

# 多分辨率二项分布滤波器及其在纹理分类中的应用

刘泓 莫玉龙

(上海大学嘉定校区通信与信息工程学院, 上海 201800)

**摘要** 从空域与频域两方面对二项分布滤波器及 Gabor 滤波器进行了分析比较。当两种滤波器的尺度空间常数很大时,它们的时域与频域性能基本相近。但在尺度空间常数较小时,二项分布滤波器的性能稍优于 Gabor 滤波器。在对纹理图象的分类中其性能得到验证。

**关键词** 纹理分类 Gabor 滤波器 图象分割 计算机视觉

## 0 引言

Gabor 滤波器有着优良的滤波器性能并有着与生物视觉系统相近的特点<sup>[1]</sup>,所以近年来被广泛用于纹理分割、目标检测、图象编码、视网膜鉴别等领域。尽管这些研究非常活跃,但是利用多个 Gabor 滤波器分割自然纹理图象还是一个值得研究的问题。Gabor 滤波器的设计方法有很多。Daugman 提出一组基于生物视觉的小波分解滤波器组<sup>[2]</sup>。Jain 和 Farrokhnia 提出一组相近的滤波器组合<sup>[3]</sup>。另外还有一些学者如 Rutuparna Panda<sup>[4]</sup>, Chien-Chang Chen<sup>[5]</sup>, Dunn 和 Higgins<sup>[6,7]</sup>都提出了 Gabor 滤波器的设计方法。正如 Dunn 等人指出的那样,Gabor 滤波器的最优设计方法中,对空间尺度常数的选择是滤波器输出包络波动与边缘定位精度的折中考虑。空间尺度常数较大时,滤波器输出包络波动平缓,但是造成特征提取区域重叠,使纹理边界的定位精度降低。在空间尺度常数较小时,滤波器输出包络波动较大,不利于提取纹理图象的特征。我们针对这个问题提出利用有限长度的二项分布滤波器替代无限长分布的 Gabor 滤波器,使数值计算时的截断操作引起的能量损失减少。另外空间尺度常数较小时,二项分布滤波器的输出包络波动也相对较小,对提

高纹理边界的定位精度有帮助。文中我们还直接把二项分布滤波器扩展成二维多分辨形式,构成滤波器组。对自然纹理图象的分类实验证明了该方法的有效性。

## 1 二项分布滤波器

### 1.1 二维 Gabor 滤波器

Daugman<sup>[2]</sup>把 Gabor 函数扩展为二维滤波器。它可以表示如下:

$$h(x, y) = g(x', y') \exp[j2\pi(U_x + V_y)] \quad (1)$$

其中  $(x', y') = (x \cos \theta + y \sin \theta, -x \sin \theta + y \cos \theta)$  表示空间域坐标旋转。 $U, V$  指出频率调制的方向角  $\phi = \tan^{-1}(V/U)$ 。这里

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right]\right\} \quad (2)$$

其中  $\lambda = \sigma_y/\sigma_x$  为测量滤波器对称性度量。

在实际使用时往往采用对称的二维 Gabor 滤波器,即

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_g^2} \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma_g^2}\right] \times \exp[j2\pi(Ux + Vy)] \quad (3)$$

\* 本课题受国家自然科学基金与上海市教委青年科学基金资助  
收稿日期:1998-06-02;收到修改稿日期:1998-10-15

### 1.2 中心对称二维二项分布

如令  $p, q$  分别为重复独立的贝努里试验中成功与失败的概率,且令  $n$  次贝努里试验中成功的次数  $s_n = k$  为一随机变量,则  $n$  次贝努里试验中成功  $k$  次的概率为:

$$P\{s_n = k\} = C_n^k p^k q^{n-k} \quad (4)$$

此式为一维二项式分布。为了使此序列中心对称,令  $p = q = 0.5$ ,且设  $k = n/2 + x$ ,则上式可以表示为中心对称的二项式分布序列:

$$B(x) = C_n^{n/2+x} \quad x = -\frac{n}{2}, 1 - \frac{n}{2}, \dots, \frac{n}{2} \quad (5)$$

根据概率论<sup>[8]</sup>中德莫塞弗与拉普拉斯局部极限定理,则对任意区间  $[a, b]$ ,当  $a \leq \frac{k-np}{\sqrt{npq}} \leq b$  及  $n \rightarrow \infty$  时,一致地有

$$P\{s_n = k\} \div \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right)^2\right] \right\} \rightarrow 1 \quad (6)$$

如令  $\sqrt{npq} = \sigma_g$ ,则从(4)式与(6)式可知,当  $n \rightarrow \infty$  时中心对称的二项分布可以用高斯分布近似。 $\sigma_g$  与  $n$  分别为高斯分布和二项式分布的尺度空间常数。当  $n \rightarrow \infty$  时这两种分布可以用下式联系起来:

$$\sigma_g = \sqrt{npq} = \frac{\sqrt{n}}{2} \quad (7)$$

这样中心对称且不相关的二维二项分布函数:

$$B(x, y) = C_n^{n/2+x} C_n^{n/2+y} / 2^{2n} \quad (8)$$

$$x, y = -\frac{n}{2}, 1 - \frac{n}{2}, \dots, \frac{n}{2}$$

### 1.3 连续分布且具有多分辨性能的二维二项分布滤波器组

首先把一维的二项分布函数(5)式用线性内插方式扩展为连续函数,计算方法如下:

$$C_n^x = \frac{n(n-1)\cdots(n-\text{floor}(x)+1)}{1 \times 2 \times 3 \cdots \text{floor}(x)} \times \left[ \frac{n+1-2\text{ceil}(x)}{\text{ceil}(x)} \times (x-\text{floor}(x))+1 \right] \quad (9)$$

其中  $\text{floor}(x)$  表示小于或等于  $x$  的最大整数,  $\text{ceil}(x)$  表示大于或等于  $x$  的最小整数。现在  $B(x) = C_n^{n/2+x} / 2^n$  为一个连续函数,我们把它作为基函数。令  $\beta x' = x$ ,则  $|\beta x'| \leq n/2, |x'| \leq n/(2\beta)$ ,取  $\beta = 2^j, j \in Z, ,$  这里  $j$  为多分辨因子。这样

$$\beta(x') = C_n^{n/2+\beta x'} / 2^n = C_n^{n/2+x'/2^j} / 2^n \quad (10)$$

由此可以构成多通道二项分布滤波器组:

$$f_{\omega}(x) = B(x-kD) \cos(\omega_0 x) \quad (11)$$

其中  $\omega_0 = lW, WD \leq 2\pi, D$  为空间域位移间隔,  $W$  为频率间隔。式(11)表示的滤波器时频中心在  $(x = kD, \omega_0 = lW)$ 。因为在实际信号处理中往往用实部进行处理,如 Rutupama Panda<sup>[4]</sup>, Chien-Chang Chen<sup>[5]</sup> 等学者都只用简单的余弦函数作为调制函数。二维多通道二项分布滤波器组可以用如下形式:

$$h_B(x, y) = B(x') B(y') \cos(2\pi f_0 x') \quad (12)$$

其中  $(x', y') = (x \cos\theta + y \sin\theta, -x \sin\theta + y \cos\theta), f_0$  为沿  $x$  轴( $\theta = 0$ )时的频率。

## 2 二项分布滤波器与 Gabor 滤波器的性能比较

为了研究比较两种滤波器的性能,我们必须采用相同的尺度空间常数,即  $\sigma_g = \sqrt{n}/2$ 。在实际问题中滤波器总是被离散化并把序列截断后使用。如 Gabor 滤波器为  $H_G(x, y); x, y = -I, \dots, I$ 。二项分布滤波器  $H_B(x, y); x, y = -n/2, \dots, n/2$ 。这样取相同序列长度情况时,  $I = 2\sigma_g^2$ 。图 1 是二维二项分布函数的空间与频率分布曲面图。可以看到函数的空间与频率域图形与高斯函数对应函数是非常相似的。高斯函数离散化截断后将舍弃一些能量,但是二项式分布函数本身是有限长的,能量将不会舍弃。

为了比较二项式分布滤波器与 Gabor 滤波器的边缘定位性能,分析在  $n = 4, \sigma_g = 1$  时滤波器的归一化曲线(见图 2)。它们对阶跃形函数  $u(x)$  的响应见图 3。可以看到二项分布滤波器对阶跃形边缘的响应要大一些,也就是在边缘定位时,其抗噪声污染的能力强。换句话说就是二项分布滤波器的边缘定位能力较强。图 4 是二项式分布函数与高斯分布函数的频域 3dB 带宽比较情况。虚线是二项式分布函数的 3dB 带宽随  $n$  的变化情况,实线是高斯分布的 3dB 带宽随  $n$  的变化情况。我们可以看到两种函数都呈较理想的低通特性。其通带内的 3dB 带宽随  $n$  增大而减小。在  $n$  较小时二项式分布的 3dB 带宽较小,能量比较集中。图 5 是二项分布滤波器  $n = 8$ , 多分辨因子  $j = 2$ , 方向角  $\theta = 0^\circ$  时的空间域与频率域图形。另外二维二项分布滤波器可以方便地构成多分辨的滤波器组。它对纹理图象的分类性能将在

下面的实验中讨论。

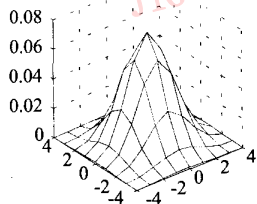


图1 二维二项分布函数的空间与频率分布曲面图

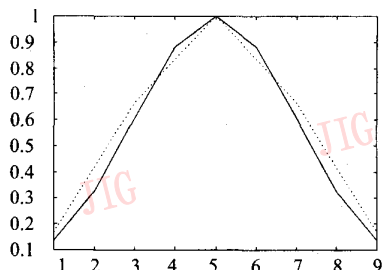
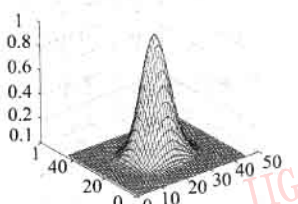


图2 Gabor滤波器(实线)与二项分布滤波器(虚线)的归一化曲线

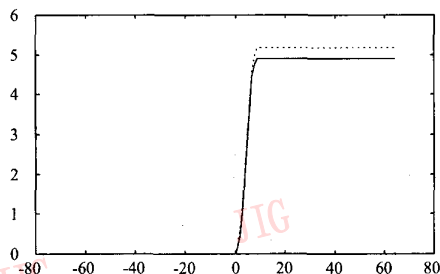


图3 两种滤波器对阶跃型边缘的响应

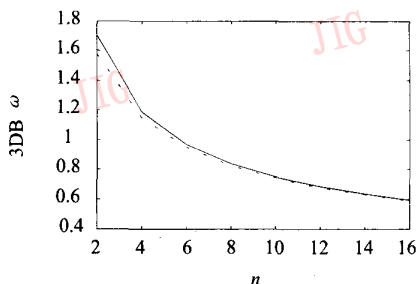


图4 Binomial(虚线)与Gabor(实线)的3dB带宽比较

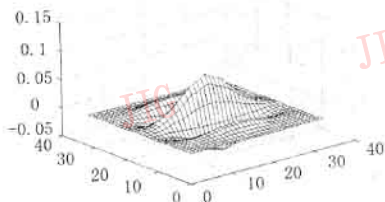
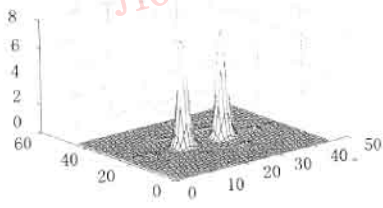


图5  $n=8, j=2, \theta=0^\circ, f_0=1/8$  的空间域图形和二维  $h$  的变换图



### 3 纹理图象分类实验

#### 3.1 纹理特征提取

特征提取的过程如图6所示。在实验中前置滤波器选用不同的径向频率  $f_0 = 1/8\sqrt{2}; 1/16\sqrt{2}$ , 4个不同的方向  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ , 多分辨因子  $j=1$  或  $j=2$ 。这样这些滤波器操作可以看成是在不同空间频率和不同分辨率因子下的小波变换计算。图6中的非线性操作使用 A. K. Jain 提出的方法<sup>[6]</sup>, 即

$$\Psi(x) = \frac{1 - e^{-2\alpha x}}{1 + e^{-2\alpha x}} \quad (13)$$

后置滤波器采用高斯平滑滤波器方法。即:

$$h_{hg}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right] \quad (14)$$

$x, y = -\sigma, \dots, \sigma$

$\sigma$  为后置滤波器的平滑参数。在实验中聚类算法采用  $K$  平均聚类算法。

#### 3.2 实验结果与讨论

我们对下面纹理图象进行分类实验。图7(a)为 Brodatz 纹理图集集中的 d21 和 d77, 图7(b)为 Brodatz 纹理图集集中的 d21, d53, d77 和 d105, 图7(c)为 Brodatz 纹理图集集中的 d21, d53 和 d77, 右下角为地毯图象, 中间为蛇皮。图象尺寸都是  $256 \times 256$ 。首先对图7(a)做实验。选用的二项分布滤波器以及后置滤波器与非线性操作的各项参数分别为  $n =$

$8, j=2, f_0=1/8\sqrt{2}, \theta=0^\circ$  和  $45^\circ, \alpha=5, \sigma=24$ 。特征提取的中间结果图象与分类结果图象见图 8。图 8(a) 为方向角为  $0^\circ$  时的特征图象, 图 8(b) 为方向角为  $45^\circ$  时的特征图象。可以看到特征图象的左右两边明显有差别。图 8(c) 为分类结果图象。分类结果图象只考虑滤波的有效部分, 不考虑边界处的像素。输出图象尺寸为  $208 \times 208$ 。分类误差集中在中间 6 列(每列 208 个像素, 从左至右各列误差分别为 10, 49, 101, 84, 48, 15)。整幅图象的分类误差为 0.71%, 如果以纹理 d77 纹理基元的横周期 12 为参考, 则两个纹理交界处应考虑 24 列的分类情况, 其误差为 4.1%。可见分类效果是比较好的。为了与 Gabor 滤波器进行比较, 选 Gabor 滤波器的空间尺度、调制频率、方向角等与上述二项分布滤波器一致, 空间尺度常数  $\sigma_g = \sqrt{8}/2 = \sqrt{2}$  也和选用的二项分布滤波器一致。后续非线性处理、平滑滤波的参数

也一致。得到的分类图象见图 8(d)。分类误差集中在中间 8 列(每列 208 个像素, 从左至右各列误差分别为 23, 47, 80, 98, 76, 26, 3, 1)。整幅图象的分类误差为 0.81%, 如果以纹理 d77 纹理基元的横周期 12 为参考, 则两个纹理交界处应考虑 24 列的分类情况, 其误差为 7.1%。可见用 Gabor 滤波器边界处的定位精度要略低于二项分布滤波器, 整体的分类效果也是二项分布滤波器略好。我们用图 7(b) 做实验时选用的二项分布滤波器及后置滤波器非线性操作的参数为  $n=8, j=2, f_0=1/8\sqrt{2}, \theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  和  $135^\circ, \alpha=5, \sigma=24$ 。分类结果图象见图 9(a)。分类的误差为 2.41%。我们用图 7(c) 做实验时选用的二项分布滤波器及后置滤波器非线性操作的参数和前面一致并加入一个分辨率因子为  $j=3$ , 方向角  $\theta=45^\circ$  的滤波器, 这样在 5 个滤波器的作用下, 分类结果图象见图 9(b)。分类的误差为 2.07%。

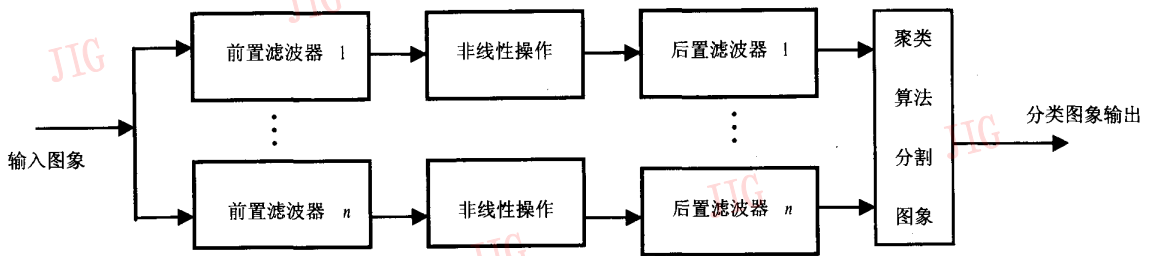
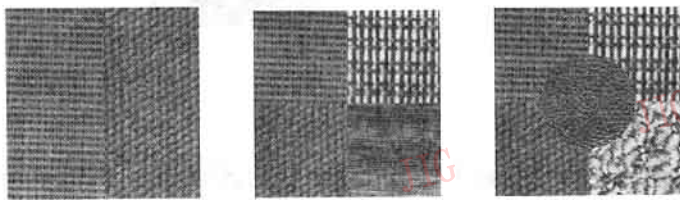
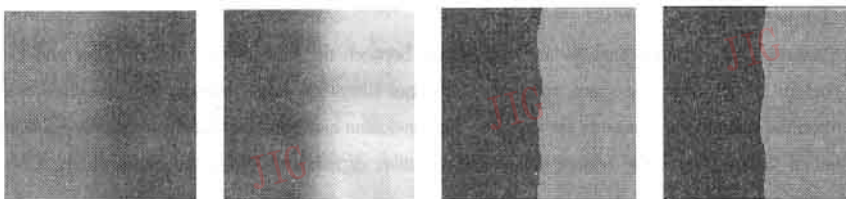


图 6 多通道滤波图象特征提取与分类框图



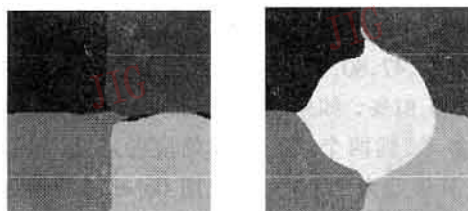
(a) Brodatz 纹理 d21 和 d77  
 (b) Brodatz 纹理 d21, d53, d77, d105  
 (c) d21, d53, d77, 右下角为地毯, 中间为蛇皮

图 7 自然纹理图象



(a) 分别是  $\theta=0^\circ$  时的特征图象  
 (b)  $\theta=45^\circ$  时的特征图象  
 (c) 二项分布滤波器对 d21d77 的分类结果  
 (d) Gabor 滤波器对 d21d77 的分类结果

图 8 纹理特征提取结果与分类结果



(a) 图 7(b)的分类结果

(b) 图 7(c)的分类结果

图 9 自然纹理图的分类结果

## 4 结 论

本文提出了一种利用二项式分布的滤波器组代替传统的 Gabor 滤波器,并简便地扩展成多分辨的多通道滤波器,最后用于纹理图象分类的方法。实验证明该方法能有效地提取纹理图象的特征并对纹理图象分类,边界的定位精度也有所提高。下一步的研究内容为怎样自适应地选滤波器参数,使滤波器的性能达到最佳。



刘 泓 1986 年毕业于上海交大电子工程系,1988 年在上海科技大学无线电系获通信与电子系统硕士学位。1989 年起留校任教,1995 年晋升副教授。主要研究领域为神经网络与图象处理。



莫玉龙 1962 年毕业于西安交通大学自动控制系,现为上海大学通信与信息工程学院教授,博士生导师。主要研究领域为图象处理与模式识别等。

## 参 考 文 献

- 1 Daugman J. Uncertainty relation for resolution in space, spatial frequency and orientation optimized by two-dimensional visual cortical filters. *J Opt Soc Amer A*, July 1985,2:1160 ~ 1169.
- 2 Daugman J. Complete 2-D Gabor transforms by neural networks for image analysis and compression. *IEEE Trans ASSP*, 1988, 36 (7): 1169 ~ 1179.
- 3 Jain A K, Farrokhnia F. Unsupervised texture segmentation using Gabor filters. *Pattern Recognition*, 1991, 23(12):1167 ~ 1186.
- 4 Rutuparna Panda, Chatterji B N. Unsupervised texture segmentation using tuned Gabor filters in Gaborian space. *Pattern Recognition Letters*, 1997, (18):445 ~ 453.
- 5 Chien-Chang Chen, Daniel C Chen. Multi-resolutional Gabor filter in texture analysis. *Pattern Recognition Letters*, 1996, (17):1069 ~ 1067.
- 6 Dunn D, Higgins W, Wakeley J. Texture segmentation using 2-D Gabor elementary functions. *IEEE Trans Patt Anal Machine Intell*, 1994, 16 (2):130 ~ 149.
- 7 Dunn D, Higgins W, Wakeley J. Optimal Gabor filters for texture segmentation. *IEEE Trans Image Processing*, 1995, 4(7):947 ~ 964.
- 8 吴立德等. 概率论. 北京:人民教育出版社, 1979, 241 ~ 248.

## Multi-resolutional Binomial Distribution Filter and Its Application for Texture Classification

Liu Hong, Mo Yulong

(Institute of Communication & Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 201800)

**Abstract** This paper presents a performance analysis and comparison between the binomial distribution filter and Gabor filter in the space domain and frequency domain. When the scale space constants of the two filters are large enough, the characteristics and performances are almost the same. But when the scale space constants are smaller, the conclusion can be made that the performances of the binomial distribution filter are better than that of Gabor filter. The texture image classification experiments are given to verify the effectiveness of the multi-resolutional binomial distribution filter.

**Keywords** Texture classification, Gabor filters, Image segmentation, Computer vision