

# 比较线性相位完全重构滤波器阵列 在图象编码中的应用

陆系群 陈 纯

(浙江大学计算机科学与工程学系, 杭州 310027)

余英林

(华南理工大学电子与通信工程系, 广州 510641)

**摘 要** 比较了两种不同类型的多通道线性相位完全重构滤波器阵列在图象编码中的应用。由于图象的绝大部分能量集中于低频端,我们发现低频端滤波器的长度大于高频端滤波器长度的线性相位完全重构滤波器阵列比各个通道滤波器长度相同的滤波器阵列有较好的编码效果。

**关键词** 线性相位 完全重构 滤波器阵列 图象编码

## 0 引 言

数字滤波器阵列已广泛地应用于语音、图象和通信等领域。在本文中,我们考虑的是多通道分析/综合滤波器阵列,如图1所示。在分析阶段,输入信号  $x(n)$  经过一组  $M$  个分析滤波器  $H_i(z)$  ( $0 \leq i \leq M-1$ ) 滤波,得到  $M$  个子信号;为了保持整个系统的采样率,这  $M$  个子信号要经过采样率为  $M$  的采样,得到的子信号可以独立地进行编码、处理或传输等;在综合阶段,这  $M$  个子信号通过插值器和一组  $M$  个综合滤波器  $F_i(z)$  ( $0 \leq i \leq M-1$ ) 滤波后得到重构信号  $y(n)$ 。在实际情况下,由于分析滤波器和综合滤波器的特性是非理想的,加上采样和插值等操作,使得重构信号存在幅度/相位失真、混迭失真。对于输入信号的长度为无限长时,消除以上3种失真,就可以得到完全重构信号,即重构信号  $y(n)$  只是输入信号  $x(n)$  的一个时延,即  $y(n) = cx(n - n_0)$ , ( $c \neq 0$ ), 这组滤波器就称为完全重构滤波器阵列<sup>[1]</sup>。对于时限输入信号,还应考虑线性卷积带来的信号边界扩展效应,此时应采用圆卷积或对称扩展方法,消除信号边界扩展现象。

在许多应用中,如图象处理,要求滤波器具有线

性相位,因为人眼对图象相位失真相当敏感。同时,线性相位滤波器<sup>[2]</sup>可以使用对称扩展方法来处理时限信号的边界扩展问题。滤波器阵列用于图象编码主要是利用图象频谱的非平坦性(nonflatness)<sup>[3]</sup>,基于率失真理论,在各个子带之间最佳分配比特率,达到压缩目的。

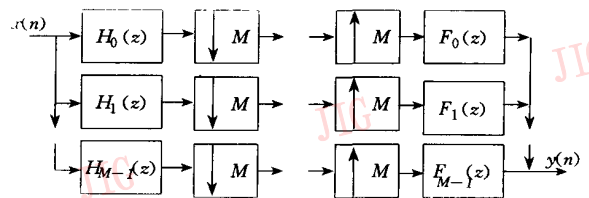


图1 M通道分析/综合滤波器阵列

本文中应用文献[4]中所提出的方法设计2种不同类型的线性相位完全重构滤波器阵列:一种是各个通道的滤波器具有相同长度;另一种是低频端滤波器的长度比高频端的滤波器长度长一些。并将它们应用于图象编码中,比较它们的编码效果。由于大部分图象中的能量集中于低频端,所以低频端用较长的滤波器,可以使图象中的大部分能量集中于低频端的子带信号中,由此给低频端子带信号分配较高的比特率,从而达到较好的压缩效果,实验结果恰恰证明了这一点。

### 1 线性相位完全重构滤波器阵列的设计

图1所示的多通道分析/综合滤波器阵列也可以用多相矩阵形式表示,如图2所示。其中  $E(z)$  是分析多相矩阵,  $R(z)$  是综合多相矩阵。为了使整个滤波器阵列是一个完全重构系统,综合多相矩阵  $R(z)$  应满足下式<sup>[1]</sup>:

$$R(z)E(z) = bz^{-l}I, \quad b \neq 0, \quad l \geq 0 \quad (1)$$

其中  $I$  是单位矩阵。一种方法是求  $E(z)$  的逆矩阵,当矩阵维数较大时,求逆矩阵就比较困难。为了方便求得  $R(z)$ ,另一种有效的方法就是选择  $E(z)$  是准酉(paraunitary)矩阵,即

$$\tilde{E}(z)E(z) = z^{-l}I, \quad l \geq 0 \quad (2)$$

其中  $\tilde{E}(z) = z^{-K}E^T(z^{-1})$ , 其中  $K$  是分析多相矩阵  $E(z)$  的阶数,下标  $*$  表示对矩阵  $E(z)$  中的系数取共轭,上标  $T$  表示对矩阵进行转置。这时取  $R(z) = \tilde{E}(z)$  就能得到完全重构滤波器阵列。

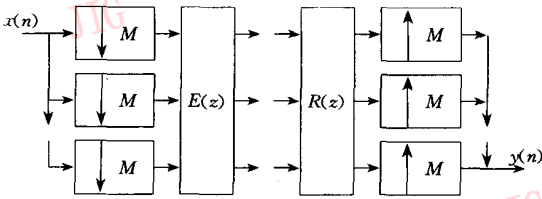


图2 M通道分析/综合滤波器阵列的多相矩阵形式

文献[4]提出设计任意长度具有线性相位分析滤波器  $H_i(z) (i=0,1,\dots,M-1)$  的完全重构滤波器阵列。分析滤波器  $H_i(z)$  的长度形式为  $L_i = k_iM + \beta, (\beta, k_i \in \mathbb{Z}_+, 0 \leq \beta \leq M-1, k_i \geq 1)$ 。由于要求分析滤波器  $H_i(z)$  具有线性相位,根据文献[2],分析多相矩阵  $E(z)$  满足下式:

$$E(z) = D\hat{Z}(z)E(z^{-1})\hat{J}(z) \quad (3)$$

其中:  $\hat{J}(z) = \begin{bmatrix} z^{-1}J_\beta & 0_{\beta \times (M-\beta)} \\ 0_{(M-\beta) \times \beta} & J_{M-\beta} \end{bmatrix}, \hat{Z}(z) = \text{diag}[z^{-(k_0-1)}, z^{-(k_1-1)}, \dots, z^{-(k_{M-1}-1)}]$ ,  $J$  是单位反矩阵,  $D$  是一个对角矩阵,对角线上的元素是  $+1$  表示对应的滤波器是对称的,  $-1$  表示滤波器是反对称的。

为了使分析多相矩阵  $E(z)$  满足(2)、(3)式,文献[4]中提出通道数  $M$  为偶数时的一种分解形式:

$$E(z) = G_{K-1}(z)G_{K-2}(z)\dots G_1(z)E_0(z) \quad (4)$$

其中  $G_i(z) = \Phi_i W \Lambda(z) W = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U_i & 0 \\ 0 & V_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & I \\ I & -I \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & z^{-1}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & I \\ I & -I \end{bmatrix}$ , 从(4)式可以看出,这种方法

是通过正交矩阵级联形式来形成分析多相矩阵。为了使分析多相矩阵  $E(z)$  是一个准酉矩阵,具有线性相位,那么这些级联矩阵具有一定形式。从  $G_i(z)$  的形式来看,由于矩阵  $\Lambda(z)$  的作用,每级联一个  $G_i(z)$  矩阵,分析滤波器的长度就增加  $M$  长度。但是我们设计的分析滤波器  $H_i(z)$  长度形式为  $L_i = k_iM + \beta$ ,也就是这余下的  $\beta$  个分析滤波器系数将由初始构造矩阵  $E_0(z)$  来实现,  $E_0(z)$  应满足完全重构条件,即  $E_0(z)\tilde{E}_0(z) = I, E_0(z)$  包含了  $\frac{M}{2}$  个对称滤波器和  $\frac{M}{2}$  个反对称滤波器,  $E_0(z)$  的形式如下:

$$E_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{00} + z^{-1}S_{00}J & S_{01} & S_{01}J \\ A_{00} - z^{-1}A_{00}J & A_{01} & -A_{01}J \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中  $U_i, V_i$  为  $\frac{M}{2} \times \frac{M}{2}$  任意正交矩阵,  $I, J$  为单位矩阵和反矩阵,  $S_{00}$  和  $A_{00}$  为  $\frac{M}{2} \times \beta$  矩阵,  $S_{01}$  和  $A_{01}$  为  $\frac{M}{2} \times \frac{M-\beta}{2}$  矩阵。  $S_{00}, A_{00}, S_{01}, A_{01}$  分别满足下列关系:

$$\begin{cases} S_{00}S_{00}^T + S_{01}S_{01}^T = I \\ A_{00}A_{00}^T + A_{01}A_{01}^T = I \\ S_{00}JS_{00}^T = 0 \\ A_{00}JA_{00}^T = 0 \\ S_{00}JA_{00}^T = 0 \end{cases} \quad (6)$$

构造  $[S_{00}, S_{01}]$  矩阵可通过如下简单方法:选择一个任意  $\frac{M}{2} \times \frac{M}{2}$  正交矩阵  $U_0$ ,然后在矩阵  $U_0$  的列矢量中间隔地插入  $\frac{\beta}{2}$  列的零列矢量,形成  $\frac{M}{2} \times \frac{M+\beta}{2}$  正交矩阵  $[S_{00}, S_{01}]$ ,即

$$U_0 = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{\frac{M}{2}}] \quad (7)$$

$$[S_{00}, S_{01}] = [u_1 \quad 0 \quad u_2 \quad 0 \quad \dots \quad u_{\frac{M}{2}}]_{\frac{M}{2} \times \frac{M+\beta}{2}} \quad (8)$$

同理也可以构成  $[A_{00}, A_{01}]$  矩阵。

### 2 实验结果

根据文献[4]中提出的方法我们设计了2种不同类型的八通道线性相位完全重构滤波器阵列:第一种是各个通道分析滤波器长度相同,长度为8的线性相位完全重构滤波器阵列,它的幅频响应曲线如图3所示;第二种是低频端滤波器的长度大于高频端滤波器的长度,具体是前4个滤波器  $H_i(z) (i=0,1,2,3)$  的长度为16,后4个滤波器  $H_i(z) (i=4,5,6,7)$  的长度为8,它的幅频响应曲线如图4所示。

整个编码系统如图5所示,我们将这2种滤波器阵列用于标准图象“丽娜”的编码中,测试在不同比特率下,重构图象的PSNR的值。我们将这2种滤波器阵列在不同比特率情况下重构图象的PSNR值

的曲线画于图6中,从图中我们可以看出在低比特率的情况下,第二种滤波器阵列的编码效果要明显好于第一种滤波器阵列,在高比特率的情况下,2种滤波器阵列重构图象的PSNR值相差不大。

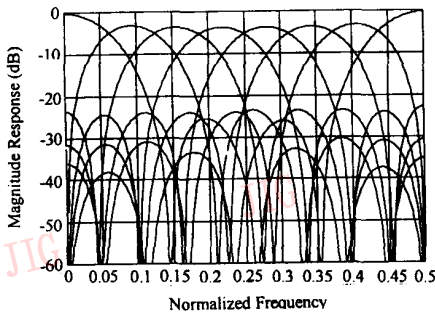


图3 长度为8的等长线性相位完全重构分析滤波器阵列的幅度响应曲线

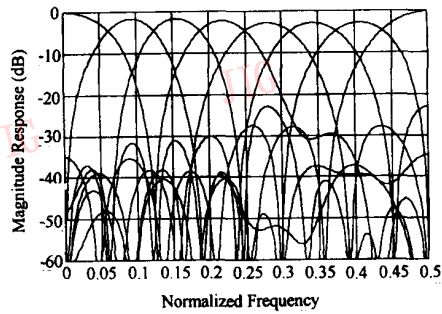


图4 不等长线性相位完全重构分析滤波器阵列的幅度响应曲线

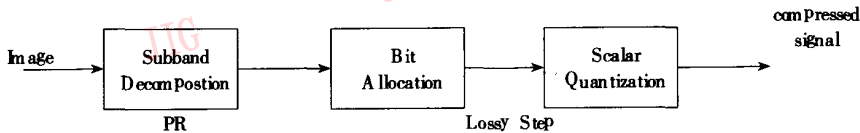


图5 编码系统

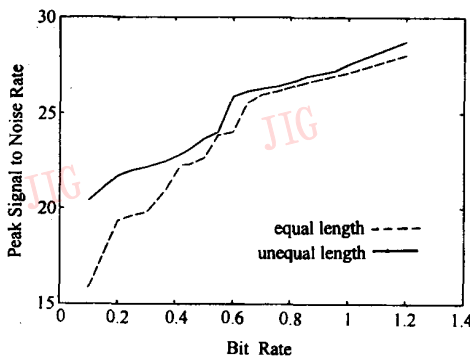


图6 两种类型线性相位完全重构分析/综合滤波器阵列的编码效果比较

### 3 结论

在本文中,我们比较了2种不同类型的多通道线性相位完全重构滤波器阵列在图象编码中应用。由于图象的绝大部分能量集中于低频端,我们发现低频端滤波器的长度大于高频端滤波器长度的线性相位完全重构滤波器阵列比各个通道滤波器长度相

同的滤波器阵列有较好的编码效果。

### 参考文献

- 1 Vaidyanathan P P. Multirate Systems and Filter Banks. Prentice Hall, 1993.
- 2 Soman A K, Vaidyanathan P P, Nguyen T Q. Linear-phase paraunitary filter banks: theory, factorizations and applications. IEEE Trans Signal Processing, 1993, 12: 3480 ~ 3496.
- 3 Lu Xiqun, Chen Li, Chan K P. Subband image coding using filter banks with nonuniform passband distribution. ICICS '97, Singapore, Sept 1997.
- 4 Tran T D, Nguyen T Q. On M-channel linear phase FIR filter banks and application in image compression. IEEE Trans. Signal Processing, 1997, 9: 2175 ~ 2187.



陆系群 1969年生,1991、1994年于杭州大学电子工程系分别获学士学位、硕士学位。1997年7月获华南理工大学通信与电子系统专业博士学位。主要研究方向为图象处理,人工神经网络与时间序列分析预测,多通道分析/综合滤波器阵列理论与设计等。



陈纯 博士,教授,博士生导师,浙江大学计算机软件研究所所长,计算机系主任。长期从事计算机图形图像处理, CAD/CAM, 人工智能, CSCW 等领域的教学和科研工作。发表了 30 余篇学术论文。1992 年获第二届浙江省青年科技奖、第三届中国青年科技奖, 1993 年国家教委“跨世纪优秀人才培养计划”首批入选专家, 1994 年被批准享受政府特殊津贴, 1995 年被评为浙江省优秀中青年学科带头人。

余英林 1932 年生, 1961 年获中国科学院电子所副博士学位。现为华南理工大学电子与通信工程系教授, 博士生导师。主要研究方向为图象与图形处理, 信号处理, 模式识别, 神经网络, 进化算法, 模糊技术等。

## Comparison of Linear-Phase Perfect-Reconstruction Filter Banks in Image Compression

Lu Xiqun, Chen Chun

(Department of Computer Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Yu Yinglin

(Department of Communication and Electronic Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

**Abstract** In this paper, we compare the coding performance of two different types of multi-channel linear-phase perfect-reconstruction filter banks. Because the energy in an image is concentrated in the low frequency domain, we observe that filter banks with longer length filters in the low frequency part and shorter length filters in the high frequency part outperform filter banks with equal length filters in image compression.

**Keywords** Linear-phase, Perfect-reconstruction, Filter banks, Image coding