

# 基于数据场相关性的光线投射算法

陈礼民

梁晓辉 邵志东

(山西大学计算中心, 太原 030006)

(山西大学计算机科学系, 太原 030006)

**摘要** 光线投射算法是体绘制中的经典方法。这一算法具有结构清晰, 实现便利的特点。但简单的光线投射算法存在采样效率低和绘制精度低的缺点。本文利用数据场的相关性和不等步长的采样方法来改善光线投射算法的品质, 使它既具有快速的优点又具有较高的成象精度。

**关键词** 科学计算可视化 体绘制 光线投射算法 数据场的相关性

## 0 引言

80年代末 R. A. Drebin<sup>[1]</sup>和 M. levoy<sup>[2]</sup>提出从数据场中直接进行绘制的方法。近几年来它已成为热门的研究课题。根据不同的绘制次序, 体绘制可分为单元投影算法和光线投射算法。

光线投射法是沿着射线方向在数据场中作等距离采样, 计算出采样点的光强, 最后合成图象上的一个象素。一般来说该算法精度不如单元投影算法, 但计算速度较快, 容易实现, 所以被广泛采用。但上述简单的光线投射算法存在采样效率低和绘制精度低的缺点。每一根射线在和体元的求交时, 不管射线的位置如何以及体元是否是空的, 都要遍历所有体元以确定射线是否与体元相交。求交的时间复杂度是  $O(n^3)$ 。另一个缺点是等距离采样, 这种采样方式不区分物质分布情况, 会造成图象走样或者重复采样。

一些改进算法主要着眼于减少求交的测试次数, 其中八叉树方法和平面阵列算法效果最佳。M. levoy<sup>[2]</sup>提出的数据场的八叉树组织方法, 可以方便地跳过空的体元, 求交的时间复杂度减少为  $O(n \log n)$ 。Robert L. Siddon<sup>[3]</sup>用射线和平面求交来代替射线和体元求交, 这使求交工作变得容易得多了。文四立<sup>[5]</sup>等把求交工作推广到平面族, 由上一个交点即可推出下一个交点, 它使求交工作进一步简化。Michell J. Ross<sup>[4]</sup>提出一个类似的算法, 它用 Bresenham Line 算法来确定相交体元, 也简化了体元的求交工作。它们使时间复杂度减少为  $O(n)$ , 成为光线投射法中非常有用的技术。

图象质量的高低关键在于重构函数的精度。如果在光线投射方法中, 加密射线和采样点, 必然能提高精度, 但这势必延长绘制时间。本文的目标是利用数据场的相关性和不等步长的采样方法来改善光线投射算法的品质, 使它既具有快速的优点又具有较高的成象精度。

## 1 基本概念

(1) 可视数据集: 数据场中一个子集, 可以表示为:  $A_i = \{X_i | a_i < X_i \leq a_{i+1}\}$ ,  $[i=1, 2, \dots, n]$ 。其中  $X_i$  为属性值,  $a_i, a_{i+1}$  为属性范围, 称  $A_i$  为可视数据集, 用 VDS 来表示。可以近似地认为 VDS 中只包含一种物质, 有它自己的单位距离的微分发光强度及微分不透明度。为简便计, 可假设  $A_i \cap A_j = \emptyset (i \neq j)$ 。

(2) Cell 数据场中的一个多面体, 称为体元, 用  $C_j$  表示。它的每个顶点和数据场中的一个数据相联系<sup>[7]</sup>。

(3) Voxel Cell: 仅包含一种 VDS 元素的体元。它可以表示为: 若  $\forall X \in C_j$ , 均有  $X \in A_i (i=1, 2, \dots, n)$ , ( $j$  为一确定值), 则称  $C_j$  为 Voxel Cell。

(4) Blank Cell: 不包含任一个 VDS 元素的体元。它可以表示为: 若  $\forall X \in C_j$ , 均有  $X \notin A_i (i=1, \dots, n)$ , 则称  $C_j$  为 Blank Cell。

(5) Complex Cell: 包含两种以上 VDS 元素的体元。

(6) 相关性: 包含数据场的连续性, 体元的拓扑关系和射线的相关性。数据场的连续性是指一种物质内的连续性和多种物质间的连续性。体元的拓扑

关系是指体元之间的相邻关系和顶点之间的相邻关系。对规则数据场而言,这种相关性可以用平面族的相邻关系来代替。这可用于简化求交运算。射线的相关性除了是指相邻射线之间在图象平面上的相邻关系之外,主要是指它们在数据场中相似的经历,这为简化采样过程提供了可能。

(7) 算法的轮廓:本算法首先要进行预处理,预处理要做 3 件事:①把数据场分为若干个 VDS,定义它们的光强和不透明度;②把体元分为 3 种体元:Blank cell, Voxel cell, Complex cell,并予以标记;③计算三维插值公式及直线方程的有关参数。

预处理之后,对每条射线进行求交、采样,最后累计合成图象。这可以用类 C 的代码表示如下:

```
main() {
    int i, j;
    preprocess();
    for (i=1; i<=zresolution; i++)
        for (j=1; j<=yresolution; j++)
            { r=Generation(i, j);
              intersectCellbasedCoherence(r);
              ResampleBasedCoherence(r);
              IntegrateColor(r); }
}
```

## 2 求交过程及相关性的运用

射线和体元的求交分两步。从图象平面发出的每条射线,首先要判断和数据场是否相交;其次,在相交情况下确定射线和被它通过的多个体元的交点。本文研究的是规则数据场,其外包盒是个长方体,所以求交问题简化为传统的直线与长方体的求交问题,本文采用 Cyrus-Beck 算法。当射线与长方体有交点时,要进一步确定相交体元。这一步,可采用文献[5]的方法把射线和它通过的多个体元的交点问题转化为直线与平面族求交的问题。若直线用参数方程来表示,经变换到物空间后,则有:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + L \times t \\ Y &= Y_0 + M \times t \\ Z &= Z_0 + N \times t \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $(X_0, Y_0, Z_0)$ 为直线上一点, $(L, M, N)$ 是直线方向。设 $X, Y, Z$ 三个方向的平面族距离分别为 $D_x, D_y, D_z$ 。不失一般性,我们讨论射线与 $X$ 平面族相交的情况。 $X$ 平面族用 $X=k \times D_x, [k=0, 1, \dots, n]$ 来表示。则直线和平面族的交点对应的参数为 $t_k$ ,可表示为:

$$t_k = -X_0/L + k \times D_x/L \quad (2)$$

由式(1)、(2)可以推得,相邻二个平面的交点的坐标差是: $\Delta x=D_x, \Delta y=D_x \times M/L, \Delta z=D_x \times N/L$ 。在视方向确定后,上述坐标差都是常数。同理,若直线与 $Y, Z$ 平面族相交时,交点的坐标差也可类似推得。这使得射线与平面族的求交过程简化为加法运算。

在规则数据场中,视线和体元的交点很容易由和其相邻平行射线的交点推算出来。设图象平面上两个象素点 $(X_0', Y_0'+1, 0)$ 和 $(X_0', Y_0', 0)$ ,变换到物空间后成为: $(X_0, Y_0, Z_0)$ 和 $(X_1, Y_1, Z_1)$ 。由两个象素点发出的平行射线分别和 $X$ 平面族的第 $k$ 个平面相交。交点为 $(X_{0k}, Y_{0k}, Z_{0k})$ 和 $(X_{1k}, Y_{1k}, Z_{1k})$ ,其参数分别是:

$$\begin{aligned} t_{0k} &= -X_0/L + k \times D_x/L \\ t_{1k} &= -X_1/L + k \times D_x/L \end{aligned} \quad (3)$$

由式(1)、(3)及变换矩阵,可以推得相邻平行射线和 $X$ 平面的交点的坐标差为: $\Delta X_k=0, \Delta Y_k=b_2-b_1 \times M/L, \Delta Z_k=b_3-b_1 \times N/L$ 。其中,变换矩阵为:

$$T = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

上述坐标差都是常数。以上是 $Y$ 方向相邻情况, $X$ 方向的交点的坐标差也可类似求得。同理,相邻平行射线和 $Y, Z$ 平面的交点坐标差也是常数。这表明,由于相关性的应用,使得平行射线和平面的交点也可以用加法运算递推而得,进一步加快了文献[5]的求交速度。

至此,射线和数据场的求交过程,只要求出射线和一个平面的交点后,基本上可以用加法运算推出所有射线和所有体元的全部交点,使求交工作得到最大的简化。

## 3 采样及相关性的运用

简单的光线投射方法采用等距采样。在复杂的数据场中等距采样是不合理的。本文将采用不等步长采样和相关性来加速采样过程,提高采样精度。

光照模型对图象精度有重要作用。但是为了计算简单,本文采用简单的光照模型。在平行光线,低反照率,散射各向同性情况下,光线通过仅含一种物质时的光照模型可简化为[6]:

$$T(d) = \exp\{-w \times d\} \quad (4)$$

$$I_c(d) = E_c/w \times (1 - T(d)) \quad (5)$$

这里 $w$ 和 $E_c$ 均为常数, $I_c(d)$ 为发光强度, $T(d)$

是光线在体元内穿过距离  $d$  后的剩余部分的比例, 它们都是光线穿过体元的距离的函数。

由于采用光线通过单一物质的光照模型进行绘制, 必须将数据场分割为若干近似的部分。也可以理解为对体元内射线分段, 使每一段射线只经过一种 VDS。本文不打算用构建等位面的方法对数据进行分割, 而将体元划分为 3 类: Blank cell, Voxel cell 和 Complex cell。Blank 型不必处理, Voxel 型仅含一种物质, 而 Complex 型包含 2 种以上物质, 必须进行分割。分割以后, 对于每一段射线, 就可以使用上述的光照模型(4)和(5)式了。

分段算法的主要步骤如下(设  $e$  为允许误差):  
① 用二分法取得若干采样点, 用三维线性插值方法求出它的值; ② 合并值相同的采样点(差  $< e$ ), 最后形成不同物质的分割点。

利用射线的相关性可以简化采样。在上述算法中, 需要多次使用二分法和三维线性插值法来求得若干采样点和它们的数值。实际上, 相邻的平行射线在体元中遇到的物质往往是相似的。这可以归结为数据场的一种重要的相关性。由鉴于此, 文献[3]、[5]的算法可以进一步改进。利用平行射线在图象平面上的位置关系, 一根射线的分割点可以从其相邻的平行射线的分割点推得。这样就可以省去多次二分划分及三维线性插值的计算, 进一步提高了绘制效率。

体元中的物质分布和体元的大小及数据场有

关。设体元中的物质只是单调分布。这样相邻射线通过物质时, 射线的入点间和射线的出点间的异同可以归纳为图 1 的(a)、(b)两种情况, 图 1(c)反映了出入点的物质属性虽相同, 但范围不同的情况, 即相邻射线的分割点不在射线的出入点的范围内。整个分割算法如下:

(1) 若 Cell 未置过分割点, 则用二分法形成若干采样点, 合并值相同的点, 最后形成分割点。

(2) 若 Cell 已置过分割点(设为射线  $r_0$  的)

① 若射线  $r$  的出入点的物质属性一样 ( $M_{rin} = M_{rout}$ ), 则只记 Cell 中射线经过的路径的长度。

② 若  $r$  的出入点的物质属性不一样 ( $M_{rin} \neq M_{rout}$ ) 且与  $r_0$  的不同, 则重新分割。

③ 若  $r$  的出入点的物质属性虽然和  $r_0$  的相同, 但范围不同(图 2(c)), 也要重新分割。若范围都相同, 则可利用射线  $r_0$  的分割点进行推算。

在合成过程中, 对不等距采样必须计算出每一个物质段的贡献, 所以本文对沿着射线的每一个 Voxel cell 及每一个 Complex cell 中的各个物质段, 都使用公式(3)、(4)计算它们的发光强度及不透明度, 然后进行合成即可得到最终象素点的色彩。按由前到后的方式, 计算公式如下:

$$C_{acc} = (1 - O_{acc}) \times C_{new} + C_{acc}$$

$$O_{acc} = (1 - O_{acc}) \times O_{new} + O_{acc}$$

$O_{acc}$  为累计不透明度,  $O_{new}$  为当前不透明度,  $C_{acc}$  为累计颜色,  $O_{new}$  为当前颜色。

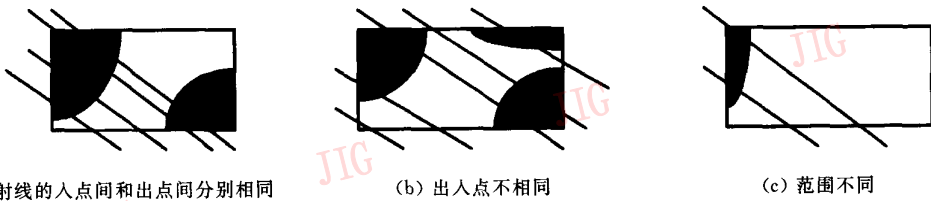


图 1 射线通过物质的异同

度。图 4 是用 Ray-casting 算法及本算法生成的龙虾 (256×256×34)。由该图可见本算法生成的龙虾的精度接近采用小步长采样的 Ray-casting 算法, 但

### 4 实 验

我们首先在微机上实现了简单的 Ray-casting 算法及基于相关性的改进算法。为了比较算法执行时间复杂度及生成图象的精确度, 我们生成了 Ray-casting 算法及本算法的结果。图 2、图 3 分而别是立方体内的两球相切和两球包含的情况。可明显看出在大步长(步长 1、步长 2)下生成图象失真, 本算法与人为设置的步长等因素无关且具有较高的精



图 2 两球相切

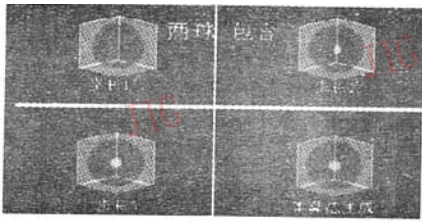


图 3 两球相含



图 4 龙虾

执行时间减少 1/3。

### 5 结 论

本文对数据场的相关性进行了探讨,并且运用射线的相关性及体元空间拓扑关系来提高算法的执行速度和绘制精度。在做了一些简化的情况下,仍然取得明显的效果。这反映了相关性对 Ray-casting 算法的意义。但本文仅仅是初步的工作,对于复杂的数据分布情况如何提高算法的绘制精度以及在不规则数据场中如何来运用相关性,这些都是进一步做的工作。

**梁晓辉** 1998 年毕业于山西大学计算机系,目前是北京航空航天大学博士生。研究方向是体绘制和虚拟现实。

### 参 考 文 献

- 1 Drebin R, Carpenter L, Hanrahan P. Volume rendering. *Computer Graphics (Proc SIGGRAPH)*, No. 4, August 1988, 22 (4):65~74 .
- 2 Levoy M. Volume rendering: Display of surface from volume data. *IEEE Computer Graphics & Application*, May 1998, 8(3): 29~37.
- 3 Siddon R L. Fast calculation of the exact radiological path for a three dimensional CT array. *Medical Physics*, Mar/Apr 1985, 12(2):252~255.
- 4 Ross M J, Dickof P, Law A G. A comparison of line integral algorithms. *Comp in Physics*, March 1990,166~172.
- 5 文四立,唐卫清,刘慎权. 光线追踪显示体数据的新求交算法, *计算机学报*, 1994, 17(4):241~249.
- 6 Tost D, Puig A. A volume Visualization algorithm using a coherent extended weight matrix. *Computer & Graphics*, 1995, 19 (1):37~45.
- 7 Gurrity M P. Ray-tracing Irregular Volume Data. *Computer Graphics*, 1990, 24(5):35~40.

**陈礼民** 山西大学教授,计算机应用硕士生导师,1961年毕业于南开大学。目前从事三维图形与图象处理教学和研究工作。1983年10月—1985年10月在美国南卡大学计算机系从事图象处理的学习和研究工作。1994年6月—1995年8月在美国休斯顿大学高性能计算中心进行三维图形学方面的研究工作。已在国内外发表论文多篇。



**邵志东** 山西大学计算机系硕士生,研究方向是体绘制。

## Ray-Casting Based on the Coherence of the 3D Data Field

Chen Limin

(Computation Center, Shanxi University, Taiyuan 030006)

Liang Xiaohui, Shao Zhidong

(Department of Computer Science, Shanxi University, Taiyuan 030006)

**Abstract** Ray-casting is a classic algorithm of Volume Rendering. This method has the advantages of clear structure and easy to be accomplished. But simplify ray-casting algorithm exists some weakness: low resampling efficiency and low image accuracy. This paper utilizes the coherence of 3D data filed and resampling with unequal step to improve the image quality of traditional ray-casting method and reduce the rendering time.

**Keywords** Visualization of Scientific Computing, Volume Rendering, Ray-casting algorithm, Coherence of 3D data filed