

用四次多项式插值消除医用 X 射线 CT 中的金属伪影

林宙辰 石青云

(北京大学视觉与听觉信息处理国家重点实验室, 北京 100871)

摘要 当今 X 射线 CT 技术已是医疗领域最重要的诊断手段之一, 但实践中有时会碰到金属异物吸收 X 射线等问题, 使得重构的图象上出现大量的条纹, 因而干扰诊断. 为了消除这种金属伪影, 提出了一种用四次多项式来对缺失的投影值进行插值, 并对重构的图象进行值裁剪的方法. 该四次多项式是按若干准则确定的, 即在投影缺口两端点处光滑过渡, 并在缺口内部尽可能保持线性, 以使各方向上投影值之和为常数, 而值裁剪是通过统计图象上灰度值的分布, 然后剔除不合理的灰度值来实现的. 实验表明, 这种新方法能极大程度地消除金属伪影, 并能显著提高图象的对比度.

关键词 计算机断层成象术 金属伪影

中图法分类号: TP391 R814.42-39 文献标识码: A 文章编号: 1006-896K(2001)02-0142-06

Reduction of Metal Artifact in X-ray CT by Quartic-Polynomial Interpolation

LIN Zhou-chen, SHI Qing-yun

(National Key Laboratory of Machine Perception, Peking University Beijing 100871)

Abstract Nowadays X-ray computerized tomography has been one of the most important diagnostic tools in medicine. However, sometimes the metallic implants absorb the X-rays and therefore introduce streaks on the reconstructed images, which interfere diagnosis severely. In this paper, a simple interpolation method using quartic polynomials to fill in the missing projections is presented. The clipping on the pixel values of the reconstructed image is also proposed. The polynomial is determined by several criteria, namely smooth transition at the ends of the gap of missing projections, being as linear as possible inside the gap, and constant sum of interpolated projections in every direction. Value clipping eliminates irrational pixel values by evaluating the distribution of pixel values. Experiments show that by our method, the streaks caused by the metallic implants can be greatly suppressed and the contrast can be significantly improved.

Keywords Computerized tomography, Metal artifact

0 前言

当今计算机断层成象术(CT)已广泛应用于医学诊断、工业无损探伤、地震勘探以及天文学等领域^[1], 其中 X 射线 CT(X-CT)技术更是医疗诊断最重要的辅助手段之一. 它是通过测量 X 射线在各个方向上透过人体断层时的累积衰减系数(或称投

影), 再由计算机计算出整个断面上 X 射线衰减系数的分布, 然后以图象形式显示出来, 以帮助医生诊断病变部位. 由于病灶对 X 射线的吸收率往往与正常情况下不同, 因此断面上 X 射线衰减系数的分布就能给诊断提供重要的信息. 理论上重建 CT 图象需要沿断层各个方向上完整的投影数据, 但在实践中经常不能得到完整的投影, 如不透 X 光组织或异物(如金属)的存在, 使 X 射线被完全吸收, 或者由

于欲成像物体的体积太大,使 X 射线源与接收器旋转的角度受限,或为了重建运动器官(如心脏)的图象(除非用超速 CT),或为了减少 X 射线的辐射剂量而人为地减少数据采集的时间等等,这些都限制了完整投影的获取.在投影数据不完全的情况下,重构图象是 CT 的经典研究问题,目前已有大量文献^[2]发表.

在临床上,有时会碰到如病人口腔镶牙或肾脏插有银夹等情况,由于金属对 X 射线的吸收率非常高, X 射线透过金属时,几乎都被吸收,从而使对面的探测器探测不到 X 射线,因此读取的投影值异常地大.这样的投影值没有实际意义,不妨仍然称之为缺失的投影值.从这种空洞投影^[3](Hollow Projections),即在任何投影方向上都恰好只存在穿过金属物体时投影值缺失的图象重构问题,有的文献称其为不透明问题(Opacity Problem)^[4].如果不对投影进行处理,则重构出来的图象将到处充满放射状的条纹(图 1b),从而难以用于诊断.虽然理论上能够仅利用空洞投影来精确重构金属凸包以外的区域^[5],但由于重构公式对噪声和误差极其敏感,目前还没有实用的算法,因此研究间接的恢复算法还很有必要.另外很多处理受限角度问题(Limited-angle Problem)^[4](即一定角度范围内的投影全部缺失时图象的重构问题)的算法虽然也适用于不透明问题^[6,7],但也有不少专门处理不透明问题的论文发表,其中

最自然的想法是对缺失的投影值进行估计或插值.在这方面, Lewitt 和 Bates 提出了用形如 $[1 - (x - x_0)^2/a^2]^{1/2} [b + c(x - x_0)]$ 的函数来进行插值^[3]的方法,考虑到该文中提到的“相容性准则”,他们又提出了利用 Chebyshev 多项式的插值法,而 Kalender 等人干脆只采用线性插值^[8],Lonn 和 Crawford 在线性插值的基础上又加了一些辅助处理^[9].另外,也有采用迭代法进行图象重构的,如 Medoff 等人提出的迭代滤波反投影法^[6]和 Wang 等人提出的迭代代数重建法等,但其计算量都非常大.

考虑到滤波反投影法^[1]的快速以及现在大多数 X-CT 机都采用了此方法,本文的算法也将基于该方法,但该方法需要对缺失的投影值进行插值.实际上,线性插值已经能消除绝大部分的放射状条纹(图 1(c))只要不是离金属物体太近,组织器官都能较好地显示,但其不足之处在于,如果断层中的吸收率分布不是太均匀的话,就会有长长的条纹,与吸收率变化剧烈的区域边缘和金属物体边界同时相切,这将影响到整个图象的质量.分析其原因,是因为用线性插值法时,在投影缺口(即被金属物体遮挡住的区间,以下简称缺口)的左右两端点处不光滑,使得滤波后的投影在缺口两端点处产生尖峰(因为滤波器是高通的),反投影后就容易在图象上拖出长长的轨迹,这种情况在投影值刚好在缺口两端点处变化剧

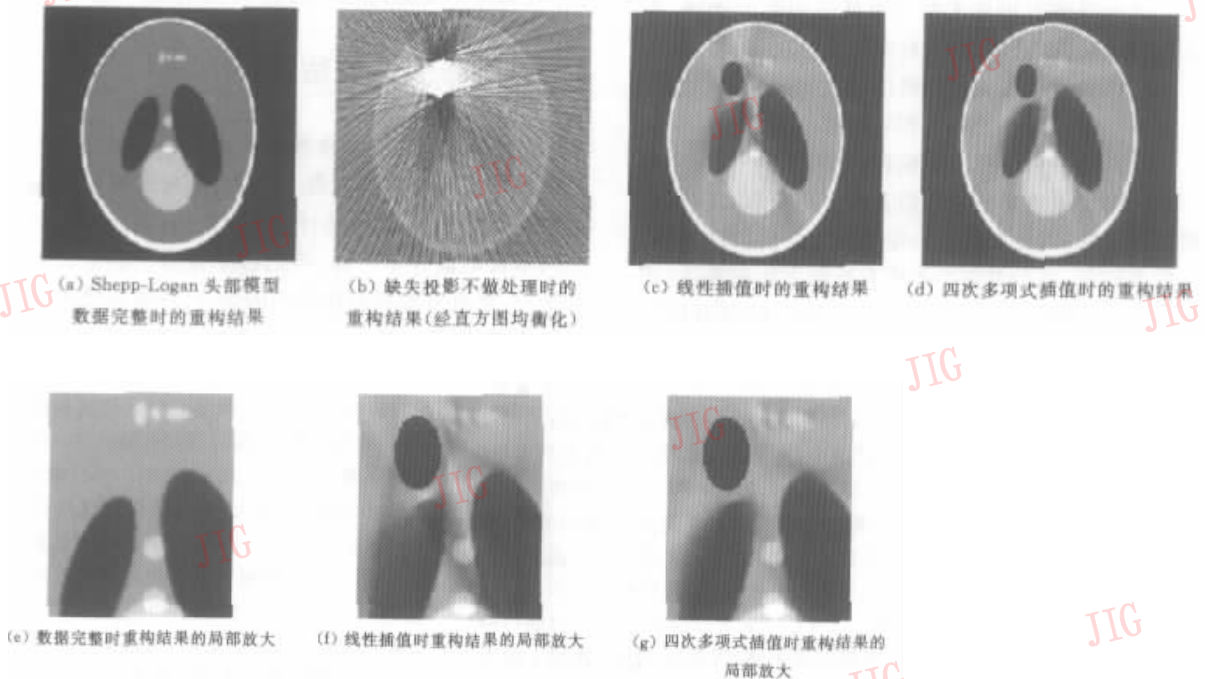


图 1 对 Shepp-Logan 头部模型的处理

烈时更为明显,反映在重构的图象上,就表现为与吸收率变化剧烈的区域边缘和金属边界同时相切的长条纹,由此可见,如果插值法能在缺口端点处光滑衔接,将有利于这种条纹的消除。

1 新插值法

虽然样条函数是进行光滑插值的较好选择,但选用样条函数有以下几个不利之处:

(1)样条函数对噪声敏感,特别是缺口端点处导数的小变化,也会引起样条函数形状的较大改变。

(2)样条函数在缺口内部的起伏有可能造成另一种不太明显的彗星状伪影,这是因为滤波后投影值的动态范围将大于滤波前,这样反投影后,灰度值在缺口内的变化就比较容易觉察,由于样条函数插值的光滑性,即它是缓慢而光滑地变化的,因此表现在重构的图象上就是出现彗星状伪影。一般说来,这种伪影在纹理丰富的区域不很明显,但在灰度均匀的区域就有可能被看到。

(3)插值得到的各个方向上的投影之间没有整体相容性,即不一定会存在一个断面,使得它沿各个方向的投影恰好就是插值后的投影。这是因为缺口内插值所得到的投影值,仅由缺口两端点处的值和导数值决定,与其他数值毫无关系。

以上观察可以用于指导对插值函数的选择。本文选择的插值函数应当满足以下条件:

- ①在缺口两端点处光滑衔接。
- ②对缺口端点处的值和导数值不太敏感。
- ③在缺口内应尽可能保持线性。

④由于插值要使得到的各个方向投影之间具有整体相容性,因此要满足一定的约束条件,其中最基本的条件是,各个方向上的所有投影之和相等,这是因为在连续情况下,断面在任一方向上的所有投影之和等于整个断面上吸收率的积分,所以是个常量。这个条件在其他作者提出的插值法中都没有明确提出,而在迭代法中,当迭代收敛时,此条件自然满足。

本文试图从多项式集合中,寻找适当的插值函数,因为多项式形式简单,计算简便,但也应看到,多项式必须至少是3次,由于3次多项式当满足了在缺口两端点处等于已知的值,并使投影之和等于某估计的常数,以及尽可能保持线性后,往往对缺口端点处的光滑性照顾不够,因此要考虑三次以上的多项式,不妨就取四次多项式。

设沿某方向的投影中,第 n_1+1 至 n_2-1 个投影值缺失,已知的投影值为 $\{f_k, k=1, \dots, n_1, n_2, \dots, N\}$ (N 为一个方向上投影的数目)则欲求的四次插值多项式为

$$f(x) = a(x - n_1)^4 + b(x - n_1)^3 + c(x - n_1)^2 + d(x - n_1) + e, (n_1 \leq x \leq n_2)$$

由缺口端点处的连续性得

$$f(n_1) = f_{n_1}, f(n_2) = f_{n_2} \quad (1)$$

由上述条件4得

$$\sum_{k=n_1+1}^{n_2-1} f(k) = C \quad (2)$$

其中, C 是估计的投影值总和 S 减去已知的投影值总和之差。 S 的估计将在下一节提及。

插值函数满足上面的第1、3个条件的程度,可用如下的式子度量

$$\text{极小化: } \sum_{k=n_1}^{n_2} [g(k)]^2 \quad (3)$$

其中, $g(k)$ 是完成插值后投影值的二阶导数,即

$$g(k) = \begin{cases} \frac{1}{2}(f_{n_1-1} + f_{n_1+1}) - f_{n_1}, & k = n_1 \\ \frac{1}{2}(f(k+1) + f(k-1)) - f(k), & n_1 < k < n_2 \\ \frac{1}{2}(f(n_2-1) + f_{n_2+1}) - f_{n_2}, & k = n_2 \end{cases} \quad (4)$$

在上述意义下,其最优的多项式 $f(x)$ 的求解可见附录。

2 总投影值 S 的估计

对 S 的估计,一个自然的想法是对每个方向上投影的缺失部分进行线性插值,由此来求得该方向上投影值的总和。这种估计当然很粗略,而且对各个方向求得的值并不一样,但把各个方向上的估计值做平均,则有可能得到较准确的估计。尽管很难得到准确的估计值,但幸运的是,本文的多项式插值法对 S 的估计值不敏感,即用不同 S 值重构的图象区别不大,如图2所示,若分别用准确的 $S=514760$ 和相对误差为0.44%的 $S=518000$ (请注意:对 C 来说,误差已相当大,而用线性插值法估计的值 S 相对误差仅为-0.096%)来进行图象重构则差别不大,因为所得两幅图象在金属物体之外的象素值之差,均分布在0~2之间,而余下0.18%的象素值之差则分布在3~35之间,而且集中在金属物体周围,所以两幅图象的差别几乎不可能区分。

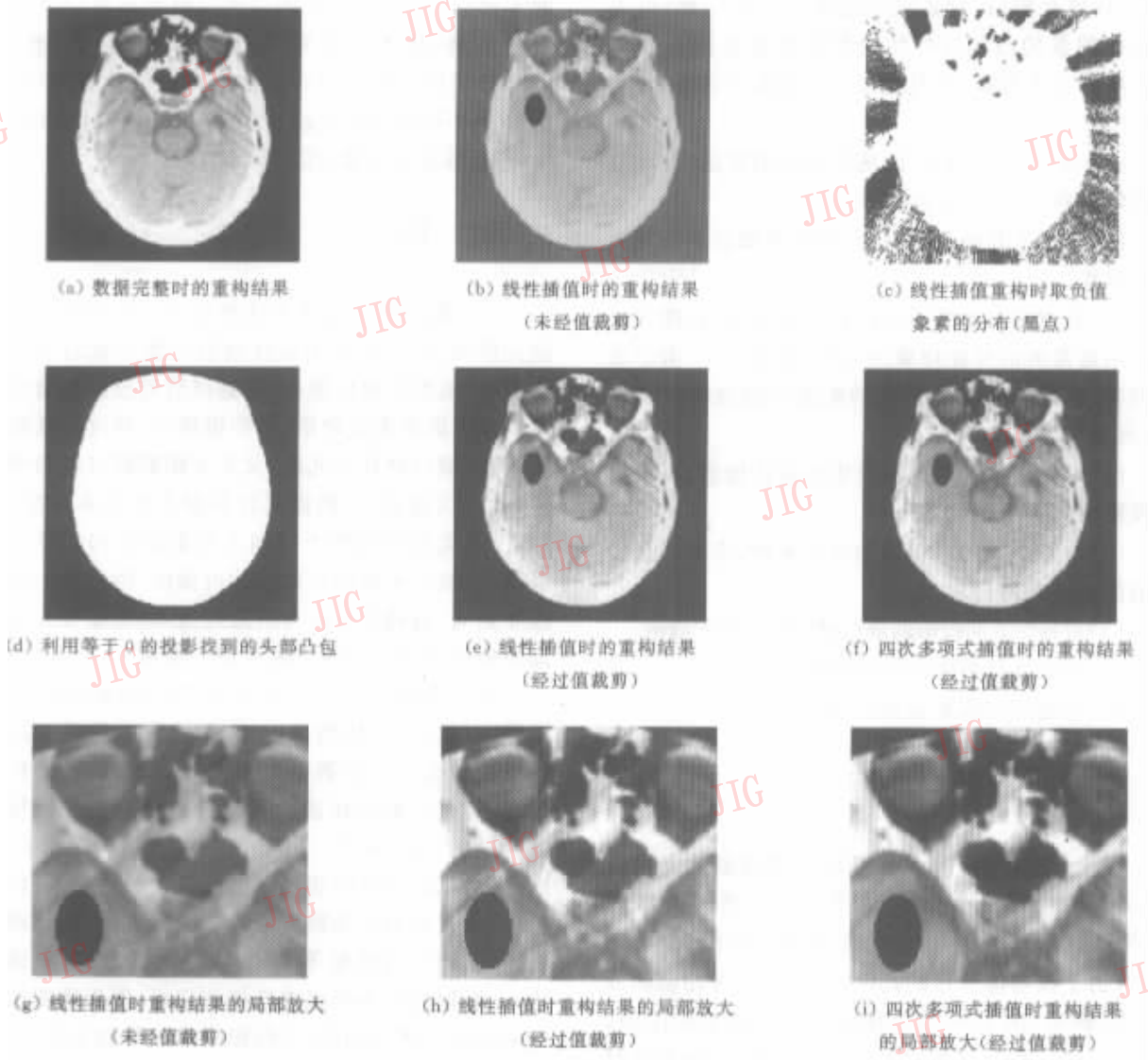


图 2 对真实头部 CT 图象的模拟处理

3 值裁剪和条纹消除算法的描述

滤波反投影法的缺点之一是不能保证重构图象上的灰度值非负,特别是在数据缺失时,重构的图象上灰度值的变动范围要比正常情况下大许多,此时如果直接把灰度值的变动范围变换到 $0 \sim 255$ 之间,则背景将偏离 0 很多,而且对比度大大下降,伪影也变得明显(见图 2(b)(g)),因此需要对重构得到的灰度值做进一步的处理,即首先应把负值限制为 0 ,可是由于取负值的象素几乎全是背景,即使偶而不是背景,其真实值也近乎 α (见图 2(c)),所以这种限制对图象质量不会有任何影响;其次,对大的灰度值也要进行裁剪,因为取大灰度值的象素只占极少

数,而且是由于误差的影响才使它们偏离真实值,其值本身也不尽合理,所以为了提高图象的对比度,也应对它们的灰度值上界加以限制.本文采取的策略是先把负灰度值限制为 0 ,再利用等于 0 的投影(对应于不穿过任何组织或器官的射线)把前景(即组织或器官)的凸包找出(图 2(d)),然后在此凸包内统计灰度直方图(灰度值都取整,用这种方法求直方图非常快),接着取灰度值的上界 K ,使得它刚刚大于凸包内 $97\% \sim 98\%$ 象素的值.值得一提的是,这个百分比的改变对 K 的影响不大,而且 K 的小变化对最终图象质量的影响微乎其微.最后,把所有大于 K 的灰度值都限制为 K ,再把 $[0, K]$ 区间变换到 $[0, 255]$.如对图 1(c), $K = 228$,而原来最大值为 282.2 ;对图 2(b), $K = 262$,而原来最大值为 332.2 .这样,经

值裁剪后,背景取值则接近于 α (当然,可进一步把前景的凸包以外的象素值限制为0),这样,对比度即大大提高,而且伪影也得到极大抑制(图2(e)(h)).

综上所述,本文提出的消除条纹的算法(假设金属物体只有一个)可叙述如下:

- (1)对每个方向上的投影,通过取阈值来检测缺口的位置.
- (2)对该方向上的投影进行去噪处理,处理方法可采用通常的信号处理算法,如低通滤波^[1].由于缺口的存在,建议对缺口两边的数据分别做对称折叠后,再进行处理.
- (3)对处理后投影的缺口进行线性插值,以求得总投影值的一个估计.
- (4)对各个方向求得的估计做平均,来求得总投影值的更准确估计.
- (5)对各个方向投影的缺口做四次多项式插值.
- (6)用滤波反投影法重建图象.
- (7)对重建的图象做值裁剪.

4 实验结果

图1a是Shepp-Logan二维头部模型数据完整时的重构图象.现假定头内部有一个不透X射线的物体,由图1(c)中多出来的那个黑色椭圆表示,请注意,由于该物体所占的比例不小,因此有相当部分的投影缺失.图1(b)是不做任何处理的重构图象,为便于观察,已做了直方图均衡化,图中充满了放射状的条纹,使绝大部分细节无法看见;图1(c)是经线性插值处理的结果,图象质量尚可接受,但仍有一些较强的干扰条纹;图1(d)是用四次多项式插值的重构结果,从图上可见,干扰条纹变得不那么明显,而且图象的锐度得到保持,而从细节上看,图象质量也得到了很大改善,图1(e)~图1(g)则是局部放大图象,用于比较局部细节的效果.

由于条件限制,不能直接在CT机上测试本算法,因此只用真实数据做了模拟处理.图2(a)是投影完全时的重构图象,图2(b)是数据缺失时用线性插值处理的重构图(不透X光的异物,由图2(b)中黑色椭圆标出),它没有经过值裁剪,可以看到该图象背景偏白、对比度比图2(a)低,而且伪影较明显(图2(g));图2(c)是线性插值重构图象时,取负值象素的分布,图2(d)是利用等于0的投影值而找到

的头部凸包;图2(e)是用线性插值重构再经值裁剪后的结果,从图上可见,视觉效果得到极大改善;图2(f)是用四次多项式插值后再做值裁剪的结果,伪影更不明显.图2(g)~图2(i)是图2(b)(e)和(f)的局部放大图象,用于局部比较.

5 讨论

本文提出的四次多项式插值法对缺失的投影值做光滑内插,从而使由线性插值可能导致的条纹发生柔化,虽然在缺口附近,对滤波后的投影值做低通滤波也可能有柔化效果,但要做得好,并使得低通滤波后,在缺口处真正光滑,又不太影响缺口外的投影值,就必须自适应,因而其计算量不会比本算法小;而且,本文提出的各个方向上投影值之和相等的约束条件,虽然不能确定欲求的内插值,但也有一定的指导意义.值裁剪法作为后处理技术,能够极大地提高图象质量和适当纠正象素值的偏离.

正如文献[10]中所指出,滤波反投影法的重建质量一般比不上代数重建法,因为代数重建法的思路是去拟合已有的数据,而且还可以利用一些先验信息.但是代数重建法的优越性是以庞大的计算量为代价的,如文献[10]中该算法的迭代次数都在20次以上,其总计算量相当于滤波反投影法的50倍以上.而在去除条纹伪影方面,本文提出的方法已经比较成功,而且计算量不太大.以本文的思路,根据实践,一般用四次多项式进行插值即可,因为用四次以上的多项式进行插值,对伪影的消除帮助不大.

附录A 最优四次多项式的求解

由式(1)和式(2)有

$$\begin{cases} e = f_{n_1} \\ am^4 + bm^3 + cm^2 + dm + f_{n_1} = f_{n_2} \\ a \sum_{k=1}^{m-1} k^4 + b \sum_{k=1}^{m-1} k^3 + c \sum_{k=1}^{m-1} k^2 + \\ d \sum_{k=1}^{m-1} k + (m-1)f_{n_1} = C, \end{cases} \quad (A1)$$

其中 $m = n_2 - n_1$.

由式(A1)解得

$$\begin{cases} c = c_0 - \frac{1}{5}(3m - 1)(3m + 1)a - \frac{3}{2}mb \\ d = d_0 + \frac{1}{5}m(4m^2 - 1)a + \frac{1}{2}m^2b \end{cases} \quad (A2)$$

其中,

$$c_0 = -\frac{C(m-1) - (f_{n_1} + f_{n_2})/2}{m(m+1)}$$

$$d_0 = \frac{f_{n_2} - f_{n_1}}{m} + \frac{C(m-1) - (f_{n_1} + f_{n_2})/2}{m+1}$$

由式(3)和式(4)需要极小化下式

$$\Phi = \sum_{k=n_1+1}^{n_2-1} \left[\frac{1}{2}(f(k+1) + f(k-1)) - f(k) \right]^2 +$$

$$\left[\frac{1}{2}(f_{n_1-1} + f_{n_1+1}) - f_{n_1} \right]^2 +$$

$$\left[\frac{1}{2}(f_{n_2-1} + f_{n_2+1}) - f_{n_2} \right]^2 \quad (A3)$$

易知

$$\frac{1}{2}(f(k+1) + f(k-1)) - f(k) =$$

$$[C(k - n_1)^2 + 1]a + 3(k - n_1)b + c$$

$$\frac{1}{2}(f_{n_1-1} + f_{n_1+1}) - f_{n_1} =$$

$$\frac{1}{2}(f_{n_1-1} - f_{n_1} + a + b + c + d)$$

$$\frac{1}{2}(f_{n_2-1} + f_{n_2+1}) - f_{n_2} =$$

$$\frac{1}{2}[f_{n_1} + f_{n_2+1} - 2f_{n_2} + (m-1)^2a +$$

$$(m-1)^3b + (m-1)^2c + (m-1)d]$$

将式(A2)代入式(A3),则问题等价于求 a, b 并使 Φ 达到极小 经一番计算可得

$$\Phi = pa^2 + qab + rb^2 + sa + tb + C$$

其中,

$$p = \frac{1}{50}(m-1)(26m^5 + 26m^4 - 113m^3 -$$

$$473m^2 + 76m - 324)$$

$$q = \frac{1}{2}(m-2)(m-1)m(m+1)(m+2)$$

$$r = \frac{1}{8}(m-2)(m-1)(m+1)(m+2)$$

$$s = \frac{2}{5}c(m-1)(m-2)(m-3) +$$

$$\frac{1}{10}(m-1)(4m^2 - 5m - 6)u -$$

$$3(2m^2 - 5m + 1)v]$$

$$t = \frac{1}{4}(m-2)(m-1)(u-v)$$

$$u = f_{n_1-1} - f_{n_1} + c_0 + d_0$$

$$v = f_{n_1} - 2f_{n_2} + f_{n_2+1} + (m-1)^2c_0 + (m-1)d_0$$

而 C 是与 a, b 无关的常数.

由极小的条件

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a} = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial b} = 0$$

得

$$a = \frac{2rs - qt}{q^2 - 4pr}, b = \frac{2pt - qs}{q^2 - 4pr}$$

由上式和式(A2)以及 $e = f_{n_1}$,即确定了所求的四次多项式.

参 考 文 献

- 1 Kak A C, Slaney M. Principles of computerized tomographic imaging. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1987.
- 2 Rangayyan R, Dhawan A P, Gordon R. Algorithms for limited-view computed tomography: An annotated bibliography and a challenge. Applied Optics, 1985, 24(23):40004012.
- 3 Lewitt R M, Bates R H. Image reconstruction from projections(III): Projection completion methods. Optik, 1978, 50:189204.
- 4 Peng H, Stark H. One-step image reconstruction from incomplete data in computer tomography. IEEE Trans. on Medical Imaging, 1989, 8(1):1631.
- 5 Natterer F. The mathematics of computerized tomography. New York: Wiley, 1986.
- 6 Medoff B P *et al.* Iterative convolution backprojection algorithms for image reconstruction from limited data. Journal of Optical Society of America, 1983, 73(11):14931500.
- 7 Hanson K M, Wecksung G W. Bayesian approach to limited-angle reconstruction in computed tomography. Journal of Optical Society of America, 1983, 73(11):15011509.
- 8 Kalender W A, Hebel R, Ebersberger J. Reduction of CT artifacts caused by metallic implants. Radiology, 1987, 164(2):576577.
- 9 Lonn A H R, Crawford C R. Reduction of artifacts caused by metallic objects in CT. Radiology, 1988, 169(P):116.
- 10 Wang G *et al.* Iterative deblurring for CT metal artifact reduction. IEEE Trans. on Medical Imaging, 1996, 15(5):657664.

林宙辰 1972 年生,北京大学博士研究生,研究兴趣为图象处理与计算机视觉.

石青云 1936 年生,北京大学教授、博士生导师,中国科学院院士,研究兴趣为模式识别与图象处理.