

基于小波变换的分形预测图象编码方法

谢鑫 马争鸣

(中山大学电子系信息处理实验室, 广州 510275)

摘要 提出一种把小波图象编码与分形图象编码相结合的新的编码方法。图象经过小波分解后, 呈现出两种相似性: 一种是子图象本身的自相似性, 一种是同方向不同分辨率子图象之间的互相似性。利用第二种相似性, 也即利用低分辨率子图象对同方向高分辨率子图象进行分形预测编码。由于小波分解后低分辨率子图象的范围比高分辨率子图象的范围小一倍, 故该编码方法较一般的分形编码方法大大缩短了编码的时间; 就编码的效果而言, 该方法也比较令人满意。最后提供了在标准图象上的实验结果。

关键词 小波变换 多分辨率 分形图象编码

0 引言

分形图象编码^[1,2]和小波图象编码都是新的图象编码方法^[3], 它们的理论基础分别是分形几何和小波变换。近年来的研究表明, 小波变换作为一种广泛适用的工具, 也可以应用于分形几何的研究^[4,5], 就图象编码而言, 存在把分形图象编码与小波图象编码结合起来的可能和设想^[6,7]。必须指出的是, 一幅图象经过小波变换分解后, 有两种相似性可供利用。一种是子图象本身的自相似性, 也即编码时子图象作为一幅空间域的图象可以利用通常的分形图象编码方法单独进行图象压缩编码; 另一种是同方向不同分辨率的子图象之间的互相似性。本文提出的编码方法, 利用的是后一种相似性, 也就是利用低分辨率的子图象对同方向高分辨率的子图象进行分形预测编码。本文提供的理论分析和实验结果都表明, 这是一种行之有效的编码方法。

1 小波和分形图象压缩编码

1.1 Mallat 快速小波变换算法和小波基的选择

小波图象编码中广泛采用 Mallat 塔式快速小波变换^[3], 将一幅 $N \times N$ 大小的图象经过二维塔式快速小波变换分解后, 可以得到四幅大小为 $(N/2) \times (N/2)$ 的子图象: 低频模糊子图象、水平低通垂直带通子图象(主要反映水平方向的边缘信息)、水平带通垂直低通子图象(主要反映垂直方向的边缘信息)和水平带通垂直带通子图象(主要反映斜方向的边缘信息)。对低频模糊子图象可以利用塔式算法再次小波分解, 以此类推可实现图象的多级小波分解。同方向不同分辨率的子带图象的小波系数之间具有相似性^[8], 应该在图象的压缩编码中加以应用。

利用小波变换对图象进行压缩编码时, 不同种类小波基的选择对图象的压缩效果具有重要的意义。已构造的小波主要有样条小波, 正交小波, 双正交小波, 近年来出现了矢量小波。小波对应的滤波器(QMF)的特性与小波正则性有关, 小波正则性度数越高, 则滤波器带通特性越好, 但正则性度数越小, 越能刻划图象信号的边缘及突变位置, 所以用不同种类的小波基分解得到的子带图象其小波系数特性有很大差异。图象编码时采取合适的小波基, 能得到更好的图象压缩效果。

本文中的编码方法采用的是双正交小波, 首先

• 本文受到广东省自然科学基金项目(No. 960033)资助
收稿日期: 1998-05-07; 收到修改稿日期: 1998-08-24

是因为 Mallat 算法要求相应的 QMF 结构抽头数不能太多,否则计算量大且边界误差会影响图象的质量,故采用紧支集的小波如正交小波和双正交小波;而紧支正交小波不具有对称性,导致其滤波器不具有线性相位,小波变换时用通常的周期循环扩展的方法处理边界数据将使反变换重建图象时产生所谓的振铃现象,而使用具有线性相位的小波滤波器时,可使用对称扩展的方法处理边界数据,避免上述问题。为了得到具有线性相位和紧支的小波,就必须牺牲正交性,具有这种特性的小波就是双正交小波^[9]。使用双正交小波时,非正交性的影响非常轻微,但仍具有最佳的图象重建特性。双正交小波的详细资料可参考文献^[9]。

1.2 分形图象压缩编码

分形编码的数学基础是迭代函数系统 IFS^[2] (Iterated Function System),相关的概念、定理有不动点定理,仿射变换,迭代函数系统 IFS,吸引子定理等。(参见文献[2]和[5])

将迭代函数系统的子映射定义域限制在图象的一个子块上,称为局部迭代函数系统,在局部迭代函数系统下,常用下列步骤实现分形编码:

(1) 将大小为 $M \times M$ 的原图象 G 分割成互不重叠,大小为 $B \times B$ 的方块 R_i , (称为 Range block),

且有 $\bigcup_{i=1}^m R_i = G$ 。

(2) 用大小为 $D \times D (D=2B, D$ 和 B 均为正整数)的截取窗口在原图象 G 上分别沿水平方向(步长为 δ_h)和垂直方向(步长为 δ_v)移动以形成 D_j (称为 Domain block),而 $\{D_j\}$ 形成搜索域。

(3) 对每一 Range block R_i ,在整个搜索域寻找与 R_i 最佳匹配的 D_j ,从而得到与 R_i 对应的映射 w_i (称为分形码), $W = \{w_i\}$ 就是所求的压缩映射。映射 w_i 通常包含:

- 几何变换 S_i , 完成从 Domain 块到 Range 块的 $D : B$ 空间压缩映射,通常用四点平均法。

- Massic Part T_i : $T_i(S_i G |_{D_j}) = L_m \times (\alpha_i(S_i G |_{D_j}) + \Delta g_i)$ 其中, L_m 矩阵对图象块完成如 y 轴对称, x 轴对称,旋转变换等^[2], α 是对比度因子, Δg 是亮度偏移因子。

因此得到 $w_j = T_i \circ S_j$, 相应的 Domain 块位置、 L_m 矩阵、 α 和 Δg 等数据构成分形变换码,对所有的 Range 块都找到最佳匹配 Domain 块,即满足 $d(G|_{R_i}, T_i \circ S_j(G|_{D_j})) = \text{最小}$ (通常 d 为最小均方误差

差 MSE), 得到的 $W = \{w_i\}$ 就是所求的图象的压缩映射。原图就是映射 $\{w_i\}$ 的近似不动点。解码时根据 $\{w_i\}$ 由任意一幅图象开始迭代,一般十几次后即可得到解码图象。

2 基于小波变换的分形预测编码方法

该算法首先对源图象多级分解(小波基采用双正交小波);接着在方向相同但分辨率不同的子带间分别构成 Domain 块和 Range 块;最后从低分辨率到高分辨率逐级进行编码。具体过程如下:

2.1 图象分解

采用 Mallat 的快速算法首先对原图象进行第 1 级分解,得到 4 幅子图象:低频子图象 LL^0 、水平低通垂直带通子图象 LH^0 、水平带通垂直低通子图象 HL^0 和水平带通垂直带通子图象 HH^0 。随后对 LL^0 子图象再次分解得到 $LL^{-1}, LH^{-1}, HL^{-1}$ 和 HH^{-1} 4 幅子图象。第 3 级分解类似地由 LL^{-1} 子图象分解得到 $LL^{-2}, LH^{-2}, HL^{-2}, HH^{-2}$ 4 幅子图象。以此递推,当得到 4 幅 16×16 的子图象时分解过程结束,以 512×512 的原图象为例,其分解结构图如下图所示:(箭头方向所指为图象的编码顺序)

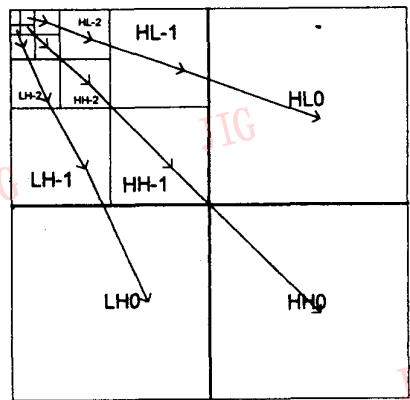


图 1 图象多级小波分解示意图

2.2 图象编码

左图中小波分解后得到的 5 级子图象分别以后缀 0 到 -4 表示,由于图表大小所限,后两级的图象名称未标明(大小分别为 32×32 和 16×16)。

4 幅 16×16 子图象是其它图象的预测编码的基础,为保证编码效果,仅将其简单地用 8bit 标量量化后保存。

在对图象大小由 32×32 到 256×256 的不同分辨率子带图象编码时,考虑到不同子带图象小波系数的差别,我们将待编码图象按照其小波系数的大小采用不同的级数均匀量化,再将其划分为非重叠的 Range 块。同时由与待编码图象方向相同但空间分辨率低一级的子带图象(也需先均匀量化,级数为相应 Range 块图象的两倍)构造出 Domain 块,对应不同大小的 Range 块有不同的 Domain 库。对待编码图象的每一个 Range 块 R_i ,寻找一个如下的变换式:

$$\hat{R}_i = S_i \times T_i(D_k) \quad \text{使得: } d(R_i, \hat{R}_i) = \min$$

其中: D_k 为某一 Domain 子块;

T_i 为某一仿射变换,这里为 Jacquin 文章^[2]中 8 种几何变换之一;

S_i 为灰度拉伸因子,取值随图象分辨率不同有所不同;

$d(\cdot)$ 为某种误差测度,本文采用的是 MSE。

和传统的分形变换相比,这里没有使用空间收缩和亮度变化算子,同时用于匹配的 Domain 块的大小与 Range 块相同。具体的编码过程如下所示:

32×32 子图象的编码

将一幅 32×32 的子图象划分为互不重叠的 4×4 大小的 Range 块,由相同方向上一级子图象(16×16)构成 Domain 库,按 Domain 块大小分为 4×4 和 2×2 两种,步长都取为 1。为避免误差扩散,构成 Domain 库的子图象是由上一步标量量化的结果反量化得到,而不是用小波分解得到的子图象。

设定 4×4 块的匹配门限值,当 4×4 Range 块在 4×4 Domain 库中找不到匹配很好的相似子块时,将 4×4 Range 块分为 2×2 的 4 个子块,从 2×2 Domain 库中继续寻找匹配子块。对 3 幅子图象重复上述步骤即完成 32×32 图象的编码。

64×64, 128×128, 256×256 子图象的编码

为避免误差扩散,编码 64×64 子图象前由上一步的编码结果解码恢复出同方向的 32×32 子图象构成 Domain 库($8 \times 8, 4 \times 4$ 和 $2 \times 2, 3$ 种),将待编码的 64×64 子图象先划分为 8×8 Range 块。当 8×8 的 Range 块匹配不好时,分为 4×4 子块继续匹配,若仍不能很好地匹配时,将 4×4 Range 块分为 2×2 子块继续匹配。对 3 幅 64×64 子图象重复上述步骤即完成 64×64 图象的编码。

对于 128×128 和 256×256 的子图象编码,完全可以采用类似的方法和步骤来完成。如果希望图

象的细节信息得到更好的保护,可以考虑对 Range 块编码后的残差图象再进行编码,如采用 DCT 变换后编码等方法。

本算法中相似块搜索采用简单的全搜索,一般一幅图象的编码时间需要近 5 分钟(实验平台为 Pentium166),如果引入较好的搜索算法(如 Y. Fisher 的四分树方法^[8]),有望大大缩短编码时间。

2.3 图象解码

首先反量化得到 16×16 的恢复子图象构成 Domain 库。由 32×32 子图象编码结果中对应的 X 和 Y 坐标值找到相应 Domain 块,再由前面所述的公式 $\hat{R}_i = S_i \times T_i(D_k)$ 得到相应的 \hat{R}_i 块值后,将其作为相应的 Range 块解码结果保存起来。所有 Range 块都恢复出来后即得到 32×32 恢复子图象。

以此类推,由 $n \times n$ ($n = 32, 64, 128$) 的恢复子图象构成 Domain 库,可以得到 $2n \times 2n$ 的恢复子图象。得到所有的子带恢复子图象后,进行小波反变换,即可得到重建图象。值得一提的是,和标准的分形解码方法相比,本方法中由于构成 Domain 块和 Range 块的小波系数并不在同一子图象中,因此解码时不能采用迭代的过程,这也相应提高了解码的速度。

3 实验结果

3.1 不同小波基的编码效果比较

本文提出的算法建立在图象的小波变换基础上,图象小波变换后系数的分布特性直接影响系统的编码效率,图象小波系数的分布特性不仅由原图象的内容决定,而且受变换所用的小波基的影响。可以说,小波基可能直接影响算法的编码效率,因而,本算法中小波基的选取是一个需要研究的问题。为了探讨这个问题,我们对本算法采用不同双正交小波基的性能进行了比较和分析。

首先对不同大小的子图象分别设定一组块匹配门限值,编码时当 Range 块和最佳匹配块的 MSE 仍大于给定匹配门限值时,该 Range 块被分为更小的 Range 块来编码。每一层中最小的 Range 块,如 32×32 中的 $2 \times 2, 128 \times 128$ 中的 4×4 ,不设匹配门限,即编码结果为最佳匹配块的相应参数。

选用四组双正交小波基 D9/7, Villa2, Villa4, Villa6 分别进行编码实验,原图象采用的是 512×512 的 LENA 和 GIRL 图象,灰度级为 256。实验结

果见表1(未采用熵编码)。

表1 不同小波基的编码结果比较

小波类型	滤波器长度	Lena 图象压缩结果			Girl 图象压缩结果		
		压缩后字节数	PSNR(dB)	压缩倍数	压缩后字节数	PSNR(dB)	压缩倍数
D9/7	9,7	6 243	30.22	41.99	6 008	31.48	43.63
Villa2	13,11	6 206	30.23	42.24	6 114	31.41	42.88
Villa4	5,3	6 449	29.89	40.65	6 112	31.25	42.89
Villa6	9,3	6 389	29.93	41.03	6 096	31.36	43.00

由表1可以看出,4种双正交小波基的编码效果相差不大,峰值信噪比相差最大不到0.4。滤波器长度对编码的效果有一定的影响,滤波器长度较长的小波基编码效果更好一些。综合考虑图象的压缩比和恢复图象的主客观质量,我们决定采用D9/7小波基做下面的门限值的比较实验。

3.2 不同门限值的编码效果比较

采用D9/7双正交小波基,用3组不同的匹配门限值对大小为 512×512 ,256级灰度的LENA和GIRL图象分别进行压缩实验。在门限值的选取上,主要按照递减的规律来选取,即对一子图象编码时,第2组相应块匹配门限值比第1组要小,第3组则比第2组更小。

利用上述的3组门限值对图象压缩的结果见表2(未采用熵编码)。

表2 3组门限值压缩效果比较

门限值组别	Lena 图象的编码效果			Girl 图象的编码效果		
	PSNR (dB)	压缩后的字节数	压缩倍数	PSNR (dB)	压缩后的字节数	压缩倍数
1	29.37	5 386	48.67	30.45	5 063	51.78
2	30.22	6 243	41.99	31.48	6 008	43.63
3	31.02	8 144	32.19	32.46	8 593	30.51

原图象和恢复图象的比较见图2、图3。(左上、右上、左下和右下分别为原图象、1、2和3组门限值压缩后恢复图象)

从表2,我们可以看到,当门限值逐渐减小时,图象压缩编码后的压缩倍数呈下降的趋势,同时恢复图象的峰值信噪比得到了相应的提高。这主要是因为:当门限值逐渐减小时,图象编码时大的Range块找到相应匹配的Domain块的概率减小,一些大的Range块必须分解成更小的Range块才能找到匹配的Domain块,从而导致编码效率的降低;同时由于



图2 Lena 图象实验结果比较



图3 Girl 图象实验结果比较

有很多小的Range块得到了匹配,图象的细节信息得到了更好的保护,因此恢复图象的峰值信噪比得到了提高。总的来说,用上述的压缩编码方法得到的

图象压缩效果还是比较令人满意的。

4 结论

(1) 通常的分形图象编码的理论基础是泛函分析中的不动点定理。对于一幅图象,要在图象空间中寻找一个压缩变换,使得这幅图象是这个压缩变换的不动点。存储或传输压缩变换当然要比存储或传输图象节省许多比特。但是,由于压缩变换的概念太广泛,难以进行有效的自动搜索,通常把压缩变换局限在仿射压缩变换上。由于自相似性常用仿射变换来描述,而自相似性又是分形几何的重要特征,所以,这种图象编码方法称为分形图象编码。本文提出的图象编码方法,与不动点定理毫无关系,解码时也无需迭代,因而在本质上是与通常的分形图象编码方法不同的另一种图象编码方法。

(2) 本文提出的方法与运动估值的块匹配方法有些类似。但是,运动估值的块匹配方法的依据是参考帧和预测帧之间的相关性,而本文方法的依据是同方向不同分辨率的子图象之间的自相似性。在操作上,本文方法不是把相似块直接与图象块匹配,而是经过位移、几何变换和仿射变换后,再与图象块匹配。因此,本文方法与块匹配方法实在是貌合而神离。

(3) 通常的分形图象编码要在一个庞大的相似块集中寻找与图象块最佳分形匹配的相似块,这需要花费许多编码时间,其情形与矢量量化编码中码书的搜索如出一辙。为提高搜索效率,常常把相似块集分类,使得搜索局限在相关的类中进行。本文提出的方法,利用小波变换把图象分解成若干不同方向、不同分辨率的子图象,分形匹配只在同方向相邻分辨率的两幅子图象之间进行,实质上起到分类的作用,大大缩短了编码的搜索时间。

(4) 许多学者都注意到,图象经过小波变换后,同方向不同分辨率的子图象之间存在分形意义下的自相似性。但是,目前似乎尚无明确的数学关系表达子图象之间的这种相似性。本文试图从实际数据上验证这种相似性,因此,本文提出的方法没有采用预测误差另外编码的方式来提高压缩比,而是坚持全部图象块均由相似块预测得到。如果分形预测误差过大,则把图象块和相似块都拆成较小的图象块和相似块再进行分形匹配。这样做,虽然增加了一些编码时间,降低了一些压缩比,但是却从另一个侧面说明了同方向不同分辨率的子图象之间相似性是客观存在的这一事实,在这方面继续做工作还是能有所作为的。

参考文献

- 1 Barnsley M F. Fractal Everywhere. New York: Academic Press, 1988.
- 2 Jacquin E. Fractal Image Coding: A Review. Proceeding of The IEEE, 1993, 81(10): 1451.
- 3 Mallat G. A Theory for Multi-resolution Signal Decomposition, The Wavelet Representation. IEEE Trans, On PAMI, 1989, 11(7).
- 4 Freeland G C, Durrani T S. IFS fractals and the wavelet transform. in Proc. ICASSP 1990, 2345~2348.
- 5 吴敏金. 分形与图象压缩编码. 通信学报, 1993, 14(2): 78~83.
- 6 Gregory W. Wornell. Wavelet-Based Representations for the 1/-f Family of Fractal Processes. Proceeding of The IEEE, 1993, 81(10).
- 7 Zhang Y and Po L M. Speeding Up Fractal Image Encoding By Wavelet-based Block Classification. Electronics Letters, 1996, 32(23): 2140~214.
- 8 Fisher Y. Fractal Image Compression - Theory and Application. (Springer-Verlag, New York 1994).
- 9 Antonini M, Barland M, Mathieu P, et al. Image Coding using Wavelet Transform. IEEE Trans. On Image Processing, 1992, 38(2): 244~250.



谢鑫 1996年毕业于北京邮电大学机电工程系,同年入广州中山大学电子系攻读硕士学位。主要研究方向有图象处理、小波变换和分形几何等。

马争鸣 华南理工大学的学士及硕士,清华大学博士,中山大学电子系副教授,主要学术兴趣包括小波分析,分形几何和人工神经网络等。

Wavelet-Based Fractal Predictive Image Coding

Xie Xin, Ma Zhengming

(Electronic Dept. of Zhongshan University, GuangZhou 510275)

Abstract This paper presents a new image coding scheme which integrates the wavelet image coding and the fractal image coding together. There are two similarities emerging after an image has been decomposed with wavelet transform, one is the self-similarity of each subimage and the other is the co-similarity between the subimages with the same orientation at different resolution. It is the co-similarity that we make use of in our scheme. The experimental results provided in this paper justifies the good performance as well as efficiency of our scheme.

Keywords Wavelet transform, Multiresolution, Fractal image coding

(上接第222页)

Multi-Pattern Prediction Based on Lossless Compression Of Multispectral Image Data

Guo Quji, Zhang Rong, Yu Nenghai

(Information Processing Center of Univ. of Sci. & Tech. of China, HeFei 230027)

Abstract According to the spatial and spectral structural characteristics of multi-spectral image data, this paper present a concept of Multi-Pattern Prediction: given a principle, any pixel in an image can be predicted by any prediction function selected from an alternative function set in order to decorrelate the image more efficiently; at the same time, taking the advantage of spectral structural correlation, the spectral adjacent pixels are decorrelated by the same prediction function, so the additional cost of storage in Multi-Pattern Prediction would be reduced smartly. We present the Minimum-Entropy Principle as the theoretic principle to select the prediction function. And we get an equivalent principle named as Maximal-Frequency-of-Minimum-Error Standard. Experiments on TM images show that this method can decorrelate images much more efficiently and lead to higher compression ratios.

Keywords Multi-pattern prediction, Spectral structural correlation, Minimum-Entropy principle, Maximal-Frequency-of-Minimum-Error standard