

模糊加权均值滤波器

蔡靖 杨晋生 丁润涛

(天津大学电子信息工程学院, 天津 300072)

摘要 主要研究了受混合噪声污染图象的降噪滤波问题, 运用模糊数学思想提出了一种基于模糊隶属度的加权均值滤波器. 该算法利用模糊隶属度函数的概念, 对均值滤波器的权值加以优化, 使其不仅在降低高斯噪声的能力方面较均值滤波有所提高, 而且对于脉冲噪声及混合噪声也有很好的抑制能力.

关键词 模糊隶属度函数 均值滤波 中值滤波

中图分类号: TN911.73 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2000)01-0052-05

Fuzzy Weighted Average Filter

CAI Jing, YANG Jin-sheng, DING Run-tao

(School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

Abstract This paper mainly studied the problem of the noise suppression for images corrupted by different kinds of noises. A weighted average filter based on the fuzzy theory is presented. The algorithm first looks on the pixels in the filter window as elements of a fuzzy set, and then optimizes the membership of each element of the fuzzy set by iteration ways. In the end, the filter gets its weights of the pixels in the window from the memberships of the fuzzy set. Computer simulations show that the presented filter is not only better than average filter in the field of suppression of Gaussian noise, but also good at the suppression of impulse noise. So it has good performance to image corrupted by mixture noise.

Keywords Fuzzy membership function, Average filter, Median filter

0 引言

噪声图象的预处理中, 均值滤波因其算法极简单且对高斯噪声有较好的平滑能力, 至今仍是一种常用的方法. 但是由于: ① 在图象边缘区由于存在两种不同的象素值, 采用相同权值的均值滤波会造成边缘模糊. ② 均值滤波对脉冲噪声十分敏感. 其根本原因在于在均值运算中, 各个象素的权值都一样, 当滤波窗内存在奇异点(脉冲噪声)时, 奇异点在很大程度上影响滤波效果, 同时奇异点的存在经均值滤波其影响还会扩散到其周围象素. ③ 均值滤波没有充分利用图象象素间的相关性和象素的位置信息. 因此, 根据噪声和图象信号的特征选取适当的

权值是提高噪声图象预处理质量的重要途径.

自从1965年美国控制论学者扎德教授提出模糊论以来^[1,2], 模糊理论在各个领域都有充分的应用. 特别是近年来, 模糊理论在图象处理方面的应用日益增多^[3,4]. 本文利用模糊隶属度函数的概念, 对均值滤波的权值进行优化, 一方面使其平滑高斯噪声的能力较均值滤波有所提高, 另一方面, 使其对脉冲噪声有很强的抑制能力, 从而对混合噪声有很好的降噪效果.

1 算法描述

本文提出的模糊加权均值滤波(FWA)将滤波窗内的样本看作一个模糊集 \tilde{A} 中的元素, 窗内样本

x_i 根据其样本值有不同的隶属度 μ_i , 其隶属度由模糊集的隶属函数 $\mu(d_i)$ 映射而得, 其中 d_i 为样本 x_i 与滤波输出之间的差值. 这里, 隶属函数 $\mu(d_i)$ 的定义域为 $[0, +\infty)$ 、值域为 $[0, 1]$ 的单调减函数. 本文认为, 由滤波器的最佳估计导出的各个样本的隶属度加权均值后所得的输出仍为其本身, 而非最佳估计导出的隶属度加权均值后的输出与原估计值有一定的差异. 因此, 可以认为当由估计器算出的估计值导出的隶属度加权均值后所得的值等于原估计值时, 达到最佳估计.

具体算法描述如下:

- (1) 首先设滤波输出初值 y_0 为滤波窗内各样本的均值, 由这个初值导出各样本的隶属度 μ_{0i} ;
- (2) 对由(1)导出的模糊隶属度 μ_{0i} 进行加权均值, 得到新的输出 y_1 ;
- (3) 比较 y_0 与 y_1 的差值是否小于预定的阈值 ϵ , 若小于该阈值, 则迭代结束, 输出为 y_1 ; 否则由 y_1 导出新的模糊隶属度 μ_{1i} ;
- (4) 依次类推, 直至前后两次估计值的差小于阈值 ϵ .

本算法中取模糊隶属函数 $\mu(x_i) = e^{-\frac{(x_i - y)^2}{\beta}}$, 其中, y 为滤波输出, β 为尺度参数.

$$y_i = \frac{\sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu_r x_r + \sum_{(y_{i-1} + y_m)/2 \geq x_s > y_i} \mu_s x_s + \sum_{x_t \leq y_i} \mu_t x_t}{\sum \mu_r + \sum \mu_s + \sum \mu_t} \quad (1)$$

$$y_{m+1} = \frac{\sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu'_r x_r + \sum_{(y_{i-1} + y_m)/2 \geq x_s > y_i} \mu'_s x_s + \sum_{x_t \leq y_i} \mu'_t x_t}{\sum \mu'_r + \sum \mu'_s + \sum \mu'_t} \quad (2)$$

由式(1)、(2)可得,

$$y_{m+1} - y_i = \frac{\sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu'_r (x_r - y_i) + \sum_{(y_{i-1} + y_m)/2 \geq x_s > y_i} \mu'_s (x_s - y_i) + \sum_{x_t \leq y_i} \mu'_t (x_t - y_i)}{\sum \mu'_r + \sum \mu'_s + \sum \mu'_t} \quad (3)$$

$$\sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu_r (x_r - y_i) + \sum_{(y_{i-1} + y_m)/2 \geq x_s > y_i} \mu_s (x_s - y_i) + \sum_{x_t \leq y_i} \mu_t (x_t - y_i) = 0 \quad (4)$$

$\because y_m < y_{m+1} \therefore y_{m+1} - y_m > 0$, 又 $y_{i-1} > y_m$ (注: 当 $m = i$ 时成立, 而由后面的结论, 可以利用数学归纳法证明当 $\forall m, m+1 \in [i, k]$ 时此式均成立, 从而使假设得到证明), 且隶属函数 $\mu(d_i)$ 为一递减函

$$\begin{aligned} & \sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu_r (x_r - y_i) > \sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu'_r (x_r - y_i) > 0 \\ & \sum_{x_t \leq y_i} \mu'_t (x_t - y_i) < \sum_{x_t \leq y_i} \mu_t (x_t - y_i) < 0 \\ & \sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu'_r (x_r - y_i) + \sum_{x_t \leq y_i} \mu'_t (x_t - y_i) < \sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu_r (x_r - y_i) + \sum_{x_t \leq y_i} \mu_t (x_t - y_i) \\ & = - \sum_{(y_{i-1} + y_m)/2 \geq x_s > y_i} \mu_s (x_s - y_i) < 0 \end{aligned} \quad (5)$$

2 算法特性

下面将分别研究 FWA 滤波算法的收敛性、降噪特性及边缘保护特性.

2.1 收敛性

可以证明, FWA 滤波算法具有迭代收敛特性. 证明如下:

已知灰度图象的灰度值是上下有界的, 如 8 比特量化的图象信号, 其幅值一般在 0 到 255 之间. 则有以下两种情况:

(1) 序列 $\{y_n\}$ 为一个有限次增减变化的数列, 则必存在一个正整数 N , 使得在 N 的序列为单调数列, 根据单调有界数列必收敛准则可知, 序列 $\{y_n\}$ 最终必收敛为某一值 y .

(2) 序列 $\{y_n\}$ 为一个无限次增减变化的数列, 则假定在第 i 点输出为 y_i 并发生第一次增减变化, 其前一点及后一点输出分别为 y_{i-1} 和 y_{i+1} ; 在第 k 点输出为 y_k 并发生第二次增减变化 ($k > i$). 令 $a_0 = y_i, b_0 = y_{i-1}, a_1 = y_{k-1}, b_1 = y_k$. 不失一般性, 假定 $y_{i-1} > y_i, y_i < y_{i+1}, y_i < y_{k-1} < y_k, y_k > y_{k+1}$. $\forall m, m+1 \in [i, k]$, 则有 $y_i \leq y_m < y_{m+1} \leq y_k$, 其中 y_i 和 y_{m+1} 可由下式表示:

因此,由式(3)可得,

$$y_{m+1} = \frac{\sum_{x_r > (y_{i-1} + y_m)/2} \mu'_r(x_r - y_i) + \sum_{(y_{i-1} + y_m)/2 \geq x_s > y_i} \mu'_s(x_s - y_i) + \sum_{x_t \leq y_i} \mu'_t(x_t - y_i)}{\sum \mu'_r + \sum \mu'_s + \sum \mu'_t} + y_i$$

$$< \frac{\sum \mu'_s(x_s - y_i)}{\sum \mu'_r + \sum \mu'_s + \sum \mu'_t} + y_i < \frac{y_{i-1} + y_m}{2} - y_i + y_i = \frac{y_{i-1} + y_m}{2} \quad (6)$$

又 $\because y_i \leq y_m < y_{m+1} \leq y_{i-1} \therefore y_{m+1} - y_m < \frac{y_{i-1} - y_i}{2}$. 所以,当 $m = k - 1$ 时,有 $y_k - y_{k-1} < \frac{y_{i-1} - y_i}{2}$,由此可以得出: $[a_1, b_1] \subset [a_0, b_0]$ 且 $b_1 - a_1 < (b_0 - a_0)/2$. 同理可以得出,当序列 $\{y_n\}$ 在 $n > k$ 后, $y_n \in [a_1, b_1]$. 由此可以看出,当序列 $\{y_n\}$ 无限次增减变化后,可以得出一个闭区间序列 $[a_n, b_n]$,其区间宽度按以2为底的指数递减. 由此可以得出, $\forall \epsilon > 0, \exists N > 0$,使得 $m, n > N$ 时, $|y_m - y_n| < \epsilon$,因此序列 $\{y_n\}$ 将收敛.

综上所述,序列 $\{y_n\}$ 必收敛.

2.2 降噪平滑性能

(1) 对高斯噪声平滑能力. 对于高斯噪声污染的图象,由于其每一点受污染程度有所不同,因此采用局部均值的方法不能有效地利用窗内的像素值. FWA 滤波采用模糊优化权值的方法,使不同像素有不同权值,靠近滤波输出的像素值权值高,远离滤波输出的像素值权值低,这样就可以有效地避免重污染点的干扰,同时利用迭代收敛的方法使其达到最优. 实验证明,此种权值优化后的加权均值对于高斯噪声的降噪能力优于均值滤波.

(2) 对脉冲噪声的降噪能力. 本算法对脉冲噪声有极强的抗噪能力,远远优于均值滤波. 对于窗内奇异点,由于它与未受噪声污染的原始像素相差很大,因此经迭代后得到的权值非常小,以至可以将这个像素忽略不计. 因此脉冲噪声对 FWA 滤波几乎没有影响. 其对脉冲噪声的抑制能力接近于中值滤波.

(3) 对高斯、脉冲混合噪声的滤除能力. 本算法

对于混合噪声污染的图象有很好的降噪平滑能力. 一方面,FWA 滤波可以基本消除脉冲噪声的影响,另一方面又可以对未受脉冲噪声干扰的象素给予最佳的平滑,因此其效果优于中值滤波和均值滤波.

2.3 边缘保护能力

普通均值滤波会造成边缘模糊现象,而模糊加权均值滤波可以大大地改善这一缺陷. 当滤波窗内存在边缘时,窗内象素值主要有两个中心,其中一个占多数,另一个占少数. 当进行滤波迭代时,占多数的象素权值逐步加大,而占少数的象素权值逐步减小. 这样,就可以有效地减弱边缘模糊现象.

另外,尺度参数 β 决定着模糊集的形状,当 β 较小时,模糊集形状比较尖锐,从而对脉冲噪声的消除和边缘的保护效果较好,但对高斯噪声的抑制能力就会有所下降;当 β 较大时,对高斯噪声的平滑能力就会较强,但边缘保护能力就会有所下降. 大量实验证明,当 β 在5000左右时,能够比较好地满足以上两种要求.

表1中给出了应用不同尺度参数的 3×3 窗FWA 滤波及中值滤波、均值滤波分别对 $\sigma = 20$ 的高斯噪声、 $p = 10\%$ 的脉冲噪声及二者混合噪声污染图象滤波输出的归一化均方误差(NMSE). NMSE 由下式得到:

$$NMSE = \frac{\sum_{i,j} [x(i,j) - y(i,j)]^2}{\sum_{i,j} x(i,j)^2} \quad (7)$$

其中 $x(i,j)$ 和 $y(i,j)$ 分别为未受污染的原始信号和污染信号滤波输出后的信号.

表1 不同噪声污染滤波输出的归一化均方误差(NMSE)

噪声源	均值滤波	中值滤波	FWA 滤波				
			$\beta = 50^2$	$\beta = 60^2$	$\beta = 70^2$	$\beta = 80^2$	$\beta = 90^2$
高斯	0.008 964	0.009 856	0.008 878	0.008 446	0.008 218	0.008 155	0.008 148
脉冲	0.025 349	0.004 414	0.005 315	0.005 243	0.005 362	0.005 631	0.006 009
混合	0.029 03	0.012 54	0.010 93	0.010 56	0.010 49	0.010 70	0.011 04

3 实验结果及讨论

为了对 FWA 滤波器的性能有一个直观的了解, 用计算机对一幅分别受高斯噪声($\sigma=20$)和脉冲噪声($p=10\%$)污染的图象进行 3×3 窗 FWA 滤波(如图 1 所示).

由图 1(b) 可以看出, FWA 滤波器对于纯高斯噪声的平滑效果是比较理想的, 而由图 1(d) 中也可以看出, FWA 滤波器对于脉冲噪声的滤除效果也是比较理想的. 从表 1 中可以看出, 不同尺度参数下的 FWA 滤波器的平滑高斯噪声性能优于均值滤波器, 同时其降脉冲噪声能力亦接近中值滤波器而远远优于均值滤波. 图 2 给出了对于 $\sigma=20, p=10\%$ 高斯、脉冲混合噪声污染图象的 3×3 窗均值滤波、中值滤波及 FWA 滤波的比较. 其中 FWA 滤波器

的尺度参数 $\beta=70^2$.

由图 2 比较可以看出, FWA 滤波器对混合噪声的滤波效果优于均值滤波和中值滤波, 在图象平坦区较为明显. 表 1 中可以看出, 不同尺度参数下的 FWA 滤波效果均优于其他两种滤波器.

4 结束语

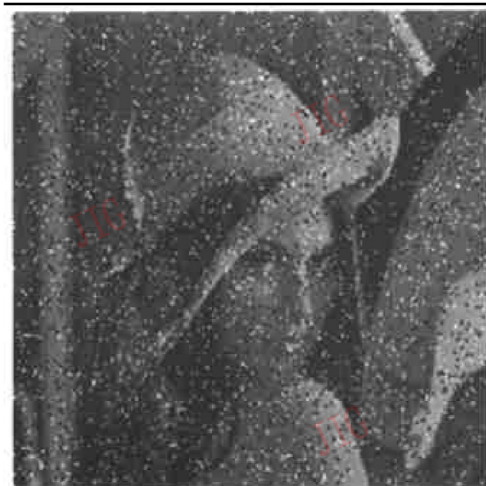
本文提出了一种利用模糊隶属度思想优化权值的模糊加权均值滤波器(FWA), 并给出了其迭代收敛性的证明及计算机模拟实验. 实验证明, FWA 滤波器对于高斯噪声和混合噪声的滤波效果均优于均值滤波器和中值滤波器. 对于脉冲噪声的滤波效果接近中值滤波器, 同时实验还证明, 该算法应用的隶属度函数收敛速度快, 因而算法复杂度低.



(a) $\sigma=20$ 高斯噪声污染的图象



(b) $\sigma=20$ 高斯噪声污染图象 FWA 滤波结果

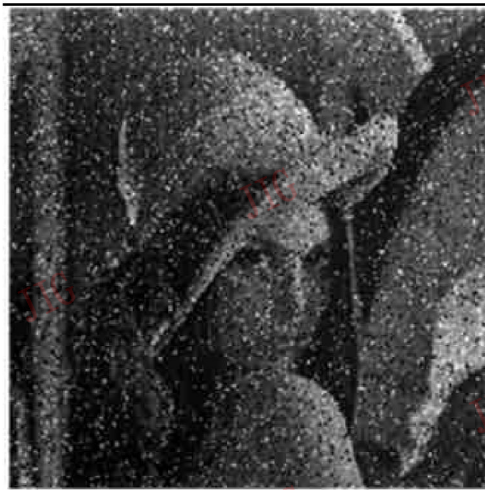


(c) $\sigma=20, p=10\%$ 脉冲噪声污染的图象



(d) $p=10\%$ 脉冲噪声污染图象的 FWA 滤波结果

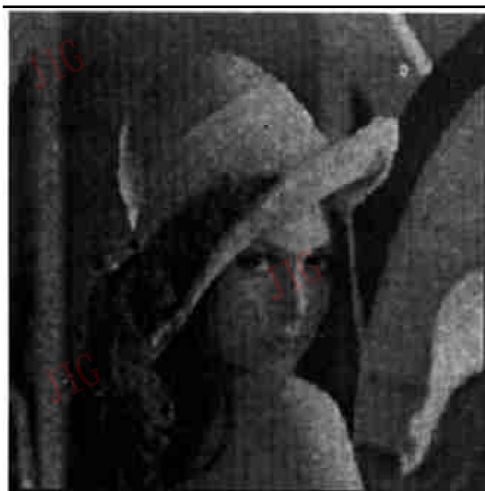
图 1 不同噪声污染图象的 FWA 滤波结果



(a) $\sigma=20, p=10\%$ 混合噪声污染的图片



(b) 混合噪声污染图片均值滤波结果



(c) 混合噪声污染图片中值滤波结果



(d) 混合噪声污染图片 FWA 滤波结果

图 2 $\sigma=20, p=10\%$ 混合噪声污染图片不同滤波方法比较

参考文献

- 1 郭桂蓉, 庄钊文. 信息处理中的模糊技术. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996.
- 2 何新贵. 模糊知识处理的理论与技术. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- 3 YoungSik Choi, Raghu Kirshnapuram. A robust approach to image enhancement based on fuzzy logic. IEEE Trans Image Processing, 1997, 6(6).
- 4 Vassilios Chatzis, Ioannis Pitas. Nonlinear location and scale es-

timators of fuzzy numbers. IEEE Trans Signal Processing, 1998, 46(1).



杨晋生 1987年毕业于天津大学, 现为天津大学计算机信息中心副主任、讲师. 主要研究方向为数字信号处理及数字通信.



蔡靖 1996年毕业于天津大学, 现为天津大学电信学院博士研究生. 主要研究方向为非线性滤波理论、模式识别、计算机视觉及模糊理论. 已发表学术论文数篇.



丁润涛 1961年毕业于天津大学, 现为天津大学教授, 博士生导师. 主要研究方向为图象处理、非线性数字滤波、视频技术等. 发表学术论文 40 余篇.