

# 基于双平面正交投影重建血管截面的新方法

郑南宁 许东华 徐维朴

(西安交通大学人工智能与机器人研究所, 西安 710049)

**摘要** 提出了一种利用双平面正交投影重建血管截面的方法。该方法中应用加权距离作为度量相邻截面相似性的测度,并通过对网流理论中最小费用流算法的改进来最优化该相似性测度;在此基础上还引进截面连通性约束,利用随机数来获得最连通截面;实验结果表明应用该方法可以得到在投影约束下与给定模型最相似最连通的截面。

**关键词** 血管截面重建 网流理论

## 0 引言

血管截面形状精确反映了血管病变的基本信息。重建血管截面可以自动地定量地评估血管狭窄程度,为血管硬化、粥样疾病的诊断、治疗以及预测病情发展如血管阻塞等提供可靠依据,具有重大临床价值。三维物体可由一系列平行的二维截面重建。为了能从一维投影中正确地得到二维截面,一般需要多个一维投影来满足要求,这种方法对数据采集与处理要求苛刻。因而仅利用2个正交投影重建截面的思想是非常吸引人的。

从2个正交投影再现血管的截面形状,由于缺乏足够的投影信息,重建截面的性能也是相当有限,一般要求重建二值血管的截面形状。在假定注入的对比剂均匀且完全填充和平行正交投影的前提下,可将二维截面重建问题看成由它的行与列重建一个二值矩阵问题。从理论上讲,由2个正交投影重建截面是一个不适定的逆问题,问题可能是无解、唯一解或多解。

设二值矩阵为 $[f_{ij}]_{m \times n}$ ,  $x_i$ 为第*i*行之和, $y_j$ 为第*j*列之和,则有

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \sum_{j=1}^n f_{ij} & \text{for } i &= 1, 2, \dots, m \\ y_j &= \sum_{i=1}^m f_{ij} & \text{for } j &= 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m x_i &= \sum_{j=1}^n y_j \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式(1)中至多有 $m+n-1$ 个线性无关的方程组,却有 $m \times n$ 个未知数,故这是个病态方程求解问题。一般有许多满足投影条件的有效解。这样极易找到一个对心血管诊断毫无意义的解。因而重建不是简单地寻求满足投影的问题解,而是需要附加一些先验知识去正则化重建问题,即重建出临床上实际诊断意义的最优解。

基于模型算法(MBM)的思想正是直接起源于正则化方法。如果以某一先验知识定义了一个二值模型M,那么重建问题可以看作是在投影约束下寻找同先验形状模型M最为相似的一个二值矩阵问题。由于任意形状的二值模型容入二值重建中,使双平面投影下的多义性大为减少,且对目标形状没有全面限制,因而基于模型算法较其他方法更适用于血管截面重建,特别是动脉狭窄处。

我们知道正常无病变血管是广义锥,垂直于Z轴的血管截面应是个近似椭圆,因而可以用相对简单的椭圆模型来模型化血管截面。尽管椭圆模型不

适合病变血管截面形状。利用先验知识的基于模型的算法需要一个先验引导模型。利用截面空间相似性,一般取上一个已重建截面为下一个待重建截面的引导模型,然后选择在投影约束下与先验模型最相似的解作为最佳重建截面。椭圆模型是基于模型算法的第一个引导模型。

Slump 和 Gerbrands<sup>[1]</sup>首先提出了网流理论(network flow approach)的方法。通过定义模型与重建矩阵的相似性测度,用网流理论中的最小费用流最大化该相似性测度,得到给定模型和已知投影情形下的最佳解。文献[2,3]改进了最小费用流算法,并提出了一种度量矩阵相似性的费用矩阵计算方法。但是运用费用矩阵的相似性优化准则未能很好地反映相邻截面的相似性,且费用矩阵的计算过于复杂。为了解决这些问题,本文提出了应用加权距离作为度量相邻截面相似性的测度。算法中对最小费用流算法进行改进。为了有效地抑制噪声,获得与实际更接近的截面形状,我们还引进连通性约束,利用随机数以期实现连通性更好的截面。在重建的最后,我们对截面轮廓进行必要的光滑处理。

### 1 相邻截面相似测度

可用截面距离、轮廓距离以及加权距离来表现相邻截面相似性。截面距离是指两截面间对应像素灰度差的绝对值之和;轮廓距离是指两截面轮廓之间的欧氏距离之和;加权距离是将像素到轮廓的欧氏距离作为加权系数的截面距离。它们分别表述如下:

$$\text{截面距离: } D_1(f_1, f_2) = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |f_1(i, j) - f_2(i, j)|$$

$$\text{轮廓距离: } D_2(f_1, f_2) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L d(x_i, y_i)$$

$$\text{加权距离: } D_3(f_1, f_2) = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d(i, j) \times |f_1(i, j) - f_2(i, j)|$$

其中  $m \times n$  表示截面大小,  $f_1, f_2$  是相邻截面,  $d(x_i, y_i)$  定义为两截面轮廓之间的欧氏距离,  $d(i, j)$  为像素到轮廓的欧氏距离。

从严格意义上说,轮廓距离与加权距离都不是范数意义下的距离,因为它们明显地不满足对称性,这里我们暂称它们为距离。图1示出了(a)、(b)、(c)3个不同截面。

(d)为(a)与(b)的差,(e)为(a)与(c)的差;从图中可以看出,(a)与(b)、(c)的截面距离比为16/16,而(a)与(b)较相似,仅轮廓附近存在差异,(a)与(c)不相似,存在较大差异的区域;但(a)分别与(b)、(c)的轮廓距离的比为4/11,加权距离的比为4/23。因此,截面距离并不能区分相似血管截面轮廓的稍许波动,还是不相似截面,而轮廓距离和加权距离较好地反映了两截面的相似性。

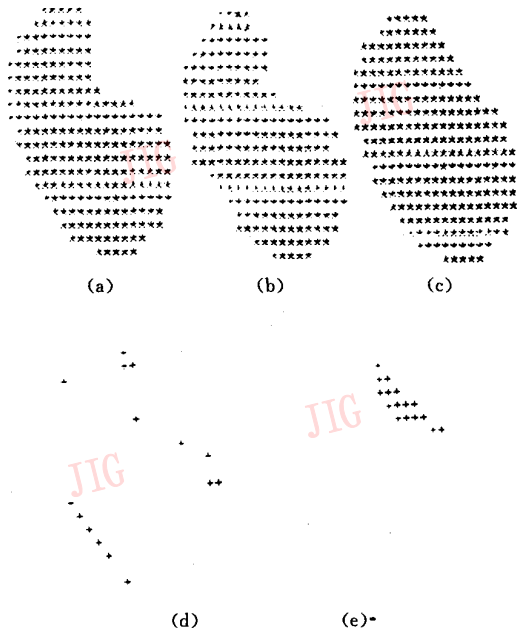


图1 截面距离与轮廓距离和加权距离的关系。

截面距离、轮廓距离和加权距离三者无论何者为零,都保证两截面完全一致。然而,当两截面相似,仅在轮廓上有少许波动时,轮廓距离较小,而截面距离由于其累加性可能较大。而另一方面,两者存有严重分离的区域,而其它部分相近时,应该说此时两者形状不相似,但截面距离不大,轮廓距离却较大,因而依据截面距离不能区分相似截面轮廓的稍许波动还是不相似截面,而轮廓距离较好地反映了两截面的相似性。加权距离的性质接近轮廓距离,因为权系数在轮廓波动很小,而远离轮廓时较大,这样允许在轮廓附近存在差异,轮廓远处要求完全符合,加权距离也较好地反映了截面的相似性,由于加权距离比轮廓距离更易实现。在应用网流理论重建的截面中,我们应用加权距离作为相邻截面相似性准则。在模拟退火计算过程中,由于轮廓点的变化,需要判断其邻域是否为轮廓,为计算带来麻烦。而应用加权距离较轮廓距离计算简单,因而也用加权距离代替轮廓

距离。

## 2 相似性优化

如果视投影矢量  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  对应于  $m$

x					
1	*				
3	*	*	*		
3		*	*	*	
3			*	*	*
y	2	2	3	2	1

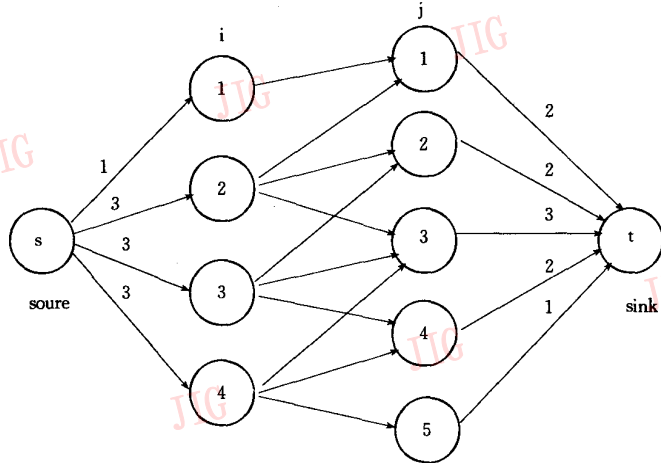


图 2 投影矢量的有向网络

为了减少问题的多义性,必须利用先验知识定义引导模型,使重建朝着与引导模型相似的方向进行。但是应用费用矩阵的相似性优化准则未能很好反映相邻截面的相似性,且费用矩阵的形成过于复杂。因此,我们提出一种度量相邻截面的相似性测度,使重建在满足投影约束条件下朝着与引导模型最相似的方向进行。我们应用矩阵加权距离作为相邻截面的相似性测度准则:

$$\min Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} \times |f_{ij} - m_{ij}| \quad (2)$$

其中  $[m_{ij}]_{m \times n}$  是引导模型,  $[f_{ij}]_{m \times n}$  是待重建二值矩阵,  $[d_{ij}]_{m \times n}$  是由引导模型  $m$  通过距离变换得到的距离图象。显然,这有别于一般的最小费用流问题。因而,需要通过最小费用流算法进行改进来最大化相似性测度,即重建网流。

取网络的流量  $v = (\sum_{i=1}^m x_i + \sum_{j=1}^n y_j) / 2$ 。首先用 Ford-Fulkerson 标号算法求投影约束下流量为  $v$  的可行流或最大流  $f$ , 然后用 Klein 负圈法最大化相似性测度。

我们假定发结点为  $N_1$ , 产地为行结点  $N_{i+1}, i = 1, 2, \dots, m$ , 销地为列结点  $N_{j+m+1}, j = 1, 2, \dots, n$ , 收结点为  $N_{m+n+2}$ 。我们涉及的有向网络在行结点和列结点之间弧容量为 1, 故此中每一弧仅对应  $N'(f)$  中的一条弧。又由于用加权距离度量相邻截面的相似性, 故对有向容量网络  $N'(f)$  中的距离  $(D_{ij})_{(m+n+2) \times (m+n+2)}$  做相应修改:

个产地,  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  对应于  $n$  个销地, 如图 2 所示, 重建问题转化为: 在一个弧容量为 1 的有向网络中, 求解一产销平衡的运输流。

1. 若  $f_{ij} = 0$  且  $m_{ij} = 0$ , 则  $D_{i+1, j+m+1} = d_{ij}$ ;
2. 若  $f_{ij} = 0$  且  $m_{ij} = 1$ , 则  $D_{i+1, j+m+1} = -d_{ij}$ ;
3. 若  $f_{ij} = 1$  且  $m_{ij} = 0$ , 则  $D_{j+m+1, i+1} = -d_{ij}$ ;
4. 若  $f_{ij} = 1$  且  $m_{ij} = 1$ , 则  $D_{j+m+1, i+1} = d_{ij}$ ;
5. 若  $x_i > 0$  且  $r_i < x_i$ , 则  $D_{1, i+1} = 0$ ;  
若  $r_i > 0$ , 则  $D_{i+1, 1} = 0$ ;
6. 若  $y_j > 0$  且  $c_j < y_j$ , 则  $D_{j+m+1, m+n+2} = 0$ ;  
若  $c_j > 0$ , 则  $D_{m+n+2, j+m+1} = 0$ ;
7. 其余  $[D_{ij}]_{(m+n+2) \times (m+n+2)}$  的元素为  $\infty$ 。

以上  $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n; r_i$  为  $f_{ij}$  的第  $i$  行之和,  $c_j$  为  $f_{ij}$  的第  $j$  列之和。

根据网流理论, 网络  $N$  中一个  $s-t$  流  $f$  是最小费用流, 当且  $N'(f)$  中没有负费用的有向圈。Klein 负圈算法基本思想是从一个可行流出发, 搜索  $N'(f)$  中的负费用有向圈, 逐步减少费用, 提高相似性, 直至  $N'(f)$  中不再存在负费用的有向圈。此时, 求得与引导模型最相似的最佳解。我们通过 Ford-Warshall 算法寻找网络中负费用有向圈。

### Ford-Warshall 算法描述

#### ① 初始化

计算矩阵  $[D_{ij}]_{(m+n+2) \times (m+n+2)}$  和  $[e_{ij}]_{(m+n+2) \times (m+n+2)}$ , 其中  $e_{ij} = j$ ;

#### ② 对 $k = 1, 2, \dots, m+n+2$ , 应用下列递推公式:

$$D_{ij} := \min(D_{ij}, D_{ik} + D_{kj}) \quad \text{其中 } i \neq k, j \neq k, i, j = 1, 2, \dots, m+n+2;$$

若满足  $D_{ij} > D_{ik} + D_{kj}$ , 则  $e_{ij} = e_{ik}$ ;

若存在一对角线元素  $D_{ij} < 0$ , 则跳出递推过程转至③;

若直至递推结束, 还是没有对角线元素的值小于 0, 则有向容量网络  $N'(f)$  中不存在负费用有向圈, 转至④;

③ 根据  $[e_{ij}]_{(m+n+2) \times (m+n+2)}$  很容易构造负费用有向圈, 改变负费用有向圈中弧的流量, 转①继续, 直至总流量等于  $v$ ;

④ 算法结束。

上述算法适用于截面间异常相似的情况, 但截面存在局部变化时, 很难得到好的结果, 必须解决连通性优化问题。

### 3 连通性优化

为了得到更符合实际的血管截面, 利用截面连通的先验知识, 并引入截面连通性约束与重建后的光滑处理。定义截面连通性准则为:

$$\min Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \quad (3)$$

$$\text{其中 } c_{ij} = \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} (9 - \delta(f_{ij} - f_{kl}))$$

如果  $x=0$ , 则  $\delta(x)=1$ ; 否则  $\delta(x)=0$ 。

若不改变各产地和销地的流量, 则有向容量网络  $N'(f)$  的矩阵  $[D_{ij}]_{(m+n+2) \times (m+n+2)}$  计算如下:

① 若  $f_{ij}=0$ , 则  $D_{i+1, j+m+1} = 16 - 4 \times c_{ij}$ ;

② 若  $f_{ij}=1$ , 则  $D_{j+m+1, i+1} = 16 - 4 \times c_{ij}$ ;

③ 其余  $[D_{ij}]_{(m+n+2) \times (m+n+2)}$  的元素为  $\infty$ 。

以上  $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$ 。

设想利用 Klein 负圈法来最优化该准则, 然而  $c_{ij}$  是  $f_{ij}$  的函数, 它随  $f_{ij}$  的变化而变化。我们可以找到某个由  $f_{ij}$  得到  $c_{ij}$  的负费用有向图, 却不能保证连通性准则递减。这是由于负费用有向圈中可能存在相互影响连通性的弧。因而 Klein 负圈法无法保证连通性准则收敛。因此, 为了得到一个好连通性的截面, 我们提出以下三点改进措施:

① 在用 Flord-Warshall 算法寻找负费用有向圈的结点, 然后用随机数任意选择一个行结点, 最后用 Ford-Fulkerson 标号算法获得负费用有向圈;

② 在得到负费用有向圈后, 根据连通性准则检查连通性测度是否减少;

③ 算法运行足够次数或满足结束条件时结束。

定义矩阵  $[h_{ij}]_{m \times n}$  为:  $h_{ij} = 16 - 4 \times c_{ij}$ 。

#### 连通性优化算法描述

(1) 应用 Flord-Warshall 最短径算法, 找负费

用有向圈的行结点; 若不存在, 则算法结束, 否则由随机数任选一个行结点, 记为  $l+1$ ;

(2) 步骤

① 对表示行结点  $l+1$  到行  $i+1$  结点最短距离  $\text{dis}(i)$  与到列结点  $j+m+1$  的最短距离  $\text{dis}(j)$  进行初始化。并对行结点  $l+1$  进行标号, 计算矩阵元素  $h_{ij}$ ;

② 对于每个列结点  $j+m+1$ , 检查所有已标号的行结点  $i+1$ , 若存在  $f_{ij}=0$ , 则对未标号列结点  $j+m+1$  进行标号, 并取  $\text{dis}(i) = \min(\text{dis}(j) + h_{ij})$ , 记下取得最小值时的行结点  $i+1$ ;

③ 对于每个行结点  $i+1$ , 检查所有已标号的列结点, 若存在  $f_{ij}=1$ , 则对未标号的行结点  $i+1$  进行标号, 并取  $\text{dis}(i) = \min(\text{dis}(j) + h_{ij})$ , 记下取得最小值时的列结点  $j+m+1$ ;

④ 检查  $\text{dis}(l)$  是否小于 0, 若成立则转⑤, 否则转②;

⑤ 从行结点  $l+1$  出点, 根据取得最小值时记下的行, 列结点, 搜索负费用有向圈; 存在两种情况:

a. 回到行结点  $l+1$ ;

b. 未回到行结点  $l+1$  已得到负费用有向圈。

⑥ 修改负费用有向圈中弧的流量, 计算改变后的连通性测度, 若减少, 则承认, 否则修改作废。

⑦ 若算法已执行足够次数, 则转⑧, 否则转①继续。

⑧ 光滑处理 将  $c_{ij} > 5$  的点取反, 因为它与邻域大不一样。并应用数学形态学的扩张与侵蚀操作。运用先侵蚀后扩张来消去孤立的点, 运用先扩张后侵蚀来填补空穴。

⑨ 算法结束。

### 4 实验结果

实验中, 对无噪声干扰的较光滑截面, 先用最大流算法, 然后用 Klein 负圈法最大相似度, 最后引进连通约束, 可逐步向最佳解逼近, 最后完全重建出来。对于有噪声的投影, 算法也获得相当满意结果。其中投影数据  $p(k)$  如下加噪音:

$$p(k) = p(k) + \text{random}(-0.5, 0.5) * \text{sqrt}(p(k))$$

图 3 和图 4 分别给出了在无噪声和有噪声情况下的血管截面重构的实验结果。对于有噪声图象, 网流理论的最小费用流算法是重建图象的一种有效方法, 但不适合血管截面突然变化的场合。在这种情况下, 相邻截面相似性先验知识不再有效。而模拟退火算

法中强调了截面连通性约束,相似性约束减弱,但其更高的要求。计算量增大,对实现算法的硬件及其计算速度提出

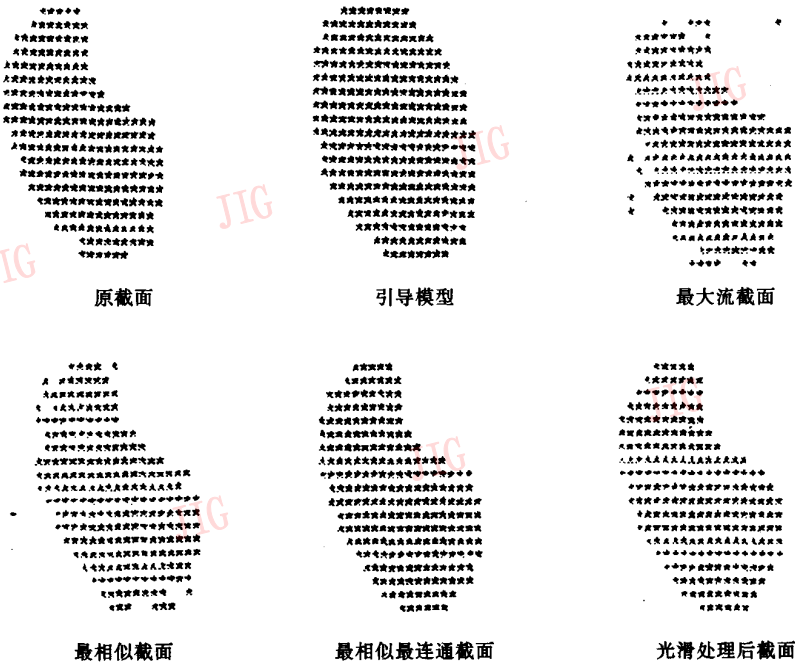


图 3 无噪声情况下的血管截面重建结果

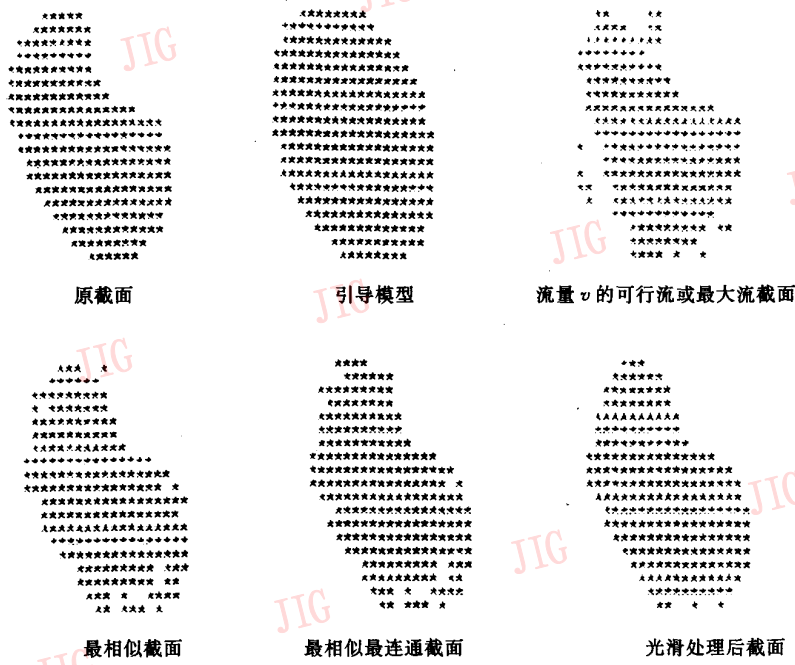


图 4 有噪声情况下的血管截面重建结果

参考文献

1 Slump C H, Gerbrands J J. A network flow approach to recon-

struction of the left ventricle from two projections Computer Graphics and Image Processing, 1982, 18: 18~36

2 费耀平, 谷士文. 同位素扫描医学图象的三维重建. 信号处理,

1993, 9(2).

- 3 谷士文, 费耀平. The object reconstruction from two orthogonal projections. International Conference on Signal Processing, 1990.
- 4 Pellot C, Herment A, et al. A 3D Reconstruction of Vascular Structures from Two X-ray Angiograms Using an Adapted Simulated Annealing Algorithm. IEEE Trans. on Medical Imaging 1994, 13(1):48~60.

**许东华** 工程师。1992年毕业于西安交通大学自动控制专业, 1995年获模式识别与智能控制硕士学位。现为上海中兴新通讯公司工程师。主要研究方向: 图象处理、多媒体技术等。

**郑南宁** 教授, 博士生导师。1975年毕业于西安交通大学工业自动化专业; 1981年获自动控制硕士学位; 1985年获日本庆应大学工学博士学位。主要研究方向: 图象处理与模式识别、计算机视觉、医学图象处理系统、神经网络等。

**徐维朴** 教授。1965年毕业于西安交通大学无线电系。主要研究方向: 医学图象处理与系统, 实时处理系统, 数字视频处理技术等。

## A New Approach to Reconstruction of Transverse Cross Sections of Arteriae from Biplane Orthogonal Projections

Zheng Nanning, Xu Donghua, Xu Weipu

(The Institute of AI&Robotics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

**Abstract** In this paper, a new approach to reconstruction of transverse cross sections of arteries from biplane orthogonal projections is proposed. A weighting distance is defined as measure of resemblance between adjacent slices. The measure of resemblance is optimized by modifying minimum flow approach. The connected constraint of cross sections and the random number are then introduced to obtain most connected cross sections. Experimental results show that 2D slice reconstruction which is of the most resemblance to the guide model and the most connected cross section is obtained under the projection data fidelity constraint using this method.

**Keywords** Slice reconstruction, Network flow approach

## 艾尔莎又出新品 影雷者闪亮登场

ELSA(艾尔莎)公司凭借97年夺得工作站级图形卡销量头名的傲人成绩后, 现面向大陆用户隆重推出影雷者系列图形加速卡。

全新的艾尔莎影雷者LT(ELSA Erazor LT)同时具有8MB的SDRAM, 两倍速的AGP总线以及250MHZ的RAMDAC等配备, 而高解析度所产生的色泽及立体感, 更可为图形创造出绝佳的三度空间效果。影雷者LT硬件加速引擎不只满足一般的2D工作环境, 同时还可以为最新的3D的游戏软件营造出有如置身其中的虚拟幻景, 让您在家中也有同等的享受。

影雷者I(ELSA ERAZOR I)配备NVIDIA的RIVA TNT晶片, 以及8MB或16MB同步记忆体的影雷者I, 不只可以为游戏软体表现出绝佳的三度空间效果, 同时在贴图软件、办公室软体以及影像处理软体方面也都有令人激赏的表现。两颗独立的3D材质贴图处理器, 展现32位元, 每秒将近1亿8千万象素的处理速度。在3D游戏中, 解析度可以达到全彩的1600×1200 TrueColor, 呈现您意想不到的细致感觉。

当新一代的影雷者V2(ELSA VICTORY I)诞生后, 意味着以往使用2D绘图卡再加装Voodoo巫毒卡来玩GAME的时代已经结束了。巫毒Banshee结合了更高的功能和速度, 不仅在2D的工作环境下更令人瞠目结舌, 而且影雷者V2将高性能的AGP总线、极速的128位元绘图引擎及Voodoo2的3D功能汇集在同一块卡当中, 完全整合Voodoo1和Voodoo2的功能。影雷者V2可以将玩Game的快感触动您全身的感官神经, 同时依然可以满足工作上的要求, 搭配Pentium I系统还可以将整体功能大幅度的提升, 想要体验如此惊人的感受, 您的最佳选择必然是影雷者V2。

为满足国内用户对先进图形处理解决方案的殷切需求, 艾尔莎已倾力建立完善的行销和技术支持体系, 服务于广大国内用户。

(李应华供稿)