF)。IBPSF的推导是一个求解光学成像的逆过程, 它常常表现出数学病态性<sup>[2]</sup>。本文采用高斯函数约束的枚举法求解IBPSF, 并对典型汽车和建筑物的远、近处可见光图象进行了实验研究。

## 1 IBPSF的定义

假定成像系统对近处、远处成像时可分别视为线性位移不变, 成像过程对景物的降质可以用点扩散函数表达。近处像 $g_1(x, y)$ 和远处像 $g_2(x, y)$ 可分别表示为: $g_1(x, y) = p(x, y) * h_1(x, y)$ ,  $g_2(x, y) = p(x, y) * h_2(x, y)$ , 式中, \*表示卷积操作,  $x, y$ 表示二维坐标, 且 $0 \leq x < N$ ,  $0 \leq y < N$ ,  $p(x, y)$ 是实际景物,  $h_1(x, y)$ 是近处成像点扩散函数,  $h_2(x, y)$ 是远处

成像点扩散函数。

如图1所示, 远处像是近处像经过一个线性不变系统的模糊函数作用后输出的结果。此模糊函数 $h_3(x, y)$ 就是本文定义的IBPSF, 其数学表达式为:

$$g_1(x, y) \cdot h_3(x, y) = g_2(x, y) \quad (1)$$

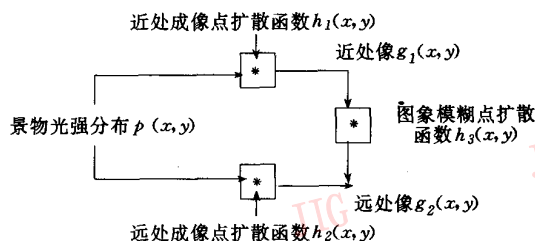


图1 远处像和近像的转换关系

## 2 IBPSF的计算方法

### 2.1 正则化约束计算方法

用矩阵公式表示式(1)为

$$[g_{1BT}] \cdot h_3 = g_2 \quad (2)$$

式中 $[g_{1BT}]$ 是 $g_1(x, y)$  ( $0 \leq x < N, 0 \leq y < N$ )的一个 $N^2 \times N^2$ 大小的 Toeplitz 块矩阵,  $g_2$ 和 $h_3$ 分别是 $g_2(x, y)$ 和 $h_3(x, y)$ 的按列排列的矢量。

不考虑远处像和近处像中的噪声影响, 可直接

用矩阵求逆的方法从式(2)中求解出  $h_3(x, y)$ 。实际的  $g_1(x, y)$  和  $g_2(x, y)$  总是存在噪声的, 若此时仍按上述方法求解  $h_3(x, y)$ , 便会出现数学病态问题<sup>[2]</sup>; 对同样的近、远处图象, 当加上很少的噪声时, 求解出的  $h_3(x, y)$  差别很大。

正则化约束计算方法<sup>[2,3]</sup>是解决这个问题的一条出路。考虑对式(2)进行正则化约束, 使  $E(g_{3s}) = \|[g_{1BT}] \cdot h_{3s} - g_{2s}\|^2 + \lambda \|[C] \cdot h_{3s}\|^2 = \min$  (3) 成立的  $h_{3s}$ , 即为 IBPSF 的正则化约束解。式中  $[C]$  是一个矩阵, 其作用是使上式中第二项最小,  $\lambda$  是一个可调整大小的参数。如果  $\lambda$  较大, 则由式(3)得到的  $h_3(x, y)$  更接近于某一类预定的数学函数, 即式(3)的第二项作用大, 如果  $\lambda$  较小, 则求出的  $h_3(x, y)$  更接近于最小二乘法直接应用到  $g_1(x, y)$  和  $g_2(x, y)$  上产生的结果, 即式(3)的第一项作用大。文献[3]采用了二次约束的正则化方法求解式(3)中的  $h_3(x, y)$ , 预先假设  $h_3(x, y)$  是一个二次型函数:

$$h_3(x, y) = a(x^2 + y^2) + b \quad (0 \leq x < M, 0 \leq y < M) \quad (4)$$

把式(4)代入式(3)中求出参数  $a$  和  $b$ , 即可得到  $h_3(x, y)$ 。

从理论上讲, 从远处像和近处像中求解  $h_3(x, y)$ , 高斯约束是一个比二次约束更为合理的假设。由于二次函数只是高斯函数泰勒展开的一次近似, 而且只在零点附近比较接近高斯函数, 因此对模糊作用较大的卷积模板, 即式(4)中的  $M$  较大时, 二次约束方法求解  $h_3(x, y)$  误差较大。

## 2.2 高斯约束的枚举法

假设具有低通滤波效果的 IBPSF 具有高斯函数的形式:

$$h_3(x, y) = h_{\max} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} \quad (0 \leq x < M, 0 \leq y < M) \quad (5)$$

其中  $\sigma$  是高斯分布的标准差,  $M$  是  $h_3(x, y)$  的自变量范围,  $h_{\max}$  是一个与  $\sigma$  有关的常数。

如果  $g_1(x, y)$  和  $g_2(x, y)$  的均值之比为一个常数  $R$ , 则依据公式(1)和(5), 可得出  $h_{\max}$ ,  $\sigma$  和  $R$  的函数关系:  $R = \frac{\int_0^{M-1} \int_0^{M-1} h_3(x, y) dx dy}{\int_0^{M-1} \int_0^{M-1} h_3(x, y) dx dy}$ , 即:  $R = 2\pi h_{\max} \sigma^2$

因此  $h_{\max}$  与  $\sigma$  的函数关系可表达为  $h_{\max}(\sigma) = \frac{R}{2\pi\sigma^2}$ , 代入式(5)得:

$$h_3(x, y) = \frac{R}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} \quad (0 \leq x < M, 0 \leq y < M) \quad (6)$$

根据高斯分布的“ $3\sigma$  规则”,  $h_3(x, y)$  的自变量范围大小  $M$  与  $\sigma$  有关, 即:  $M = 6\sigma + 1$ 。

由此可知, 式(6)表示的  $h_3(x, y)$  中的唯一未知参数是  $\sigma$ , 将对应每一个  $\sigma$  值的  $h_3(x, y)$  代入误差函数:  $E(\sigma) = \|g_1(x, y) * h_3(x, y) - g_2(x, y)\|^2$ , 对于一系列的  $\sigma$  值, 存在对应的一组  $E(\sigma)$  值, 从这组  $E(\sigma)$  值中, 找出  $E(\sigma)$  值最小的  $\sigma_{\min}$  值, 把  $\sigma_{\min}$  值代入式(5)中即为所求的  $h_3(x, y)$ 。

应该指出, 高斯约束的枚举法实际上就是一种正则化约束方法, 此方法的特殊之处是其约束体现在模板的产生上, 而不是体现在误差函数  $E$  上, 因此该方法可以加上任意的约束而不会产生计算的病态性。

## 3 实验结果

首先对人工合成的2幅图象求解 IBPSF, 其目的是检验算法的合理性和对噪声的敏感性; 然后对自然景物的两幅图象求解 IBPSF。

### 3.1 人工合成模糊图象的求解

(1) 把标准人像 girl 作为近处像, 其图象像素尺寸为  $64 \times 64$ , 如图2所示;

(2) 设高斯模板的标准差为  $\sigma$ , 按公式(6)计算高斯模板, 对 girl 进行卷积运算, 并叠加标准差  $\sigma_N$  的高斯噪声, 得到远处像 fargirl;

(3) 以 girl 为近处大像, fargirl 为远处小像采用枚举法求解高斯模板的标准差  $\hat{\sigma}$ ;

(4) 计算实际值  $\sigma$  与计算值  $\hat{\sigma}$  的差别:  $\Delta\sigma = \|\sigma - \hat{\sigma}\|$ ;

(5) 重复(2)(3)计算  $N$  次, 每次由于高斯噪声的随机性, 计算出不同的  $\hat{\sigma}$  值, 并以  $N$  次计算误差的均方根作为算法性能度量:  $D = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta\sigma(i)}$ 。

当  $N = 30$  时, 合成模糊图象的模糊函数求解结果如表1所示。实验结果表明: 高斯约束的枚举法具有很好的抗噪声能力。



图2 人像 girl

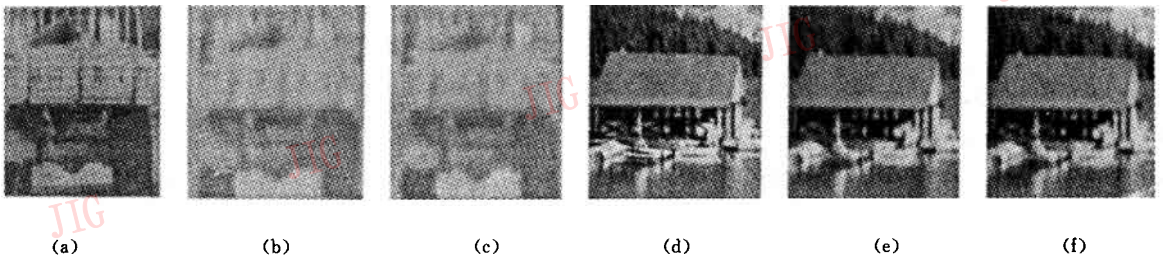
表1 变化 $\sigma$ 高斯模板的计算误差 $D$ 随所加高斯噪声强度 $\sigma_N$ 的分布

$\sigma_N$	$\sigma$		
	0.6	1.0	1.4
2.0	0.004 472	0.013 416	0.005 774
7.0	0.010 646	0.021 134	0.018 797
12.0	0.035 496	0.032 965	0.029 777
20.0	0.059 386	0.037 859	0.044 721

### 4.2 自然模糊图象的求解

摄像机对自然景物拍摄的近处图象的尺寸比远

处像要大,本文不考虑这种图象尺寸的变化,本实验预处理工作包括了近处像的缩小和近、远处像间的位置配准等.图3表示了一组实验结果,图3(a)为实际近处汽车清晰像,图3(b)为实际远处汽车模糊像,图3(g)为从图3(a)和图3(b)中计算出的 IBPSF,图3(c)为用图3(g)表示 IBPSF 与图3(a)作卷积而得的人工远处汽车模糊像.图3(d)为实际近处建筑物清晰像,图3(e)为实际远处建筑物模糊像,图3(h)为从图3(d)和图3(e)中计算出的 IBPSF,图3(f)为用图3(h)表示 IBPSF 与图3(d)作卷积而得的人工远处建筑物模糊像.



0.000 020	0.000 243	0.001 080	0.001 772	0.001 080	0.000 243	0.000 020
0.000 243	0.002 959	0.013 153	0.021 592	0.013 153	0.002 959	0.000 243
0.001 080	0.013 153	0.058 463	0.095 973	0.058 463	0.013 135	0.001 080
0.001 772	0.021 592	0.095 973	0.157 547	0.095 973	0.021 592	0.001 772
0.001 080	0.013 153	0.058 463	0.095 973	0.058 463	0.013 153	0.001 080
0.000 243	0.002 959	0.013 153	0.021 592	0.013 153	0.002 959	0.000 243
0.000 020	0.000 243	0.001 080	0.001 772	0.001 080	0.000 243	0.000 020

(g)

0.000 000	0.000 001	0.000 021	0.000 052	0.000 021	0.000 001	0.000 000
0.000 001	0.000 156	0.002 679	0.006 780	0.002 679	0.000 156	0.000 001
0.000 021	0.002 679	0.046 158	0.116 806	0.046 158	0.002 679	0.000 021
0.000 052	0.006 780	0.116 806	0.295 586	0.116 806	0.006 780	0.000 052
0.000 021	0.002 679	0.046 158	0.116 806	0.046 158	0.002 679	0.000 021
0.000 001	0.000 156	0.002 679	0.006 780	0.002 679	0.000 156	0.000 001
0.000 000	0.000 001	0.000 021	0.000 052	0.000 021	0.000 001	0.000 000

(h)

图3 典型汽车和建筑物的远、近处图象及其 IBPSF

实验结果表明,本文提出的高斯函数约束枚举法具有抗噪声干扰能力强,运算速度快等优点,是求解 IBPSF 的一种实用而有效的方法.

### 参考文献

- 1 孙仲康,沈振康. 数字图象处理及其应用. 北京:国防工业出版社,1985.
- 2 Bertero M, Poggio T A. Ill-Posed problems in early vision. Proc. IEEE, 1988, 76(8):11~34.

- 3 Ens J, Lawrence P. An Investigation of Methods for determining Depth from Focus. IEEE Trans on PAMI, 1993, 15(2):97~107.



陈朝阳 1968年生,讲师,华中理工大学图象所,主要研究方向为计算机图象处理软件系统、成像机理与被动测距,成像制导算法与系统,算法评估方法与系统,人脸识别方法与系统等.



**张桂林** 1944年生,教授,华中理工大学图象所,主要研究领域包括电视跟踪系统,ATR 算法性能评估,目标识别与跟踪,红外成像跟踪系统,人脸识别系统等。

**张天序** 1947年生,华中理工大学图象所所长,教授,博士生导师,中国人工智能学会计算机视觉与智能控制学会理事,国际应用人工智能协会会员。主要研究领域包括智能图象信号与分析、成像与计算机视觉应用,智能控制与制导。

## A Solution for Image Blurring Point Spread Function

Chen Zhaoyang, Zhang Guilin, Zhang Tianxu

(Inst. for Pattern Recognition & AI, HUST, Wuhan 430074)

**Abstract** A practical solving method for blur point spread function of two image is proposed. In the two images that are taken for the same scene in the far space and in the near space, the far one is more blurred than the near one. The blurring point spread function expresses the relationship of two images transforming. Regarding the ill-posed problems, a regulation method is given by enumerating gauss function. This method can be accomplished rapidly with the high noise condition. The experimental results are given in detail.

**Keywords** Image blurring, Point spread function, Ill-posed problems

(上接119页)

长期以来,康柏公司一贯积极支持和参与中国的信息化建设,一直是中国电子商务发展的生力军,倾力帮助中国政府机构和工商企业逐步进入电子商务进程。康柏积极参与了海南省信息智能岛的建设计划,为该省的电子商务基础设施贡献力量;成功地将全球领先的电子商务解决方案应用于中国商品交易中心,该中心已形成覆盖全国的电子化贸易网络;与广东省邮电管理局开始共同建立电子商务技术开发中心;又将与中国人民银行合作创立银行模拟实验中心。此次对“政府上网工程”,康柏更是不遗余力,特别赞助了用于各部委 DNS 及 WWW 的服务器,并将为此项工程提供最完善的解决方案和最周密细致的支持服务。为此,“政府上网工程”组委会特别感谢康柏公司对此项工程的大力支持。

政府上网,意义重大。这项跨世纪工程有利于推动各级政府部门为服务于社会的公共资源的组织和应用上网,提高政府部门的办公效率;同时必将带动国内信息产业的繁荣发展,为 IT 界的企业如 ISP/ICP、软件厂商等创造难得的发展机遇。康柏将全力以赴支持政府上网工程,积极与中国电信、国家经贸委经济信息中心、各级政府部门和相关单位合作,为此项工程取得圆满的成功做出努力。