

离散信号和图象的实数形式 Gabor 变换

陶亮 张德龙

(安徽大学电子工程与信息科学系, 合肥 230039)

H. K. Kwan

(温莎大学电机与计算机工程系, 加拿大)

摘要 定义了用于有限序列和图象表示的实数形式离散 Gabor 变换(RDGT), 这种通过将复数形式离散 Gabor 变换(CDGT)的复数 Gabor 基本函数替换成实数 Gabor 基本函数而进行的实数变换, 在算法复杂性上与 CDGT 相比, 明显降低, 并且由于 RDGT 与离散 Hartley 变换(DHT)有着相似的形式, 从而使得 RDGT 能够利用快速的 DHT 加速变换. 另外, RDGT 系数与 CDGT 系数的实部和虚部之间有着非常简单的加减关系, 因此不仅可以很容易地从 RDGT 系数中计算出 CDGT 系数, 而且 RDGT 还具有与 CDGT 同样的特性. 文末给出了一些验证结果.

关键词 离散 Gabor 变换 离散 Hartley 变换 信号处理 图象处理

中图法分类号: TN911.72 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2000)10-0840-06

Real Discrete Gabor Transform for Finite Discrete Signal and Image Representation

TAO Liang, ZHANG De-long

(Dept. of Electronic Engineering and Information Science, Anhui University, Hefei, Anhui 230039)

H. K. Kwan

(Dept. of Electrical and Computer Engineering, University of Windsor, Windsor, Ontario N9B 3P4, Canada)

Abstract In this paper, we define 1-D and 2-D real discrete Gabor transforms (RDGT) for finite discrete signal and image representation. By replacing the complex Gabor basis functions of the complex discrete Gabor transform (CDGT) with real Gabor basis functions, a significant computation of the RDGT can be saved as compared with the computation of the CDGT. The similarity between the RDGT and the discrete Hartley transform (DHT) allows the RDGT to utilize the fast DHT algorithms for fast computation. In addition, not only does the RDGT have a simple relationship with the CDGT such that the CDGT coefficients can be directly computed from the RDGT coefficients, but the RDGT coefficients also have the same properties as the CDGT coefficients. Some simulation results are given at the end of this paper.

Keywords Discrete gabor transforms, Discrete hartley transforms, Signal processing, Image processing

0 引言

为了克服传统的 Fourier 变换不适合于短时的或频率随时间变化的信号处理这一缺陷, 1946 年, 英国物理学家 Dennis Gabor^[1]最先提出了在联合时频域中将信号展开成一组离散的 Gaussian 基本函数形式, 这种展开方式后来被称为 Gabor 变换或

展开.

Gabor 变换的一个重要特性就在于 Gabor 变换系数揭示了一个信号或一幅图象的局部频率的分布规律, 而不像 Fourier 变换系数仅仅反映全局频率的信息. Gabor 变换的这一优点已被证明在一维和二维信号处理中是非常有用的, 如语音识别、信号的检测、图象压缩、纹理分析、图象的分割和识别等方面. Gabor 变换的另一有趣特性在于 Gabor 基本

函数具有与人类视觉基元相似的性质, 尤其是其二维基本函数波形, 类似于哺乳动物视觉系统的感受面波形, 这就从数学上为研究动物视觉感受面的空间特性提供了一种有效的方式, 并且这一点对研究图象特征检测或空间频率滤波也是极其重要的.

然而, 阻碍 Gabor 变换广泛应用的难题是找不到一种简单的计算变换系数的方法, 因为 Gabor 基本函数彼此之间互不正交. 近十几年来, 围绕这一问题, 国内外相继提出了很多解决方法, 其中, 最主要的有 Zak 变换法和以 Bastiaans、Wexler 和 Qian 等人为代表的分析解法^[2-5], Daugman 等人提出的神经网络方法^[6]以及 Ibrahim 等人提出的自适应学习算法^[7]等等. 但不论哪一种方法, 均为复数形式的 Gabor 变换, 即 Gabor 基本函数、Gabor 系数、辅助的双正交函数及其求解的约束条件式都是复数形式的. 与实数运算相比, 复数运算的运算量明显较大, 而且软件或硬件的实现也较复杂. 为了克服这一问题, 本文提出了一种实数形式离散 Gabor 变换 (RDGT) 方法, 与复数形式离散 Gabor 变换 (CDGT) 方法相比, 新的离散 Gabor 变换在算法复杂性上明显降低, 并且由于 RDGT 与离散 Hartley 变换 (DHT) 有着相似的形式, 从而使得 RDGT 能够利用快速的 DHT 来加速变换. 另外, 由于 RDGT 系数与 CDGT 系数的实部和虚部之间有着非常简单的加减关系, 因此不仅可以很容易地从 RDGT 系数中计算出 CDGT 系数, 而且 RDGT 还具有与 CDGT 同样的特性, 如 Gabor 系数的可压缩性 (compressibility)^[8]和在联合时频域中的局域化性 (localization property) 等等.

1 有限序列的实数形式离散 Gabor 变换

设 $x(k)$ 表示一个有限的、周期为 L 的实序列, 则实数形式离散 Gabor 变换定义为

$$x(k) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_{m,n} \tilde{h}_{m,n}(k) \quad (1)$$

其中, 变换系数 $a_{m,n}$ 可从下式获得

$$a_{m,n} = \sum_{k=0}^{L-1} x(k) \mathcal{Y}_{m,n}(k) \quad (2)$$

这里

$$\tilde{h}_{m,n}(k) = \tilde{h}(k - mN) \text{cas}(2\pi nk/N) \quad (3)$$

$$\mathcal{Y}_{m,n}(k) = \mathcal{Y}(k - mN) \text{cas}(2\pi nk/N) \quad (4)$$

上式中, $\text{cas}(x) = \cos(x) + \sin(x)$ 被称为 Hartley 函数^[9]. $L = NM = N\bar{M}$, M 和 N 分别为时频域中的抽样点数, \bar{M} 和 \bar{N} 分别为时间和频率的抽样间隔, 稳定的重建条件是 $N\bar{M} \leq L$ (或 $MN \geq L$)^[4]. 严格抽样出现在 $N\bar{M} = NM = L$ ($a_{m,n}$) 的个数等于 $x(k)$ 的样点数) 时刻, 在欠抽样条件 ($MN < L$) 下也许会丢失信息. 注意, $\tilde{h}(k)$ 和 $\mathcal{Y}(k)$ 分别是综合窗 $h(k)$ 、分析窗 $\mathcal{Y}(k)$ 的周期延伸, 即

$$\tilde{h}(k) = \sum_i h(k + iL) = \tilde{h}(k + L) \quad (5)$$

$$\mathcal{Y}(k) = \sum_i \mathcal{Y}(k + iL) = \mathcal{Y}(k + L) \quad (6)$$

另外, 考虑到信号的确定性, 设 $\tilde{h}(k)$ 具有单位能量, 即

$$\sum_{k=0}^{L-1} |\tilde{h}(k)|^2 = 1 \quad (7)$$

则 Gabor 系数 $a_{m,n}$ 此刻也是实的, 并且是以 m 和 n 为变量的周期函数,

$$a_{m+iM, n+jN} = a_{m,n} \quad i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (8)$$

$\tilde{h}(k)$ 与 $\mathcal{Y}(k)$ 的双正交性条件等价于下式 (证明参见文献 [13] 中附录)

$$\sum_{k=0}^{L-1} \tilde{h}(k + mN) \text{cas} \left[\frac{2\pi nk}{N} \right] \mathcal{Y}(k) = \frac{L}{NM} \delta_m \delta_n \quad (9)$$

$$0 \leq m \leq \bar{M} - 1, 0 \leq n \leq \bar{N} - 1$$

这里, δ_k 表示 Kronecker delta. 式 (9) 也可以写成下列矩阵的形式

$$\mathbf{H} \cdot \mathcal{Y} = \mathbf{v} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{v} = \{L/(MN), 0, 0, \dots, 0\}^T$ 是一长度为 $M\bar{N}$ 的矢量, $\mathcal{Y} = \{\mathcal{Y}(0), \mathcal{Y}(1), \dots, \mathcal{Y}(L-1)\}^T = \{\mathcal{Y}(0), \mathcal{Y}(1), \dots, \mathcal{Y}(L-1)\}^T$, \mathbf{H} 是一 $(M\bar{N}) \times L$ 的实矩阵, 结构为

$$\mathbf{H}(m\bar{N} + n, k) = \tilde{h}(k + mN) \text{cas}(2\pi nk/N) \quad (11)$$

此时 \mathcal{Y} 变成了由式 (10) 描述的线性系统的解. 在严格抽样条件下, 即 $M = \bar{M}$ 和 $N = \bar{N}$ (或 $L = M\bar{N}$) 时, 若 \mathbf{H} 是非奇异的, 则 \mathcal{Y} 具有唯一解. 在过抽样条件下, 即 $M\bar{N} < L$, 式 (10) 中 \mathcal{Y} 的解为多解. 类似于复数形式离散 Gabor 变换^[4], 这里我们选最小范数 (minimum norm) 条件下

$$\mathcal{Y} = \min_{\mathcal{Y}} \sum_{k=0}^{L-1} |\mathcal{Y}(k)|^2 \quad (12)$$

的解 \mathcal{Y}_0 作为 (10) 的解, 即

$$\mathcal{Y}_0 = \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{v} \quad (13)$$

一旦求出了 \mathcal{Y} , 就可利用快速的 DHT 计算 (2) 式中的 $a_{m,n}$ ^[10, 11]

$$a_{m,n} = \sum_{k=0}^{L-1} x(k) \mathcal{Y}(k - mN) \text{cas}(2\pi nk/N) \\ = \sum_{j=0}^{N-1} \left| \sum_{i=0}^{M-1} R_m(iN + j) \right| \text{cas}(2\pi nj/N) \quad (14)$$

式中, $R_m(k) = x(k) \mathcal{Y}(k - mN)$, $k = iN + j$. 很显然, 上式可利用 N 点 DHT 进行计算, 其计算复杂性为 $M \times (N \text{ 点 1-D DHT}) + M \times L$ 次实数相乘 + $(M-1) \times M \times N$ 次实数相加, 而在文献[5]中 CDGT 系数的计算复杂性为 $M \times M \times (N \text{ 点 1-D DFT}) + M \times L$ 次实数相乘 + $(M-1) \times M \times N$ 次实数相加.

这一方法也可用于信号的重建, 即可将式(1)重写为

$$x(k) = \sum_{m=0}^{M-1} \tilde{h}(k - mN) \sum_{n=0}^{N-1} a_{m,n} \text{cas} \left| \frac{2\pi nk}{N} \right| \\ \text{若令 } k = qN + k_0, q = 0, 1, \dots, M-1, k_0 = 0, 1, \dots, N-1, \text{ 则上式变为} \\ x(qN + k_0) = \sum_{m=0}^{M-1} \tilde{h}(qN + k_0 - mN) \times \\ \sum_{n=0}^{N-1} a_{m,n} \text{cas} \left| \frac{2\pi nk_0}{N} \right| \quad (15)$$

式中, 第 2 个求和项也是一个 N 点的 DHT. 这里, 信号的重建计算复杂性为 $M \times (N \text{ 点 1-D DHT}) + M \times L$ 次实数相乘 + $(M-1) \times L$ 次实数相加, 而在文献[5]中计算复杂性为 $2M \times N \times L$ 次复数相乘 + $(M \times N - 1) \times L$ 次复数相加.

由上述不难看出, 一维实数形式离散 Gabor 变换的计算复杂性较一维复数形式离散 Gabor 变换的复杂性小, 主要体现在 Gabor 辅助双正交函数 (利用式(13)) 以及式(14)、(15)的计算方面, 这是因为式(13)、(14)和式(15)以及 $a_{m,n}$ 都是实数形式的原因. 并且由于 RDGT 与 DHT 有着相似的形式, 从而使得 RDGT 能够利用快速的 DHT 来加速变换 (DHT 本身由于避免了复数计算, 因而与 DFT 相比, 计算复杂性也大大地减少^[10, 12]).

然而, 在许多实际应用中, $x(k)$ 的长度可能很长. 在这种情况下, 上述的方法不再适用, 为此我们发表了另一篇文章论述无限 (或长) 序列下的 RDGT^[13].

2 图象的实数形式离散 Gabor 变换

上述一维实数形式离散 Gabor 变换方法可以推广应用到二维实数形式离散 Gabor 变换. 设一

象 $I(x, y)$, $x = 0, 1, \dots, X-1, y = 0, 1, \dots, Y-1$ 被分成 $K \times L$ 个维数为 $M \times N$ 的不重叠的格子 (lattice), 使得 $X = KM$ 和 $Y = LN$. 这样二维实数形式离散 Gabor 变换就可定义为下列实的展开形式

$$\hat{I}(x, y) = \sum_{m=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{L-1} \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{s=0}^{N-1} a_{m,n,r,s} \tilde{h}_{m,n,r,s}(x, y) \quad (16)$$

式中, $\hat{I}(x, y)$ 表示重建的图象. 实的 Gabor 基本函数 $\tilde{h}_{m,n,r,s}(x, y)$ 定义为

$$\tilde{h}_{m,n,r,s}(x, y) = \tilde{h}(x - mM, y - nN) \times \text{cas} \left| 2\pi \left[\frac{rx}{M} + \frac{sy}{N} \right] \right| \quad (17)$$

二维 RDGT 系数可由下式获得

$$a_{m,n,r,s} = \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} I(x, y) \mathcal{Y}_{m,n,r,s}(x, y) \quad (18)$$

式中, 实的 Gabor 辅助双正交函数为

$$\mathcal{Y}_{m,n,r,s}(x, y) = \mathcal{Y}(x - mM, y - nN) \times \text{cas} \left| 2\pi \left[\frac{rx}{M} + \frac{sy}{N} \right] \right| \quad (19)$$

这里, $\tilde{h}(x, y)$ 和 $\mathcal{Y}(x, y)$ 同样是实的, 并且分别是综合窗 $h(x, y)$ 、分析窗 $\mathcal{Y}(x, y)$ 的周期延伸, 即

$$\tilde{h}(x, y) = \sum_i \sum_j h(x + iX, y + jY) \\ = \tilde{h}(x + X, y + Y) \quad (20)$$

$$\mathcal{Y}(x, y) = \sum_i \sum_j \mathcal{Y}(x + iX, y + jY) \\ = \mathcal{Y}(x + X, y + Y) \quad (21)$$

正如一维情况, 可以证明 $\tilde{h}(x, y)$ 和 $\mathcal{Y}(x, y)$ 必须满足下列双正交性条件

$$\sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} \left| \tilde{h}(x + mM, y + nN) \times \text{cas} \left| 2\pi \left[\frac{rx}{M} + \frac{sy}{N} \right] \right| \mathcal{Y}(x, y) \right| = \delta_m \delta_n \delta_r \delta_s \quad (22)$$

对于给定的二维窗函数 $\tilde{h}(x, y)$, 我们不得不解一个 $X \times Y$ 实线性方程组, 以获得对应的二维分析窗函数 $\mathcal{Y}(x, y)$, 但如果使用可分离的窗函数, 计算就可大大简化. 若设 $\tilde{h}(x, y) = \tilde{h}_x(x) \tilde{h}_y(y)$, 则可根据二元性得 $\mathcal{Y}(x, y) = \mathcal{Y}_x(x) \mathcal{Y}_y(y)$. 由此可以看出, 可分离的二维综合窗函数和二维分析窗函数实际上是两个一维综合窗函数和两个一维分析窗函数的乘积. 这里二个窗函数 $\tilde{h}_x(x)$ 和 $\tilde{h}_y(y)$ 不必一样, 甚至可具有同样的类型.

一旦求出了 $\mathcal{Y}(x, y)$, 就可利用快速的二维 DHT^[9, 12, 14] 计算式(18)中的 $a_{m,n,r,s}$. 具体算式如下

$$\begin{aligned}
\text{设 } a_{m,n,r,s} &= \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} \left| I(x,y) \mathcal{Y}(x-mM, y-nN) \times \right. \\
&\quad \left. \text{cas} \left[2\pi \frac{rx}{M} + 2\pi \frac{sy}{N} \right] \right| \\
&= \sum_{j_1=0}^{M-1} \sum_{j_2=0}^{N-1} \left| \sum_{i_1=0}^{K-1} \sum_{i_2=0}^{L-1} R_{m,n}(i_1 \times M + j_1, \right. \\
&\quad \left. i_2 \times N + j_2) \right| \times \\
&\quad \left. \text{cas} \left[2\pi \frac{Y \times j_1}{M} + 2\pi \frac{s \times j_2}{N} \right] \right| \quad (23)
\end{aligned}$$

式中, $R_{m,n}(x,y) = I(x,y) \mathcal{Y}(x-mM, y-nN)$, $x = i_1 \times M + j_1$, $y = i_2 \times N + j_2$, 很显然, 上式可利用 $M \times N$ 2-D DHT 进行计算, 其计算复杂性为 $K \times L \times (M \times N$ 2-D DHT) + $K \times L \times X \times Y$ 次实数相乘 + $(K \times L - 1) \times X \times Y$ 次实数相加, 而在文献[2]中 CDGT 系数的计算复杂性为 $K \times L \times M \times N$ 4-D DFT + $K \times L \times M \times N$ 4-D IDFT + $X \times Y$ 次复数除 + $X^2 \times Y^2$ 次复数乘 + $(X \times Y - 1) \times X \times Y$ 次复数加。

这种方法也可用于式(16)图象的重建中. 总之, 二维实数形式离散 Gabor 变换的计算复杂性较二维复数形式离散 Gabor 变换的计算复杂性小, 主要体现在 Gabor 辅助双正交函数以及式(16)、(18)的计算方面, 这是因为式(22)或(9)以及式(16)、(18)和 $a_{m,n,r,s}$ 都是实数形式的原因. 并且由于二维 RDGT 与二维 DHT 有着相似的形式, 从而使得二维 RDGT 能够利用快速的二维 DHT 来加速变换。

3 RDGT 与 CDGT 之间的关系

一维复数形式离散 Gabor 变换的一般形式^[4,5]如下

$$x(k) = \sum_m \sum_{n=0}^{M-1} C_{m,n} \tilde{h}_{m,n}(k) \quad (24)$$

$$C_{m,n} = \sum_{k=0}^{L-1} x(k) \mathcal{Y}_{m,n}^*(k) \quad (25)$$

$$\tilde{h}_{m,n}(k) = h(k - mN) W_N^{nk} \quad (26)$$

$$\mathcal{Y}_{m,n}(k) = \mathcal{Y}(k - mN) W_N^{nk} \quad (27)$$

$$W_N^{nk} = \exp(j \times 2\pi nk / N) \quad (28)$$

这里, $j = \sqrt{-1}$, “*” 表示复数共轭。

二维图象 $I(x,y)$ 的复数形式离散 Gabor 变换的一般形式为

$$\hat{I}(x,y) = \sum_{m=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{L-1} \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{s=0}^{N-1} C_{m,n,r,s} \tilde{h}_{m,n,r,s}(x,y) \quad (29)$$

$$C_{m,n,r,s} = \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} I(x,y) \mathcal{Y}_{m,n,r,s}^*(x,y) \quad (30)$$

$$\tilde{h}_{m,n,r,s}(x,y) = \tilde{h}(x-mM, y-nN) W_M^{rx} W_N^{sy} \quad (31)$$

$$\mathcal{Y}_{m,n,r,s}(x,y) = \mathcal{Y}(x-mM, y-nN) W_M^{rx} W_N^{sy} \quad (32)$$

与一维和二维实数形式离散 Gabor 变换比, 可以容易地发现 $a_{m,n}$ 和 $C_{m,n} = \text{Re}(C_{m,n}) + j \times \text{Im}(C_{m,n})$ 之间的关系

$$\text{Re}(C_{m,n}) = (a_{m,n} + a_{m,N-n}) / 2 \quad (33)$$

$$\text{Im}(C_{m,n}) = - (a_{m,n} - a_{m,N-n}) / 2 \quad (34)$$

或

$$a_{m,n} = \text{Re}(C_{m,n}) - \text{Im}(C_{m,n}) \quad (35)$$

以及 $a_{m,n,r,s}$ 和 $C_{m,n,r,s} = \text{Re}(C_{m,n,r,s}) + j \times \text{Im}(C_{m,n,r,s})$ 关系

$$\text{Re}(C_{m,n,r,s}) = (a_{m,n,r,s} + a_{m,n(M-r)(N-s)}) / 2 \quad (36)$$

$$\text{Im}(C_{m,n,r,s}) = - (a_{m,n,r,s} - a_{m,n(M-r)(N-s)}) / 2 \quad (37)$$

或

$$a_{m,n,r,s} = \text{Re}(C_{m,n,r,s}) - \text{Im}(C_{m,n,r,s}) \quad (38)$$

另外也不难看出, 如果 RDGT 和 CDGT 使用同一类综合窗 $h(k)$ 或 $h(x,y)$, 则两种变换也将具有同样的分析窗 $\mathcal{Y}(k)$ 或 $\mathcal{Y}(x,y)$ 。

4 实验结果

在实验中, 首先计算出对应于一维 Gaussian 综合窗

$$h(k) = \{(2^{1/2}/16)\}^{1/2} \exp\{-\pi[(k-63.5)/16]^2\}$$

的两个双正交分析窗(如图 1 所示), 然后将其用于几类信号的 RDGT 计算, 如矩形脉冲信号和 chirp 信号. 实验表明, 重建信号与原信号的均方误差约为 10^{-15} 。

假设二维综合窗函数和分析窗函数是可分离的, 即 $\tilde{h}(x,y) = \tilde{h}_x(x) \tilde{h}_y(y)$, $\mathcal{Y}(x,y) = \mathcal{Y}_x(x) \mathcal{Y}_y(y)$, 且 $M = N = 16$ (如图 2 和图 3 所示). 这里, $\tilde{h}_x(x)$ 和 $\tilde{h}_y(y)$ 同为图 1(a) 中的 Gaussian 综合窗函数; $\mathcal{Y}_x(x)$ 和 $\mathcal{Y}_y(y)$ 同为图 1(b) 中的分析窗函数. 然后将计算出的二维综合窗函数和分析窗函数用于尺寸为 128×128 、256 个灰度级的 Lena 图象(图 4(a)) 的 RDGT 系数计算, 图 4(b) 展示了利用该系数精确重建的图象. 图 4(d) 则展示了仅用与图 4(c) 显示的 6 个格子对应的 RDGT 系数重建的图象(仍然较清晰), 这充分说明了 RDGT 系数与 CDGT 系数同样具有在联合(时间)空间频率域中的局域化特性。

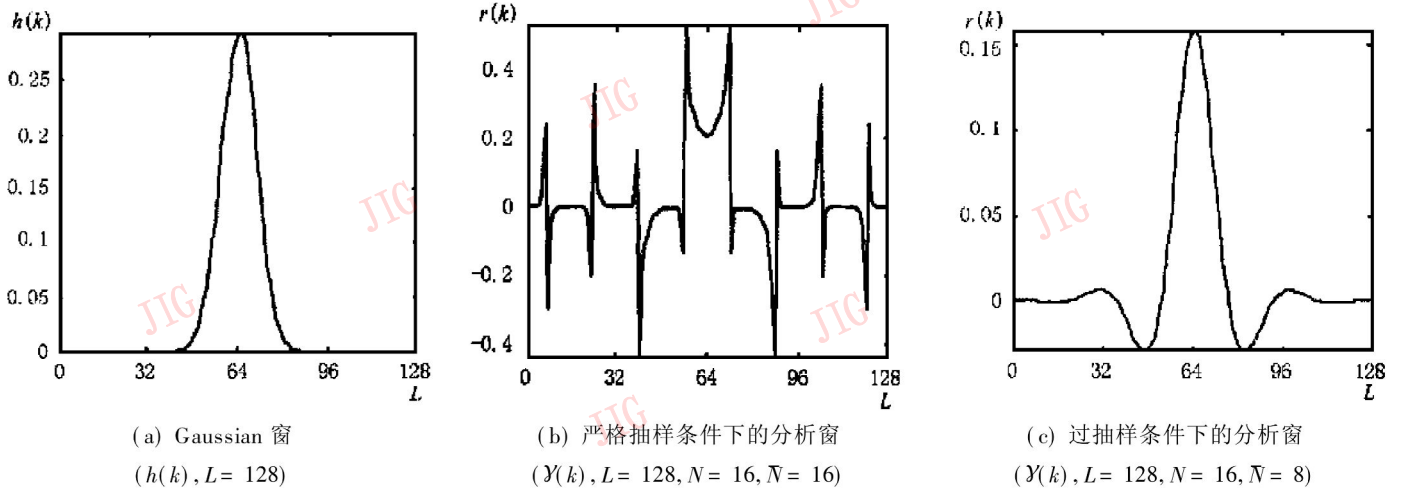


图1 一维 Gaussian 综合窗及相应的分析窗

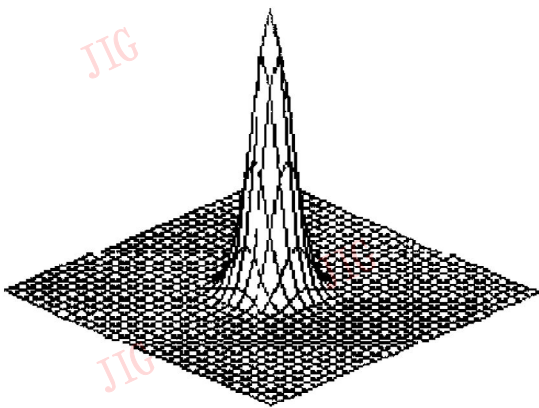


图2 二维 Gaussian 综合窗($X=Y=128, M=N=16$)

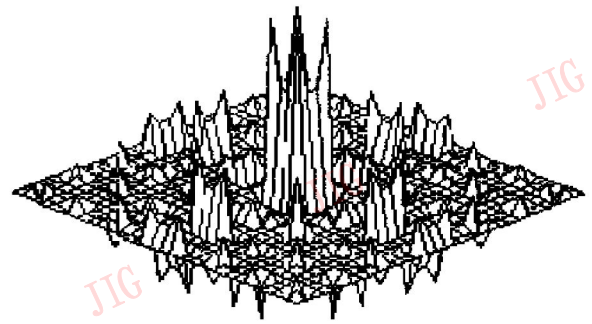


图3 对应于图2中二维 Gaussian 窗的二维分析窗



(a) Lena 原图象 (b) 重建的 Lena 图象 (c) 标注有 6 个格子的原图象 (d) 仅利用对应于图 4(c) 中 6 个格子区域的 RDGT 系数部分重建的 Lena 图象

图4 2-D RDGT 及其变换系数在联合空间频率域中的局域化特性

5 结论

本文定义了用于一维有限序列和图象表示的实数形式离散 Gabor 变换, 通过理论及实验, 证明了实数形式离散 Gabor 变换(及逆变换)与复数形式离散 Gabor 变换相比, 由于采用了实数运算及快速

的 DHT, 计算复杂性明显减小, 并且具有与复数形式离散 Gabor 变换同样的特性, 如 Gabor 系数的可压缩性^[8]和在联合时频域中的局域化性. 另外, 实数形式离散 Gabor 变换与复数形式离散 Gabor 变换之间有着非常简单的关系, 因此实数形式离散 Gabor 变换也提供了一种更快更有效的计算复数形式离散 Gabor 变换系数的方法.

参 考 文 献

- 1 Gabor D. Theory of communication. J. Inst. Electr. Eng., 1946, 93(III): 429~ 457.
- 2 Gertner I, Zeevi Y. On the zak-gabor representation of image. In: Proceeding of SPIE, Visual Commun. Image Processing, 1990: 1738~ 1748.
- 3 Bastiaans M. Gabor's expansion of a signal into gaussian elementary signals, Opt. Eng. 1981, 20(4): 594~ 598.
- 4 Wexler J, Raz S. Discrete Gabor transforms. Signal Processing, 1990, 21(3): 207~ 220.
- 5 Qian S, Chen D. Discrete Gabor transforms. IEEE Trans Signal Processing, 1993, 21(7): 2429~ 2438.
- 6 Daugman J. Complete discrete 2-D Gabor transform by neural networks for image analysis and compression. IEEE Trans Acoust., Speech, Signal Processing, 1988, 36(7): 1169~ 1179.
- 7 Ibrahim A, Azimi-Sadjadi M R. A fast learning algorithm for gabor transformation. IEEE Trans Image Processing, 1996, 5(5): 171~ 175.
- 8 Tao Liang, Kwan H K. 2-D real gabor transform. In: Proceedings of the 1999 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Edmonton, Alberta, Canada, 1999, 831~ 834.
- 9 Bracewell R M. The discrete hartley transform, J. Opt. Soc. Am., 1983, 73(12): 1932~ 1835.
- 10 Liu K J R, Chiu Ching-Te. Unified parallel lattice structures for time-recursive discrete cosine/ sine/ Hartley transforms. IEEE Trans Signal Processing, 1993, 41(3): 1357~ 1377.
- 11 Guoan Bi, Yah Qiu Chen. Fast DHT algorithms for length $N=q^* 2^m$. IEEE Trans Signal Processing, 1999, 47(3): 900~ 903.
- 12 Castleman K R. Digital image processing. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1996.

- 13 Tao Liang, Kwan H K. Real discrete gabor expansion for finite and infinite sequences. In: Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Geneva, Switzerland, 2000: 28~ 31.
- 14 Bracewell R M. The fourier transform and its application (2d ed.), McGraw-Hill, New York, 1986.



陶 亮 1985 年和 1988 年于安徽大学分别获得学士、硕士学位, 1998 年 8 月由国家留学基金委资助, 赴加拿大温莎大学访问研修一年, 现为安徽大学电子工程与信息科学系副教授. 主要研究方向为数字信号与图象处理、神经网络及其应用.



张德龙 安徽大学电子工程与信息科学系教授, 研究方向为医学数字信号与图象处理、模糊神经网络及其应用.



H. K. Kwan 1981 年于英国伦敦大学帝国学院获得博士学位, 现为加拿大温莎大学电机与计算机工程系教授、博士生导师. 主要研究方向为数字滤波器、模糊神经网络和多媒体数字信号处理.

通 告

为适应我国信息化建设需要, 扩大作者学术交流渠道, 本刊已加入《中国学术期刊(光盘版)》和“中国期刊网”. 作者著作权使用费与本刊稿酬一次性付给. 如作者不同意将文章编入该数据库, 请在来稿时声明, 本刊将做适当处理.