

# 一种基于小波变换的迭代正则化图象恢复算法

蔡汉添 张军萍

(华南理工大学电子与通信工程系, 广州 510641)

**摘要** 提出一种基于小波变换的迭代正则化图象恢复算法, 兼顾抑制噪声的增长和保留图象重要边界。该算法根据图象小波变换各个子频段的不同频率特性和方向特性, 分别采用不同的正则化参数和正则化算子。实验结果表明采用该算法的图象恢复的性能优于常规的空域算法。

**关键词** 图象恢复 正则化方法 小波变换

## 0 引言

图象恢复技术广泛应用于射电天文学、卫星遥感、医学成像、工业视觉等多个领域。图象在获取和传输处理过程中总会产生降质。图象恢复的目的就是从所得到的降质图象恢复原图象, 即求原图象的某种最优意义下的估值。在许多情况下图象降质过程可以用下面的线性空不变模型来描述<sup>[1]</sup>。

$$g = Hf + n \quad (1)$$

其中  $g, f, n$  分别为降质图象、原图象、噪声按行堆叠而成的向量。矩阵  $H$  为模糊算子, 它是一个分块循环矩阵。

图象恢复技术一般可分为确定性的恢复算法和随机性的恢复算法。确定性的恢复算法使某误差函数最小化。由于图象恢复中的解卷通常是病态的, 正则化的技术往往被采用。正则化图象恢复可以看作约束最优化问题, 即原图象  $f$  的最优估值  $f^*$  为

$$f^* = \operatorname{argmin} \left\{ \frac{1}{2} [\|g - Hf\|^2 + \lambda \|Cf\|^2] \right\} \quad (2)$$

其中  $\lambda$  为正则化参数;  $C$  为正则化算子, 通常为高一高通滤波算子以实现噪声的平滑。这种最优化问题可以用迭代法求解。采用最速下降迭代法, 其迭代过程为<sup>[2]</sup>

$$f^{k+1} = f^k - \beta P^k \quad (3)$$

$$P^k = -H^T(g - Hf^k) + \lambda^k(C^T C f^k) \quad (4)$$

$$\lambda^k = \frac{(C^T C f^k) H^T (g - Hf^k)}{\|C^T C f^k\|^2} \quad (5)$$

$$\beta^k = \frac{\|P^k\|^2}{\|HP^k\|^2 + \lambda^k \|CP^k\|^2} \quad (6)$$

$\beta^k$  为迭代步长, 初始估值  $f^0 = g$ 。

迭代正则化图象恢复存在的问题是收敛速度慢和如何兼顾既平滑噪声又保留图象的重要边界。这是不少学者多年来致力解决的课题。小波理论近年来成为信号处理的一个重要工具。基于小波变换的图象恢复算法的研究是一个引人注目的方向。初步研究表明, 由于小波变换具有多分辨特性和时频局部化特性, 基于小波变换的图象恢复算法具有良好的恢复性能: 加快迭代收敛的速度, 降低对图象平稳性的要求, 易于实现空间自适应处理等等<sup>[3~5]</sup>。本文根据图象小波变换后各个子频段所具有的不同的频率特性和不同的方向特性, 对各子频段采用不同的正则化参数和正则化算子, 提出一种具有子频段适应性的迭代正则化图象恢复算法。最后通过计算机仿真证实所提算法的有效性。

## 1 一种基于小波变换的迭代正则化图象恢复算法

图象的每一层小波分解把图象分解为低频子频

\* 北京大学视觉与听觉信息处理国家实验室资助课题(No. 9713)

收稿日期: 1998-02-19; 收到修改稿日期: 1998-04-20

段 LL 和 3 个高频子频段:水平方向高频垂直方向低频子频段 HL、垂直方向高频水平方向低频子频段 LH 和对角方向高频子频段 HH。小波域线性空不变的图象降质模型可表示为<sup>[3]</sup>

$$Wg = WHW^T Wf + Wn \tag{7}$$

其中矩阵  $W$  为小波算子,由二维小波变换滤波器系数所组成。对于正交小波基,矩阵  $W$  为正交矩阵,即  $W^T W = I$ 。通过适当的矩阵运算,式(7)可写成

$$\tilde{g} = \tilde{H}\tilde{f} + \tilde{n} \tag{8}$$

其中  $\tilde{f}$ 、 $\tilde{g}$  和  $\tilde{n}$  分别为原图象  $f$ 、降质图象  $g$  和噪声  $n$  的小波变换,并排列成  $\tilde{f} = [(\tilde{f}_{LL})^T, (\tilde{f}_{HL})^T, (\tilde{f}_{LH})^T, (\tilde{f}_{HH})^T]^T$ ,  $\tilde{f}_{ij} (i, j = L, H)$  表示各子频段图象按行堆叠而成的列向量,  $\tilde{g}$ 、 $\tilde{n}$  的排列形式与  $\tilde{f}$  相同。 $\tilde{H}$  为模糊算子  $H$  的小波域表示,为一特殊的分块矩阵,即分块-分块半循环矩阵(BBSC)。

因为式(8)与式(1)具有相同的形式,空域的迭代正则化图象恢复算法可直接推广到小波域。为此,把空域中平滑约束运算  $Cf$  推广到小波域为  $WCW^T Wf = \tilde{C}\tilde{f}$ , 其中  $\tilde{C} = WCW^T$ 。这样,  $\tilde{f}$  的最优估值  $\tilde{f}^*$  为

$$\tilde{f}^* = \operatorname{argmin} \left\{ \frac{1}{2} [\|\tilde{g} - \tilde{H}\tilde{f}\|^2 + \tilde{\lambda} \|\tilde{C}\tilde{f}\|^2] \right\} \tag{9}$$

最速下降迭代法解为

$$\tilde{f}^{k+1} = \tilde{f}^k - \beta^k \tilde{P}^k \tag{10}$$

$$\tilde{P}^k = -\tilde{H}^T (\tilde{g} - \tilde{H}\tilde{f}^k) + \tilde{\lambda}^k (\tilde{C}^T \tilde{C}\tilde{f}^k) \tag{11}$$

$$\tilde{\lambda}^k = \frac{(\tilde{C}^T \tilde{C}\tilde{f}^k) \tilde{H}^T (\tilde{g} - \tilde{H}\tilde{f}^k)}{\|\tilde{C}^T \tilde{C}\tilde{f}^k\|^2} \tag{12}$$

$$\beta^k = \frac{\|\tilde{P}^k\|^2}{\|\tilde{H}\tilde{P}^k\|^2 + \tilde{\lambda}^k \|\tilde{C}\tilde{P}^k\|^2} \tag{13}$$

$\beta^k$  为迭代步长,初始估值  $\tilde{f}^0 = \tilde{g}$ 。实验结果表明,这种直接推广算法所得的恢复图象质量与空域相比并没有多少改善。

图象小波变换把图象分解为具有不同方向特性和频率特性的各个子频段。为了提高图象恢复的质量,我们可以充分利用各个子频段的特点,对不同的子频段采用不同的正则化算子和正则化参数。为此,我们提出如下一种子频段适应的迭代正则化恢复算法。

首先,我们把式(10)写成分块矩阵的形式

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_{LL}^{k+1} \\ \tilde{f}_{HL}^{k+1} \\ \tilde{f}_{LH}^{k+1} \\ \tilde{f}_{HH}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_{LL}^k \\ \tilde{f}_{HL}^k \\ \tilde{f}_{LH}^k \\ \tilde{f}_{HH}^k \end{bmatrix} - \beta^k \begin{bmatrix} \tilde{P}_{LL}^k \\ \tilde{P}_{HL}^k \\ \tilde{P}_{LH}^k \\ \tilde{P}_{HH}^k \end{bmatrix} \tag{14}$$

基于小波分解的正交性和低频子频段具有较高的可信度,我们从低频子频段开始,对各子频段分别进行

迭代恢复,使各子频段分别收敛于其最大信噪比,提高 ISNR。

其次,对正则化参数和正则化算子作选择。

由于大多数实际图象通过小波变换后其能量主要分布于低频子频段,其余 3 个子频段包含原图象的高频细节部分。相反,噪声的能量在各个子频段均匀分布。这意味着低频子频段的信噪比较高,高频子频段的信噪比较低。因此在进行图象恢复时,对于低频子频段我们更强调去模糊,而对于 3 个高频子频段则尽可能地去噪。这可以通过对不同子频段采用不同的正则化参数来控制各个子频段的平滑程度。低频子频段相对高频子频段采用较小的正则化参数。即正则化参数选为列向量  $\tilde{\lambda}^k = [\tilde{\lambda}_{LL}^k, \tilde{\lambda}_{HL}^k, \tilde{\lambda}_{LH}^k, \tilde{\lambda}_{HH}^k]^T$ , 其中  $\tilde{\lambda}_{LL}^k = \tilde{\lambda}^k / a$ ,  $a \geq 1$ ,  $\tilde{\lambda}_{HL}^k, \tilde{\lambda}_{LH}^k, \tilde{\lambda}_{HH}^k$  等于  $\tilde{\lambda}^k$ 。为了减少由于高频子频段的平滑而引起恢复图象边界的再模糊,我们根据图象小波变换后各子频段不同的方向特性,对各子频段采用不同的正则化算子。对低频子频段采用通常的拉普拉斯算子

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

由于 HL 子频段图象是原图象经过水平方向的高通滤波和垂直方向的低通滤波后的结果,因此主要包含原图象的垂直边界。为了保留恢复图象的垂直边界,我们只作垂直方向的平滑,即选择 HL 子频段的正则化算子为  $[1 \ -2 \ 1]^T$ 。同样,为了保留恢复图象的水平边界,对 LH 子频段图象只作水平方向的平滑,选择 LH 子频段的正则化算子为  $[1 \ -2 \ 1]$ 。对于 HH 子频段,考虑其对图象主观视觉效果较小重要性,我们对 HH 子频段不加平滑约束。

最后,为了适当降低迭代过程中 LL 子频段的噪声增长,我们选择 LL 子频段的迭代步长小于其它高频子频段<sup>[7]</sup>, 即为列向量  $\beta^k = [\beta_{LL}^k, \beta_{HL}^k, \beta_{LH}^k, \beta_{HH}^k]^T$ , 其中  $\beta_{LL}^k = \beta^k / b$ ,  $b \geq 1$ ,  $\beta_{HL}^k, \beta_{LH}^k, \beta_{HH}^k$  等于  $\beta^k$ 。

## 2 实验结果及分析

本文实验中采用的原始图象示于图 1(a)、(b), 图象的大小为  $64 \times 64$ 。原图象经过  $5 \times 5$  均匀模糊, 然后加上高斯白噪声得到降质图象。小波基采用 Daubechies 16 正交小波基,对图象和模糊矩阵作一级小波分解。参考文献[6], 实验中选择  $a=4, b=2$ 。下面给出以 2 种不同模糊信噪比 BSNR 进行仿真的

结果。

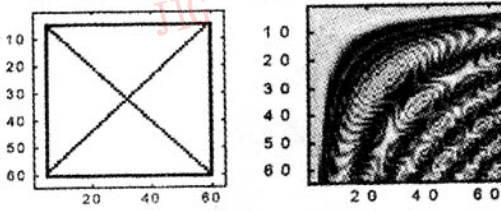


图 1 实验中采用的原始图象

图 2 为图 1(a)的恢复结果。其中图 2(a)为 BSNR=33dB 的降质图象；图 2(b)为空域算法的恢复结果，其最大 ISNR=8.454dB，相应的迭代收敛次数为  $k=334$ ；图 2(c)为本文算法的恢复结果，其

最大 ISNR=9.864dB，相应的 LL、HL、LH、HH 子频段的 ISNR 分别为 7.349dB、12.593dB、12.421dB、5.246dB，迭代次数分别为 160、78、78、152。当空域算法中限定迭代次数为各子频段中最大值 160，则其恢复图象的 ISNR 仅为 6.371dB。图 2(d)为 BSNR=20dB 的降质图象；图 2(e)为空域算法的恢复结果，其最大 ISNR=4.452dB，相应的迭代收敛次数为  $k=69$ ；图 2(f)为本文算法的恢复结果，其最大 ISNR=5.563dB，相应的 LL、HL、LH、HH 子频段的 ISNR 分别为 4.625dB、7.733dB、7.651dB、2.398dB，迭代次数分别为 30、24、23、30。当空域算法中限定迭代次数为各子频段中最大值 30，则其恢复图象的 ISNR 仅为 3.890dB。

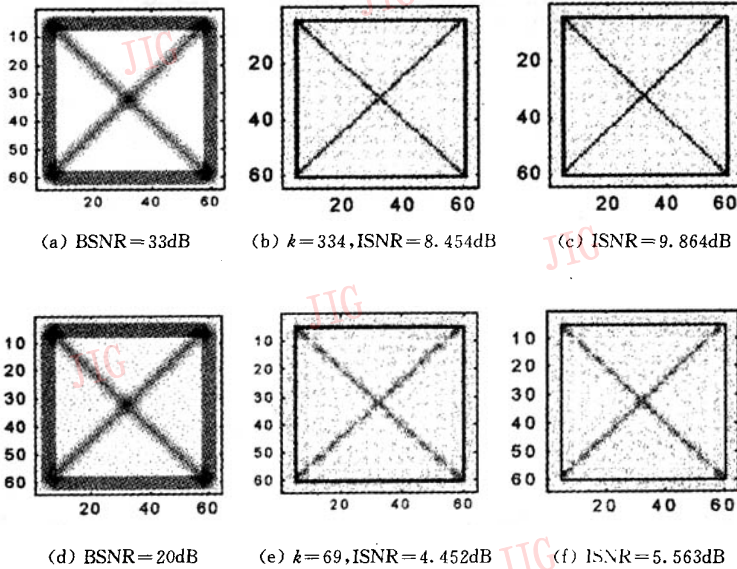


图 2 图 1(a)两种不同模糊信噪比的图象恢复的实验结果

图 3 为图 1(b)的恢复结果。其中图 3(a)为 BSNR=41dB 的降质图象；图 3(b)为空域算法的恢复结果，其最大 ISNR=5.003dB，相应的迭代收敛次数为  $k=218$ ；图 3(c)为本文算法的恢复结果，其最大 ISNR=7.696dB，相应的 LL、HL、LH、HH 子频段的 ISNR 分别为 8.663dB、7.007dB、6.994dB、4.798dB，迭代次数分别为 87、86、86、87。当空域算法中限定迭代次数为各子频段中最大值 87，则其恢复图象的 ISNR 仅为 3.818dB。图 3(d)为 BSNR=21dB 的降质图象；图 3(e)为空域算法的恢复结果，其最大 ISNR=2.643dB，相应的迭代收敛次数为  $k=73$ ；图 3(f)为本文算法的恢复结果，其最大 ISNR

=2.670dB，相应的 LL、HL、LH、HH 子频段的 ISNR 分别为 5.167dB、2.686dB、2.686dB、1.487dB，迭代次数分别为 28、21、22、22。当空域算法中限定迭代次数为各子频段中最大值 28，则其恢复图象的 ISNR 仅为 2.375dB。

从上述的实验结果可以看出，相对常规的空域算法，采用本文所提的子频段适应迭代正则化图象恢复算法具有较高的恢复图象质量，其最大 ISNR 有所提高，并且恢复图象的主观视觉效果也有所改善，在兼顾抑制噪声增长的同时图象的主要边界更清晰，特别是对图 1(a)这样的边界较突出的图象效果更为明显。另外，采用本文算法的迭代收敛速度也

有明显提高。最后,从实验结果中我们注意到,HH子频段的 ISNR 偏低。选择适合 HH 子频段的正则

化算子,预期恢复图象的 ISNR 将会进一步提高。

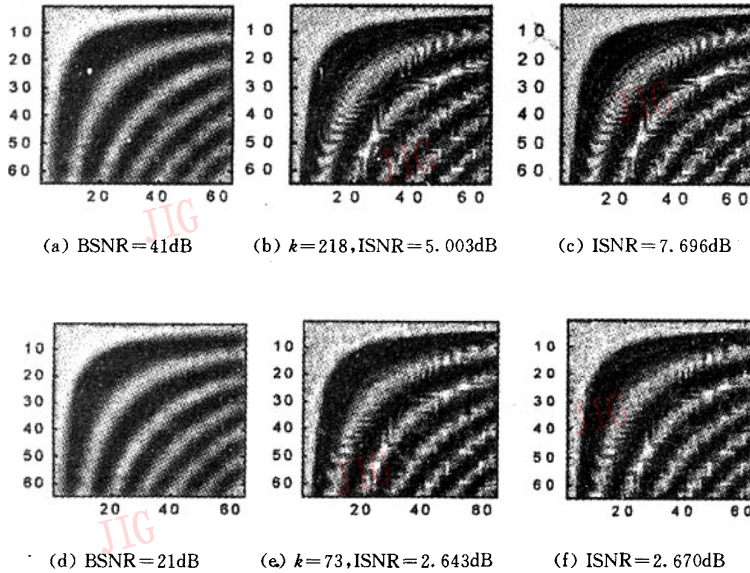


图3 图1(b)两种不同模糊信噪比的图象恢复的实验结果

### 4 结束语

类似基于小波变换的图象压缩技术,小波变换域图象恢复的一个主要优点是允许我们根据各子频段不同特性采用不同的恢复算法以提高图象恢复的性能。本文对迭代正则化恢复算法中如何对各子频段选择不同的正则化算子和正则化参数进行了初步的研究。计算机仿真的结果证实本文算法的有效性。更好的子频段适应算法将是进一步研究的课题。

### 参考文献

- 1 Katsaggelos A K. Ed. Digital Image Restoration, New Yoak: Springer Verlay, 1991.
- 2 Jan Bienond ,Reginald L. Lagendij k, Russell M. Mersereau. It-

- erative Methods for Image Deblurring. Proc. of the IEEE ,1990, 78(5): 856~883.
- 3 Banham M R, Galatsanos N P, Gonzalez HL, Katsaggelos A K. Multichannel Restoration of Single Channel Images Using a Wavelet-Based Subband Decomposition , IEEE Trans. Image Process. ,1994, 3(6):821~833.
- 4 Wang Gaofeng, Zhang Jun, Pan Guangwen. Solution of Inverse Probelmns in Image Processing by Wavelet Expansion. IEEE Trans. Image Process. ,1995, 4(5):579~593.
- 5 Banham M R, Katsaggelos A K. Spatially Adaptive Wavelet-based Multiscale Image Restoration. IEEE Trans. , Image Process. ,1996, 5(4):619~634.
- 6 Nurgun Erdol, Filiz Vbsbug , Wavelet Transform Based Adaptive Filters ; Analysis and New Results. IEEE trans. , Signal Process. ,1996, 44(9): 2163~2171.
- 7 张军萍. 基于子波变换的图象恢复和信号去噪算法研究[硕士论文]. 广州:华南理工大学, 1998.



**蔡汉添** 华南理工大学电子与通信工程系, 副教授, 当前主要研究兴趣为信号处理新方法及其应用, 图象压缩和图象分析。



**张军萍** 华南理工大学电子与通信工程系硕士研究生, 研究方向为信号处理新方法及其应用。现在广东省邮电科学技术研究院工作。

## A Wavelet Based on Iteration Regularized Image Restoration Algorithm

Cai Hantian, Zhang Junping

(South China Univ. of Tech., Guangzhou 510641)

**Abstract** A wavelet based on iteration regularized image restoration algorithm is presented. Consideration is given to both the noise suppression and edge preservation. The selection of regularizing operator and regularization parameter is dependent on the frequency and direction feature of each subband. The experiment results show that the proposed algorithm is superior to the general spatial domain algorithm in the quality of the reconstructed image and iterative convergence speed.

**Keywords** Image restoration, Regularization, Wavelet transform

## VTEL 美国视讯公司与 ONE TOUCH 系统公司建立伙伴关系 ——数字视讯和交互式远程教学领域的领导者形成战略联盟

(加州圣何塞和宾州费城 1999 年 2 月 1 日联合讯)全球网络化数字视频通信领域的著名厂家——VTEL 美国视讯公司与世界交互式远程教学(IDL)解决方案的领先提供商 ONE TOUCH 系统公司宣布结成战略联盟。协议允许两家公司共同销售、开发新品和针对用户的解决方案,使广受欢迎的 ONE TOUCH 摄像机控制设备(CCD)软件和硬件与 VTEL 的会议电视技术得到完美结合。

科罗拉多州 Ostendorf 远程教学中心主任(同时也是中心创立者)Virginia A. Ostendorf 说:“象许多大学和公立学校一样,《幸福》杂志评出的前 500 家大公司中的多数也已经安装了会议电视设备。ONE TOUCH 的 IDL 技术和 VTEL 先进的会议电视系统的结合使客户能更经济、更有效地把一般的会议转化为远程教学。Ostendorf 在全球范围内就远程教学展开调查,并为协会、高等教育机构、公司和政府机关提供远程教学网络的指导。”

总部位于加州圣何塞的 ONE TOUCH Systems 公司是世界上 IDL 解决方案的领导者,这些解决方案具有全集成的特点,同时还可以在具有卫星功能的教室和网络化的个人电脑基础上进行扩展。ONE TOUCH 的专利,即交互式广播通讯网络技术,使世界各地不同会场的人可以进行实时的通讯和协作。作为 IDL 技术提供商,ONE TOUCH 公司由世界卫星产品和服务系统的领导者休斯网络系统公司(Hughes Network Systems)和美国成人高等教育项目的最大提供者 Apollo Group 共同拥有,能够提供基于卫星的端到端远程教育解决方案,满足企业用户及 SOHU 用户和消费者。ONE TOUCH 在世界 55 个国家有 20,000 个安装点,是正在蓬勃发展的 IDL 市场的领导者和标准制定者。最近它又在 UPSIDE 评选出的“100 家热门私人技术公司”中榜上有名。(UPSIDE 杂志是业界的技术杂志,发行量超过 15 万份。)

VTEL 公司副总裁兼全球服务总经理 Mike Steigerwald 接着评价到,“对 VTEL 现在的客户而言这的确是个好消息,它极大地方便了会议电视用户使用现有的设备进行交互式远程教学。ONE TOUCH 和 VTEL 在费城的集成服务部将共同集成两家的产品并为客户提供解决方案。新的 ONE TOUCH 和 VTEL 集成系统将以市场为导向,开发高品质、易于应用的会议电视产品。”

ONE TOUCH 的市场副总裁 Katherine Leary 说:“ONE TOUCH 的 IDL 技术与 VTEL 会议电视相结合只会使客户从中受益。VTEL 使用 IDL 技术并给客户综合服务,这为我们继续走向成功提供了保障。”

VTEL 全球服务部的市场主管 Bob Seidel 也表示:“VTEL 现在的客户都能够给自己的会议电视设备增加 IDL 功能,这无疑提高了其投资的价值。”预装此功能的产品(有关产品及价格可垂询 VTEL 总部)可以把 ONE TOUCH 的 CCD 解决方案设为一个选项。公司正在研究把这种功能集成到 VTEL 的客户系统及其它可移动的产品中。

目前,远程教学正以其远距离、即时、交互等特点赢得了人们的青睐,发展十分迅速。去年底,VTEL 美国视讯分司刚刚宣布赢得了中国电信组建的全国远程教学实验网的项目。该网是目前国内最大的远程教学网络,以中国电信网络为依托,覆盖广东省、福建省、辽宁省、北京市和天津市的全国性大型远程教学网。VTEL 与 ONE TOUCH 的合作使 VTEL 在全球远程教学领域的领导地位更加巩固,并使其以更加优质的产品和服务于世界和中国的客户。