

# 基于 Hausdorff 距离的 2D 形状匹配改进算法

张文景 许晓鸣 苏键锋

(上海交通大学自动化系智能控制研究室, 上海 200030)

**摘要** 在计算机视觉检测中, 常常需要将两幅图象在空间上配准, 以便进行后续的检测过程. 该文提出将 Hausdorff 距离作为物体轮廓相似性的测度, 并用遗传算法进行最佳形状匹配的快速搜索, 根据遗传搜索的结果再进行一次线性搜索, 从而提高解的精度. 实验结果证明了该方法能快速、精确地对两幅 2D 形状进行匹配.

**关键词** 形状匹配 遗传算法 线性搜索

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2000)02-0106-04

## An Improved Algorithm for 2D Shape Matching Based on Hausdorff Distance

ZHANG Wen-jing, XU Xiao-ming, SU Jian-feng

(Intelligent Control Research Institute, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

**Abstract** Matching between two images is often needed in automated visual inspection. Template matching, which is the most principle approach for shape match, is time consuming in case of variation in position and rotation. In this paper, an improved algorithm for 2D shape matching based on Hausdorff Distance is proposed. Hausdorff Distance is used to measure the degree of similarity between two objects to make matching more efficiently. A high dimensional, non-differentiable, and multi-modal objective function can be derived based on Hausdorff Distance. Although Genetic Algorithm is a powerful and attractive procedure for function optimization, the solution generated by the procedure do not guarantee to be the global optimal. A follow-up optimization scheme such as the line search method is applied, which is capable of finding the minimum value of a unimodal function over a finite search interval. Initially the non-differentiable function is solved using multi-point stochastic search, and the solution is further improved by executing a sequence of successive line searches that approach the optimal to a pre-determined precision. The experimental results show that the proposed method is capable of matching 2D shape with higher speed and precision.

**Keywords** Shape matching, Genetic algorithm, Line search

## 0 引言

在许多视觉检测系统中, 目标的精确定位是一个首要问题, 例如, 有时需要把同一目标的两幅或多幅图象进行比较, 这就要求首先将这些目标在空间上对准. 形状匹配技术是目标定位最常用也是最基本的方法, 迄今为止, 人们已经提出了各种形状匹配方法, 其中, 最基本的方法为模板匹配<sup>[1]</sup>, 传统的模板匹配是基于相关准则的, 当待检测物体具有平移、旋转变化时, 需要极长的计算时间, 使得该方法难以

得到实际使用.

Hausdorff 距离<sup>[2]</sup>是一种极大-极小距离, 主要用于测量两个点集的匹配程度. 遗传算法(genetic algorithm)的基本原理由 Holland 首先提出<sup>[3]</sup>, 近年来, 已被成功地应用于各种优化问题, 文献[4]把 Hausdorff 距离和遗传算法应用到图象中物体的检测中, Hausdorff 距离的引入使物体匹配基于一种新的测度, 能够更加有效地表征物体轮廓边缘之间的相似性, 而遗传算法则用于快速寻找物体匹配的最优解. 在通常的 Hausdorff 距离计算中, 由于是对物体边缘象素点逐个地计算, 对于一幅较大尺寸的边缘图象,

其计算量是相当大的. 另外, 由于遗传算法的解采用二进制编码, 算法运行时间的要求限制了编码串的长度, 从而影响了求解精度. 本文首先利用特征点提取方法提取出轮廓特征点来计算 Hausdorff 距离, 大大减少了 Hausdorff 距离的计算量, 并对遗传算法的运行结果进行线性搜索, 提高了匹配的精度.

## 1 Hausdorff 距离

给定 2 个有限集  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$  和  $B = \{b_1, b_2, \dots, a_q\}$ , 则  $A, B$  之间的 Hausdorff 距离定义如下:

$$H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A)) \quad (1)$$

其中

$$h(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\| \quad (2)$$

$$h(B, A) = \max_{b \in B} \min_{a \in A} \|b - a\|$$

其中  $\|\cdot\|$  为定义在点集  $A$  和  $B$  上的某种距离范数, 例如本文使用的欧氏距离; 函数  $h(A, B)$  称为从点集  $A$  到点集  $B$  的有向 Hausdorff 距离, 以下我们定义一个点到一个有限集合的距离为该点与这个集合所有点的距离的最小值, 那么  $h(A, B)$  即为点集  $A$  中的每个点到点集  $B$  的距离的最大值; 显然一般情况下  $h(A, B)$  并不等于  $h(B, A)$ , 如果  $h(A, B) = d$ , 则说明点集  $A$  中的点到点集  $B$  的最短距离都在 0 到  $d$  的范围之内.

Hausdorff 距离  $H(A, B)$  取  $h(A, B)$  和  $h(B, A)$  的最大值, 这样通过计算  $h(A, B)$  和  $h(B, A)$  的最大值即可获得 2 个点集  $A$  和  $B$  之间的匹配程度.

## 2 基于 Hausdorff 距离在形状匹配优化模型

在本文的形状匹配中, 我们主要考虑物体形状与模板形状之间的平移(以  $x, y$  表示)和旋转(以  $\theta$  表示)关系, 并且假定形状尺寸的大小是一致的, 如图 1 所示. 因此形状匹配的关键是寻找一组最优的参数  $(x, y, \theta)$ , 使得匹配程度为最高. 确定物体形状与模型最佳匹配的参数, 主要包括 2 个步骤: (1) 建立形状匹配的优化模型; (2) 对优化模型进行求解.

通常的形状匹配大都采用物体边缘图象的像素点集<sup>[4]</sup>. 然而当直接比较 2 个大尺寸物体边缘图象的相似程度时, 其计算量非常大, 对于含有点数分别为  $p$  和  $q$  的点集的 2 幅边缘图象, 其 Hausdorff 距

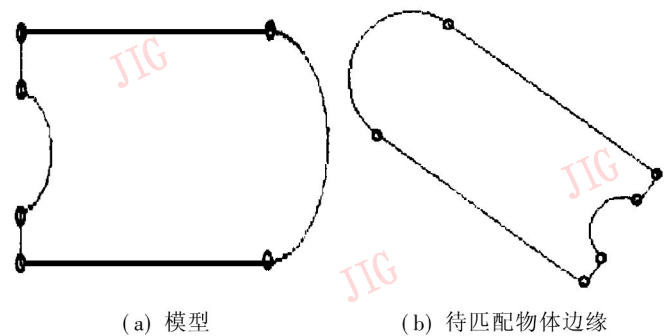
离计算复杂度为  $O(p \cdot q)$ . 用边缘特征点(包括角点、切点和拐点)代替边缘点来计算 Hausdorff 距离, 大大降低了 Hausdorff 距离的计算复杂度.

设  $O$  为物体边缘特征点集合,  $M$  为模型边缘特征点集,  $t = (x, y, \theta)$  为模型平移、旋转参数, 则基于 Hausdorff 距离的形状匹配可以表示如下:

$$\text{问题 1: } \min_t H(t(M), O) \quad (3)$$

其中  $t(M)$  为模型  $M$  经过  $t$  变换后与集合  $O$  之间的 Hausdorff 距离. 即:

$$t(M) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot M + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (4)$$



(a) 模型

(b) 待匹配物体边缘

图 1 实验用图象

## 3 匹配参数的求解

根据式(3)可知目标函数为连续不可微、多变量函数, 在搜索空间中存在多个局部极小点. 通过穷尽搜索的方法, 即在每一个可能的变换  $t$  下, 求取模型与物体之间的 Hausdorff 距离, 是可以实现物体的形状匹配的, 但这种搜索方案需要大量的计算时间. 在非线性最优化方法中, 线性搜索(一维搜索)是一种常用的方法. 采用线性搜索法求解问题 1 可以大大减少计算时间, 但容易陷入局部极小值. 这里我们首先采用遗传算法来加速物体形状的匹配过程, 然后使用线性搜索法进一步提高搜索精度.

### 3.1 遗传算法

遗传算法广泛应用于包括不连续、高维数、不可微和多模态(如多极值)目标函数的优化问题. 问题 1 的目标函数固有的特性使之适宜于采用遗传算法.

用遗传算法解决一个优化问题时通常需要解决以下几个问题:

(1) 编码机制 对于解的编码, 有着各种各样的编码方式, 最常用的是基 2 的自然二进制码. 我们

采用格雷码作为编码方式,由于格雷码是一种循环二进制码,又称作单位距离码,在该码中任何相邻的2个码字中仅有一位代码不同,可以有效地避免汉明悬崖(在相邻整数二进制代码之间产生大的汉明距离),可以保证相邻整数之间的汉明距离始终为1,因此在进行变异操作时就可以较容易地使用串移动到搜索空间中相邻的位置,更快地搜索到最优的解.这样对任意基因串经过格雷码译码后得到的整数值为  $INT$ , 则变量  $v$  可表示为:

$$v = a + \frac{INT}{2^L}(b - a)$$

其中,  $L$  是代表变量  $v$  的基因串的长度,  $a, b$  为变量  $v$  的下界和上界.若每个变量的基因串取相同长度,则群体中的每个基因串长度为  $3L$ .

(2) 适应度函数 问题1为求目标函数的最小值,而遗传算法搜索适应度的最大值,且适应度常常规范化为0到1之间,因此定义遗传算法的适应度函数为:

$$f(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}) = \frac{1}{1 + H(t(M), O)}$$

$(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$  构成了解空间(或参数空间)中3个待寻找的参数.

(3) 控制参数 算法中所采用的控制参数有群体大小( $N$ )、交换率( $p_c$ )、变异率( $p_m$ )和遗传代数( $G$ ).本文采用控制参数随时间变化的自适应搜索策略.群体大小选择中小规模:  $N = 50$ , 固定的交换率:  $p_c = 1.0$ , 时变的变异率:  $p_m = (p_m^0, p_m^d)$ , 其中  $p_m^0$  为初始变异率,  $p_m^d$  为每一遗传子代变异率的递减速率,则每一遗传子代的变异率为:

$$p_m(j) = (p_m^d)^j \times p_m^0, j = 0, 1, \dots, G - 1$$

这样,在遗传开始时,在较大的搜索区间内同时进行随机搜索,随着遗传进程,分散随机的基因突变的机会逐渐减小,在交换操作之下,算法有效地收敛于最优值.

(4) 初始化和停止准则 从参数空间中随机地选择  $N$  个点,这些点组成初始群体.当算法满足以下任意一条准则时,则停止迭代: ① 算法已经迭代到了预置的代数  $G$ ; ② 在连续20次迭代中算法得到的解没有任何改进.

### 3.2 线性搜索

用第一阶段采用遗传算法得到的结果作为线性搜索的初始值.线性搜索是求解只有一个决策变量的非线性优化方法,为解决问题1的多变量函数优

化问题,我们对所有变量进行连续的线性搜索,整个搜索过程是一个由粗到精的循环迭代过程.应用线性搜索法求解问题1的算法如下:

线性搜索()

```

{
    设定初始搜索步长  $\omega$ , 步长收缩比率  $\mathcal{R}$  给出求解精度  $\Omega$  设置变量初始值  $v_i, i = 1, 2, \dots, n, n$  为变量总数.
    while(搜索步长不小于精度  $\Omega$ )
    {
        Do( $i = 1$  to  $n$ )
        {
            计算目标函数值  $H(v_i + \omega), H(v_i - \omega), H(v_i)$ ;
            if  $H(v_i + \omega) < H(v_i)$ 
                let  $v_i = v_i + \omega$ 
            else if  $H(v_i - \omega) < H(v_i)$ 
                let  $v_i = v_i - \omega$ 
        }
        if 没有得到较前一次更优的解
             $\omega = \omega \times \mathcal{R}$ 
    }

```

在迭代开始阶段,一维搜索选择较大的步长以加速收敛速率,随着遗传代数的增加,搜索结果逐步趋向于最优解,搜索步长也随之逐渐减小直到满足搜索精度要求.当  $\mathcal{R} = 0.618$  时,搜索过程为黄金分割搜索;当  $\mathcal{R} = 0.5$  时,搜索过程为二分搜索.

## 4 实验结果

我们在 Pentium PC(时钟 133MHz) 计算机上采用 C 语言实现了本文所述方法.图1为实验所采用的2幅图象,其中(a)为计算机生成的某机械零件的标准图象(模型), (b)为通过摄像得到的零件边缘轮廓点图象.输入图象分辨率为  $320 \times 240$ , 图中标有小圆圈的点为提取出的轮廓特征点.遗传算法和线性搜索的参数取值如表1所示,遗传编码中每个参数均为10bit,组成30bit的基因串,其中  $(\hat{x}, \hat{y})$  的取值范围为  $[-256, 255]$ ,  $\hat{\theta}$  的取值范围为  $[\pi, \pi]$ .编码采用格雷码方式,基因串的初始化是随机产生的.我们对算法进行了20次相互独立的运算,图2为每一次遗传搜索的迭代过程和计算误差,测得算法的平均运行时间和2次搜索结果如表2所示,可以看到遗传算法平均在第84次停止运行,线性搜索在迭代23步后停止.

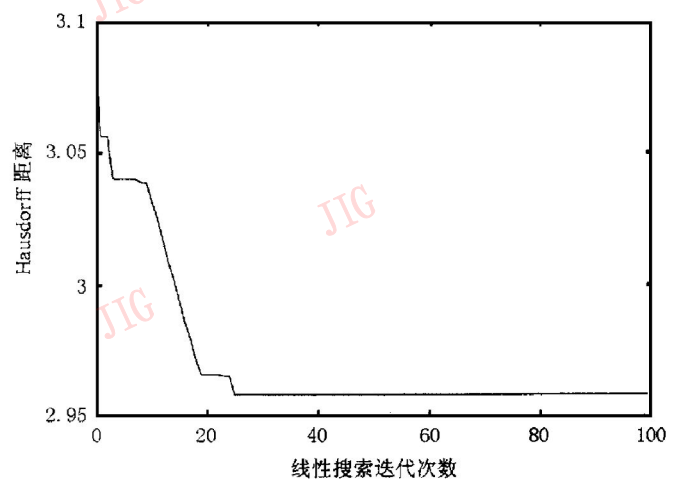
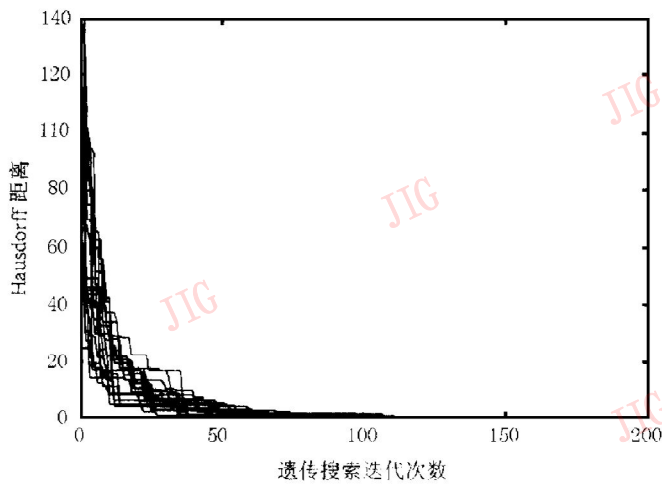


图 2 迭代搜索和线性搜索的迭代过程

表 1 实验参数

遗传搜索		线性搜索	
$N$	50	$\omega$	0.1
$G$	200	$\Omega$	0.001
$pc$	1.0	$\mathcal{R}$	0.618
$p_m$	(0.2, 0.995)		
$L$	10		

表 2 平均迭代次数、CPU 时间和运行结果(重复 20 次实验)

	迭代次数	CPU(s)	$(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$
遗传搜索	84	4.3	(-13.000, -10.500, 2.552 544)
线性搜索	23	0.4	(-13.206, -10.550, 2.542 87)

## 5 结 论

以上提出了一种有效的形状匹配方法, 该方法具有以下几个特点:

(1) 建立了基于 Hausdorff 距离的形状匹配优化模型, 从而克服了应用相关准则所带来的局限性;

(2) 采用轮廓特征点进行形状匹配, 大大减少了匹配的运算量;

(3) 引入遗传算法提高了最优解搜索能力;

(4) 引入线性搜索方法, 提高了搜索精度.

## 参 考 文 献

- 1 Rosenfeld A, Kak A C. Digital picture processing, second edition. New York: Academic Press, 1982.
- 2 Csaszar A. General Topology. Bristol: Adam Hilger, 1978.
- 3 Holland J H. Adaption in Natural and Artificial Systems. The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1975.
- 4 刘健庄, 谢维信, 高新波等. 基于 Hausdorff 距离和遗传算法的物体匹配方法. 电子学报, 1996, 24(4): 1~ 6.



**许晓鸣** 1957年生, 1987年毕业于上海交通大学自动化系, 获得博士学位, 1988~ 1989年获洪堡奖学金, 在德国从事博士后研究. 现任上海交通大学副校长、上海交通大学自动化系智能控制研究室主任、美国数学学会会员、IEEE 会员. 长期从事预测控制、过程控制、CIMS/CIPS、鲁棒控制理论及应用、智能控制、计算机网络和现场总线研究. 已发表学术论文近 200 篇, 曾获省部级各类科技进步奖 3 项.



**张文景** 1971年生, 1993年7月在浙江工学院获得学士学位, 1996年3月在北京航空航天大学获硕士学位, 1999年3月毕业于上海交通大学自动化系, 获得工学博士学位. 主要研究方向为计算机视觉、视觉检测、微机应用、VLSI CAD 等.



**苏键锋** 1973年生, 1995年7月毕业于西安交通大学, 1999年获上海交通大学工学硕士学位. 主要研究方向为视觉检测、数据库技术、网络编程等.