

最优全方位结构元约束二维层叠滤波器*

王伟 赵春晖 孙圣和

(哈尔滨工业大学自动化测试与控制系, 哈尔滨 150001)

摘要 在最优层叠滤波器设计中引入全方位结构元,定义了一类全方位结构元约束下的最优二维层叠滤波器。理论分析和图象处理仿真实验表明,该类滤波器既能够充分保留原图象信号微细节信息,又可在无须噪声和输入信号先验统计知识的前提下,实现 MAE 和 MSE 准则下最优。

关键词 图象处理 非线性滤波 层叠滤波器 全方位结构元 阈值分解

0 引言

在计算机视觉和图象处理领域,图象恢复一直是最重要、最经典的研究课题之一,具有重要的理论价值和实际意义。图象恢复的基本任务是在去除由降质系统引入的噪声的同时,不丢失根信号的细节信息。线性滤波器在滤除噪声的同时,往往会严重模糊图象细节(如边缘等);非线性滤波器在一定程度上克服了这一缺点,例如:中值滤波、多级秩排序滤波、排序统计滤波等,但仍不能满足较高的图象处理要求,如要求滤除边缘等线性微迹象上的噪声,同时又不损失线性细节,或保留实际图象中各种方向上的线性迹象等。另外,由于非线性滤波器没有一套完整理论,缺乏统一的设计方法,许多非线性滤波器常常是针对某种特定环境下提出的,要求具备噪声和信号的先验统计知识。因此,抑制噪声和保持细节这一矛盾,是图象处理中至今尚未很好解决的一个问题^[1]。

近年来,层叠非线性滤波器理论及阈值分解技术的出现^[2],使人们有望通过设计最优非线性滤波器来解决以上问题。目前,最优层叠滤波器的结构化设计取得了较大进展^[3,4],但如何选取结构元,尤其是在不具备噪声和输入信号先验知识的前提下,如何选取有效保持图象细节的结构元,已成为设计最优层叠滤波器的关键^[5]。

1 最优全方位结构元约束二维层叠滤波器

层叠滤波器是一种滑动窗非线性数字滤波器。阈值分解技术的采用使其具有并行体系结构,适于 VLSI 实现,同时,也使得对多值信号的研究转化为对二值信号的研究。因此,层叠滤波器在计算机视觉和数字图象处理领域具有广泛的应用前景^[6,7]。

定义1 取值在 M 范围内的多值信号 $X(n)$ 的阈值分解定义如下:

$$x^m(n) = T^m(X(n)) = \begin{cases} 1, & X(n) \geq m \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1)$$
$$1 \leq m \leq M-1$$

显然

$$\sum_{m=1}^{M-1} x^m(n) = X(n) \quad (2)$$

定义2 一个有 N 个输入的布尔函数 $f: \{0,1\}^N \rightarrow \{0,1\}$,任取两个矢量 X, Y ,

$$\text{若 } X \geq Y, \Rightarrow f(X) \geq f(Y) \quad (3)$$

称布尔函数具有层叠性,或正布尔函数(PBF)。

定义3 基于正布尔函数 f 的层叠滤波器 S_f 定义如下:

$$S_f(X) = \sum_{m=1}^{M-1} f(x^m) \quad (4)$$

其中 $x^m = T^m(X)$ 。

滤波窗内任意元素组合成的二值矢量称为二值

* 本文研究得到国家自然科学基金项目(No.69772044)资助
收稿日期:1998-08-11; 收到修改稿日期:1998-10-26

结构元,1输出结构元 $\Delta 1$ 和 0 输出结构元 $\Delta 0$ 分别定义为

$$\begin{aligned} \Delta 1 &= \{\alpha_1(\mathbf{x}), \alpha_2(\mathbf{x}), \dots, \alpha_p(\mathbf{x})\} \\ \alpha_i(\mathbf{x}) &= \prod_j x_j, f(\alpha_i(\mathbf{x})) = 1 \\ \Delta 0 &= \{\beta_1(\mathbf{x}), \beta_2(\mathbf{x}), \dots, \beta_q(\mathbf{x})\} \\ \beta_i(\mathbf{x}) &= \prod_j \bar{x}_j, f(\beta_i(\mathbf{x})) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

设输入信号 X 由期望信号 D 加上白噪声构成,独立同分布,具有相同的分布函数 $\Phi_X(t)$ 和概率密度函数 $\varphi_X(t)$,基于正布尔函数 f 的层叠滤波器表示为 $S_f(\cdot)$,则滤波器输出和期望信号误差的 r 阶矩为

$$\alpha^r = E[|D - S_f(X)|^r], \quad r > 0 \quad (6)$$

可以证明,当存在结构元约束且 $\varphi_X(t)$ 对称时,使 α^r 最小的布尔函数由下式确定

$$f(\mathbf{x}) = (f_{\text{med}}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x})) \prod_{i=1}^q \bar{\beta}_i(\mathbf{x}) \quad (7)$$

$f_{\text{med}}(\mathbf{x})$ 为中值滤波器对应的正布尔函数, p, q 分别为

1 输出结构元和 0 输出结构元的数目, $\alpha_i(\mathbf{x})$ 为 1 输出结构元, $\beta_i(\mathbf{x})$ 为 0 输出结构元。显然, (7) 式同时满足 MAE 和 MSE 准则。

为使结构元尽可能地覆盖方形滤波窗口内所有的线条走向,从而在滤除噪声的同时,有效地保持图象各个方向上的线性细节,定义全方位结构元。

设 $\{X(n_1, n_2)\} (n_1, n_2 \in Z), Z = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$ 为一数字图象。二维滤波窗 W 大小为 $(2N+1) \times (2N+1)$, 窗内象素灰度用 $\{X(n_1 + l_1, n_2 + l_2) | -N \leq l_1, l_2 \leq N\}$ 表示。如下子集 $W_k (k=0, 1, \dots, 4N-1)$ 定义为全方位结构元:

$$\begin{aligned} W_k &= \{X(n_1 + l_1, n_2 + l_2) / \theta_k \\ &= k \cdot \alpha : -N \leq l_1, l_2 \leq N\} \\ \forall k &= 0, 1, \dots, 4N-1 \text{ 且 } \alpha = 180^\circ / 4N \end{aligned} \quad (8)$$

其中 α 称作单位旋转角。例如:当 $N=2$ 时, 5×5 方窗内的全方位结构元如图 1, 分别对应 $\theta_k = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ, 112.5^\circ, 135^\circ, 157.5^\circ$

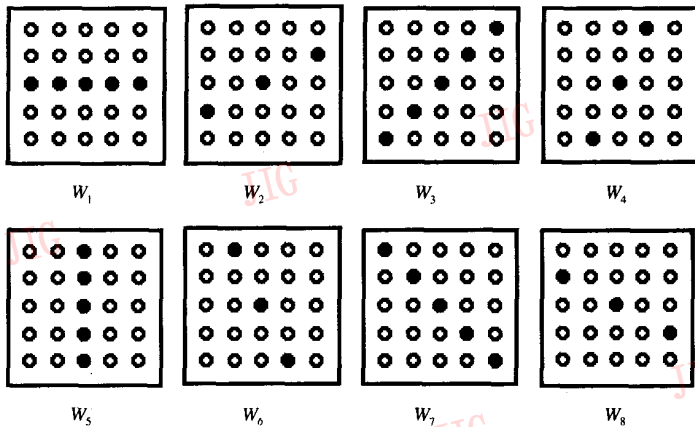


图 1 全方位结构元

将(7)式代入(4)式得到层叠滤波器表达式为

$$\begin{aligned} S_f(\mathbf{X}) &= \sum_{m=1}^{M-1} [(f_{\text{med}}(\mathbf{x}^m) + \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}^m)) \prod_{i=1}^q \bar{\beta}_i(\mathbf{x}^m)] \\ \mathbf{x}^m &= T^m(\mathbf{X}), \alpha_i(\mathbf{x}) = \prod_j x_j, \beta_i(\mathbf{x}) = \prod_j \bar{x}_j \end{aligned} \quad (9)$$

$\alpha_i(\mathbf{x}), \beta_i(\mathbf{x})$ 分别为(5)式中定义的 1 输出结构元和 0 输出结构元,为确定 $\alpha_i(\mathbf{x}), \beta_i(\mathbf{x})$, (10) 式给出了从全方位结构元到二值域 1 输出结构元和 0 输出结构元的转换公式

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \rho(W_k) = \prod_{-N \leq l_1, l_2 \leq N} T_m[X(n_1 + l_1, n_2 + l_2) / \theta_k \\ &= k \cdot \alpha] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_k &= \rho(\bar{W}_k) = \prod_{-N \leq l_1, l_2 \leq N} T_m[\bar{X}(n_1 + l_1, n_2 + l_2) / \theta_k \\ &= k \cdot \alpha \\ \forall k &= 0, 1, \dots, 4N-1 \text{ 且 } \alpha = 180^\circ / 4N \end{aligned} \quad (10)$$

图 2 和图 3 分别为图 1 中全方位结构元转换为 1 输出结构元和 0 输出结构元的结果,根据(10)式,不难得到

$$\begin{aligned} \alpha_1(\mathbf{x}^m) &= \prod_{i=-2}^2 T_m[X(n_1, n_2 + i)], \beta_1(\mathbf{x}^m) = \\ &= \prod_{i=-2}^2 T_m[\bar{X}(n_1, n_2 + i)] \dots \end{aligned}$$

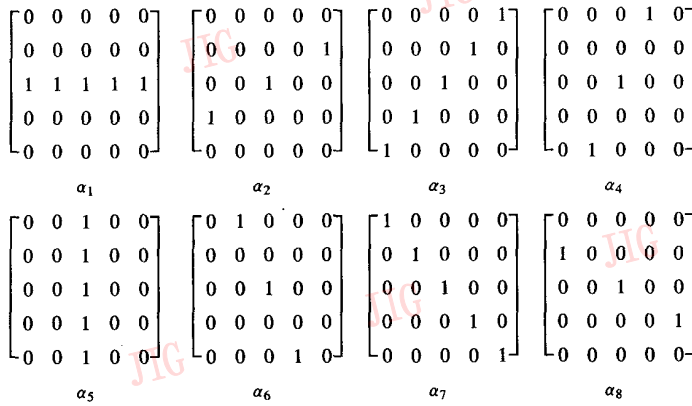


图2 全方位1输出结构元

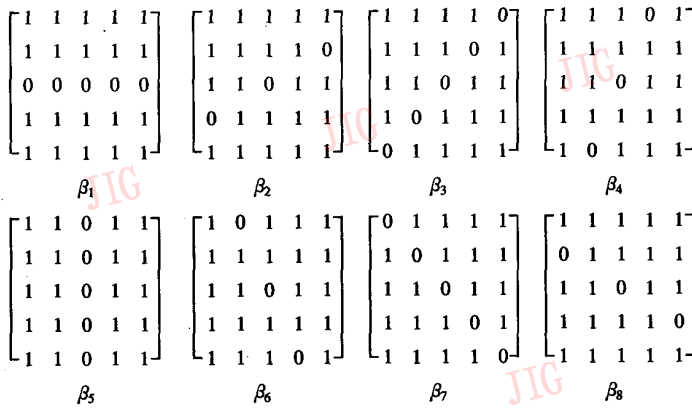


图3 全方位0输出结构元

为给出滤波器实域表示式和实现结构,分析(5)式, $\beta_i(\mathbf{x}) = \prod_j \bar{x}_j$, 则 $\bar{\beta}_i(\mathbf{x}) = \overline{\prod_j \bar{x}_j}$, 由德·摩根定理, $\bar{\beta}_i(\mathbf{x}) = \prod_j x_j$. 因此 $\alpha_i(\mathbf{x})$ 和 $\beta_i(\mathbf{x})$ 分别为二值域中的极小项和极大项, 分别对应实域中对结构元素求极小值和极大值, 因此

$$S_f(\mathbf{x}) = (\min_k [\max_k [\text{med}(S), \max_{l_1, l_2} [\min(S_k(l_1, l_2))]]], \min_k [\max_k (S_k(l_1, l_2))]) \quad (11)$$

其中, 根据 $S_k(l_1, l_2) = \{X(n_1 + l_1, n_2 + l_2)\} / \theta_k = k \cdot \alpha: -N \leq l_1, l_2 \leq N$, (11)式, 给出滤波器的结构如图4所示。

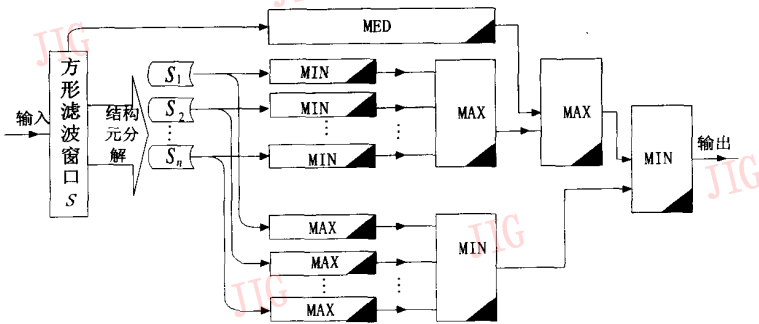


图4 最优全方位结构元二维层叠滤波器结构

2 计算机仿真实验及结果分析

采用 $256 \times 256 \times 8\text{bit}$ 的标准测试图“桥溪图”来测试本文的滤波器性能。图5为原始图象,图6为脉冲噪声污染图象(概率为10%)。为便于比较,采用5

$\times 5$ 滤波窗口,分别应用中值滤波器、可分离中值滤波器、极大/极小中值滤波器和最优全方位结构元约束层叠滤波器对噪声图象进行处理。图7、图8、图9和图10分别给出相应的滤波结果。表1给出了几种滤波器的性能指标。

表1 几种滤波器性能比较

滤波器类型	MSE	MAE
中值滤波器	492.9873	14.6136
可分离中值滤波器	374.0286	11.3449
极大/极小中值滤波器	312.4317	12.5754
最优全方位结构元约束层叠滤波器	265.7847	8.1472

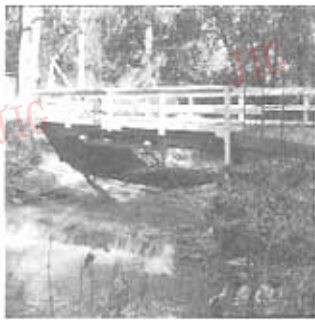


图5 原始图象

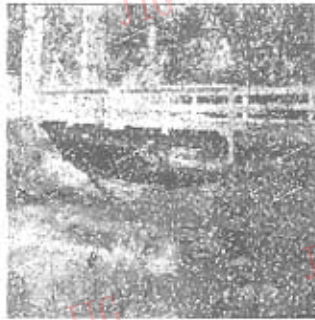


图6 噪声污染图象(10%)



图7 中值滤波结果



图8 可分离中值滤波结果

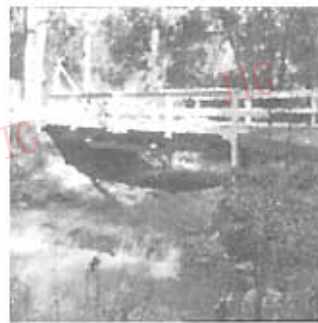


图9 极大/极小中值滤波结果



图10 本文滤波结果

通过比较可以看出,最优全方位结构元约束二维层叠滤波器的滤波效果最好,滤除噪声的同时,较好地保持了图象的几何细节特征。中值滤波在滤除噪声的同时,对图象的边缘细节模糊最严重,可分离中值滤波和极大/极小中值滤波器次之。

最优全方位结构元约束二维层叠滤波器在降噪的同时,并不会产生太大的负效应(模糊边界),原因在于:(1)根据最优准则进行设计,使输出信号和期望信号之间 MAE 和 MSE 最小,有利于噪声的消除;(2)引入全方位结构元约束,有利于保留图象边缘细

节等几何特征。

3 结论

最优全方位结构元约束二维层叠滤波器,由于引入全方位结构元,滤除噪声的同时有效地保持了图象各方向上的线性迹象。设计中不需要具备信号和噪声的先验统计知识,满足 MAE 或 MSE 准则,适于消除加性白噪声和脉冲噪声。但要求输入信号具有对称型概率密度分布函数。另外,还可利用层叠滤波器并行处理方面的优势,采用 VLSI 对本文滤波器进行硬件实现,有关层叠滤波器的 VLSI 硬件实现可参见文献^[5]。



王伟 1970 年生,1996 年获哈尔滨工程大学电子工程系信号处理专业硕士学位。现为哈尔滨工业大学自动化测试与控制系博士研究生。研究方向为计算机图象处理与模式识别,非线性滤波。已发表论文 10 多篇。



孙圣和 1937 年生,哈尔滨工业大学自动化测试与控制系教授、博士生导师。电子学会会士,《电子学报》编委。研究方向为计算机测试与控制,信号处理与系统辨识。已发表学术论文 100 余篇,出版专著 3 部,并多次获国家级和省部级科技成果奖。



赵春晖 1965 年生,副教授,1989 年获哈尔滨工程大学通信与电子系统专业硕士学位,1997 年获哈尔滨工业大学博士学位。研究方向为数字信号处理,非线性滤波和数学形态学。获部级科技进步一、二等奖各一项,已发表论文 30 多篇。

参考文献

- 1 陈贺新.非线性滤波器与数字图象处理.国防工业出版社,1997.
- 2 Wendt P D, Coyle E J, Gallagher N C. Stack filters. IEEE, Aug 1986, ASSP-34(4):898~911.
- 3 Moncef G. Minimum mean absolute error stack filtering with structural constraints and goals. IEEE, June 1990, ASSP-38(6):955~968.
- 4 Lin Yin. Stack filter design: A structural approach. IEEE, April 1995, SP-43(4):831~840.
- 5 Kuosmanen P, Astola J. Optimal stack filters under rank selection and structural constraints. Signal Processing, 1995, 41:309~338.
- 6 Akopian D, Vainio O, Agaian S, Astola J. Processors for generalized stack filters. IEEE Trans Signal Processing, June 1995, SP-43(6):1541~1546.
- 7 王伟,赵春晖等.层叠加权中值滤波器.《中国图象图形》学报,1997,2(7).

Optimal 2-D Stack Filter Based on Omnidirectional Structural Elements Constrains

Wang Wei, Zhao Chunhui and Sun Shenghe

(Department of Automatic Test and Control, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract A class of optimal 2-D stack filters based on omnidirectional structural elements constraints are proposed by defining omnidirectional structural elements in optimal stack filter design. Theory analyses and simulation experiments have shown that the class of filters are not only effective on preservation of image detail as soon as filtering noise, but also optimal under MAE and MSE criteria without prior statistical knowledge about noise and input signal.

Keywords Image processing, Nonlinear filtering, Stack filter, Omnidirectional structural elements, Threshold decomposition