

基于四叉树的自适应门限分形图象 IFS 压缩方法

董云朝 陈贺新

(吉林工业大学信息科学与工程学院, 长春 130025)

摘要 为了克服四叉树分块 IFS 编码过程中, 排列块与区域块的匹配误差不考虑输入图象特点这一缺点, 提出了一种新的基于迭代函数系统(IFS)进行静止灰度图象压缩的方法. 该方法是根据当前排列块的方差来确定它与区域块的匹配门限. 经分析证明, 这种基于自适应门限的 IFS 编码方法与人类视觉系统的特性基本相符, 而且实验也证明, 这一自适应门限的编码方法提高了 IFS 图象压缩的适应性.

关键词 分形图象编码 迭代函数系统 四叉树分块 自适应门限

中图法分类号: TN919.81 TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2000)11-0938-04

Fractal Image Compression Based on Adaptive Threshold IFS

DONG Yun-zhao, CHEN He-xin

(College of Information Science and Engineering, Jilin University of Technology, Changchun 130025)

Abstract In the conventional iterated function system (IFS) image compression, the threshold of distortion between range block and domain block is prefixed which does not take the statistics characteristics of current range block into account. Thus the encoding scheme can not adapt to different input images and sometimes the encoding performance relies on the skill of the operator. In order to avoid that problem, a new scheme to compress still grayscale image is presented. The difference between this new scheme and the conventional one is that the threshold in the new scheme is calculated from the variance of the range block. Therefore the encoding system can adapt to the given image. The threshold is analyzed and a conclusion is drawn that the threshold is a positive portion of the variance of current range block. Furthermore, this new encoding scheme is proved to be in accordance with features of human visual system. The adaptive encoding scheme improves the effectiveness of encoding. This new scheme also makes the IFS encoding algorithm more practical.

Keywords Fractal image coding, Iterated function system(IFS), Quadtree partitioning, Adaptive threshold(AT)

0 引言

随着数据通信的发展, 图象的传输越来越广泛, 由于图象传输数据量很大, 因而使得图象压缩成为一个重要的课题. 在众多的压缩编码方法中, 由于分形迭代函数系统(IFS)图象压缩编码方法具有压缩比高和重建图象质量良好的特点, 因而受到广大研究人员的重视^[1~3].

由于分形 IFS 图象压缩系统中多采用四叉树分块方法将输入图象分成互不重叠的排列块和可重叠

的区域块^[5], 因此图象压缩的过程就是按最小均方差(MSE)准则为各个排列块寻找与之相匹配的区域块的过程. 一般为了提高压缩比, 可采用较大尺寸的排列块, 但对大尺寸的排列块, 如果它与所有区域块的 MSE 误差均不符合预先设置的误差门限要求, 则需将排列块细分成 4 个尺寸相同的小排列块, 再重复以上过程, 直到找到所有排列块的匹配区域块为止.

在四叉树分块分形图象编码过程中, 排列块与区域块的匹配误差门限不但决定分块的结果, 而且在一定程度上影响着编码的效率, 即如果门限设置得较高, 则大尺寸的排列块数目增多, 压缩比虽提高

了, 但解码图象的质量却大大下降; 如果门限设置得较低, 排列块的尺寸小, 解码图象的质量虽提高了, 但压缩比却大幅度下降. 可见, 门限的确定可以决定这种类型编码系统的效率. 而在传统的固定门限的四叉树分块 IFS 编码系统中, 由于门限的设置没有考虑到输入图象的特点, 这不仅使编码过程无法适应输入图象, 而且对不同输入图象采用相同的门限显然也是不合理的. 因此, 固定门限的四叉树编码系统限制了分形 IFS 编码方法的实际应用.

本文通过对排列块和区域块的匹配误差的分析, 提出了一种根据当前排列块的方差, 自适应地确定匹配误差门限的算法. 实验证明, 采用这种自适应门限(Adaptive Threshold, AT)的算法不仅可以提高编码效率, 而且这种方法为分形 IFS 编码方法走向实用化创造了条件.

1 自适应门限编码算法

假设排列块的尺寸为 N , 其中的象素用 $r_i(i=0, 1, \dots, N-1)$ 表示; 区域块经四邻域收缩后的尺寸为 N , 其中的象素经旋转、平移等仿射变换后, 用 $d_i(i=0, 1, \dots, N-1)$ 表示. 在分形 IFS 图象压缩编码方法中, 通常用式(1)所示的线性迭代方法来完成区域块到排列块的映射.

$$r_i = o \cdot d_i + p \quad (1)$$

其中, o 为灰度变换因子; p 为亮度偏移因子, 而排列块与区域块的 MSE 误差为

$$MSE = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} [r_i - (o \cdot d_i + p)]^2}{N} \quad (2)$$

为使式(2)最小, o 和 p 应满足如下条件:

$$o = \frac{N \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (r_i \cdot d_i) - \sum_{i=0}^{N-1} r_i \sum_{i=0}^{N-1} d_i}{N \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (d_i)^2 - \left| \sum_{i=0}^{N-1} d_i \right|^2} \quad (3)$$

$$p = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} r_i - o \cdot \sum_{i=0}^{N-1} d_i}{N} \quad (4)$$

为讨论方便起见, 这里首先给出本文要用到的变量及其定义.

排列块的均值 \bar{r} 定义为

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r_i \quad (5)$$

区域块的均 \bar{d} 值定义为

$$\bar{d} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} d_i \quad (6)$$

排列块的方差 σ_r^2 定义为

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (r_i - \bar{r})^2 \quad (7)$$

区域块的方差 σ_d^2 定义为

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (d_i - \bar{d})^2 \quad (8)$$

排列块与区域块之间的协方差 $cov(r, d)$ 定义为

$$cov(r, d) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (r_i - \bar{r})(d_i - \bar{d}) \quad (9)$$

排列块与区域块之间的 MSE 误差 $dis(r, d)$ 定义为

$$dis(r, d) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [r_i - (o \cdot d_i + p)]^2 \quad (10)$$

定义 1 排列块与区域块的相对协方差的平方 $cov_R^2(r, d)$ 定义为排列块与区域块的协方差的平方与区域块的方差 σ_d^2 的比值. 即

$$cov_R^2(r, d) = \frac{cov^2(r, d)}{\sigma_d^2} \quad (11)$$

根据式(3)、(4)、(11)及以下的变量定义, 可以得到如下定理.

定理 1 对一个固定的排列块来讲, 它与区域块的 MSE 误差 $dis(r, d)$ 是它们之间的相对协方差平方 $cov_R^2(r, d)$ 的函数, 且满足

$$dis(r, d) = \sigma_r^2 - cov_R^2(r, d) \quad (12)$$

证明: 由式(3)、式(4)及式(10)可得

$$dis(r, d) = \sigma_r^2 - \frac{cov^2(r, d)}{\sigma_d^2} \quad (13)$$

并且根据定义 1, 下式成立

$$dis(r, d) = \sigma_r^2 - cov_R^2(r, d) \quad (14)$$

由于对一个固定的排列块, σ_r^2 是常数, 因此 $dis(r, d)$ 仅随 $cov_R^2(r, d)$ 变化, 也即是 $cov_R^2(r, d)$ 的函数. 证毕.

函数 $dis(r, d)$ 与下式定义的钟形函数 $f(x)$ 有着相当密切的关系.

$$f(x) = a \cdot e^{-k^2 x^2} \quad a > 0, k > 0 \quad (15)$$

定理 2 对如式(15)定义的钟形函数, 当且仅当 $a = \sigma_r^2, ak^2 = 1$ 时, $dis(r, d)$ 为 $f(x)$ 的麦克劳林展开式的主项.

证明: $f(x)$ 的麦克劳林展开式为

$$f(x) = a - ak^2 x^2 + Rn(x) \quad (16)$$

其中 $Rn(x)$ 为余项.

令 $a = \sigma_r^2, ak^2 = 1, x = cov_R(r, d)$, 则有

$$\begin{aligned} f(cov_R(r, d)) &= \sigma_r^2 - cov_R^2(r, d) + Rn(cov_R(r, d)) \\ &= dis(r, d) + Rn(cov_R(r, d)) \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)表明 $dis(r, d)$ 是 $f(x)$ 的麦克劳林展开式的主项. 证毕.

根据定理 2, 可以用 $f(x)$ 在某一置信度下的值作为 $dis(r, d)$ 的门限. 图 1 所示为 $dis(r, d)$ 和 $f(x)$ 的曲线.

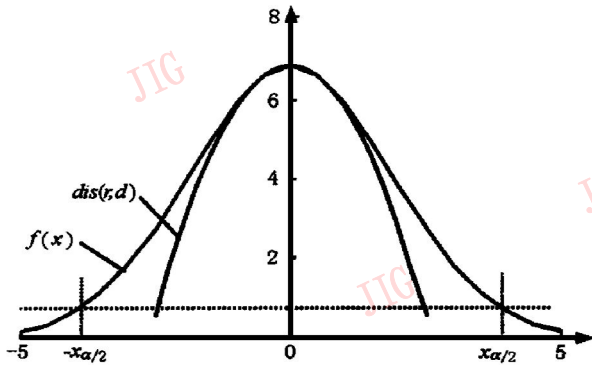


图 1 $f(x)$ 和 $dis(r, d)$ 的曲线

$f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的积分为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \frac{a}{k} \sqrt{\pi} \quad (18)$$

由此可得 $f(x)$ 的 $(1-\alpha)$ 置信度为

$$\int_{-x\frac{\alpha}{2}}^{x\frac{\alpha}{2}} f(x) dx = (1-\alpha) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx \quad (19)$$

因此

$$f\left|x\frac{\alpha}{2}\right| = \sigma_r^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (20)$$

本文使用式(20)作为 $dis(r, d)$ 的自适应门限, 记作 $bias$, 即

$$bias = \sigma_r^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (21)$$

式(21)表明, $dis(r, d)$ 的自适应门限 $bias$ 与排列块的方差 σ^2 成正比, 即当排列块的方差大时, 则门限高, 允许恢复的排列块有较大的失真; 当排列块的方差小时, 则门限低, 即将限制恢复排列块的失真程度. 另外, 排列块的方差在一定程度上还代表了它的复杂程度, 即方差大的排列块复杂程度高, 且其中的高频信号多; 而方差小的排列块复杂程度低, 其中的低频信号多. 许多研究表明, 由于人类的视觉系统对不同频率信号的分辨能力是不同的, 即对高频信号的分辨能力低, 而对低频信号的分辨能力高, 所以可以对复杂的排列块(高频信号多, 方差大)设置较高的门限, 使得该排列块的尺寸可以大一些, 以保证有较高的压缩比; 而对较平坦的排列块(低频信号多, 方差小)设置较低的门限, 使得恢复图象有较好的视觉效果. 可见, 这种自适应门限编码方法在一定程度上与人类视觉系统的特性相符合. 图 2 所示为自适

应门限编码系统的方框图. 由图 2 可见, 每一个排列块与区域块的匹配门限都是根据当前排列块的方差计算出来的, 且适应输入图象的特点, 同时由于在编码过程中考虑了输入图象的统计特征, 因而提高了分形图象压缩编码的实用性.

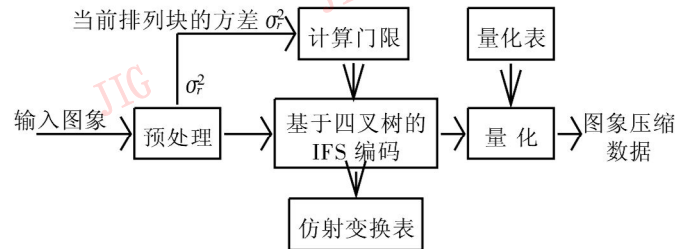


图 2 自适应门限编码系统方框图

2 仿真实验

本文对 256×256 象素大小的 Lena 和 Bridge 图象进行了压缩编码仿真实验. 图 3 和图 4 所示分别为 Lena 和 Bridge 的原始图象; 图 5 为不同置信度下的解码恢复图象; 图 6 为当固定门限为 64 时两幅测试图象的解码恢复图象. 表 1 为自适应门限压缩编码算法与固定门限压缩编码算法的结果比较. 从表 1 可见, 在进行四叉树结构自适应门限分形图象 IFS 压缩编码时, 不同的匹配误差门限对编码结果相当重要, 即当门限低时, 重建图象的信噪比($PSNR$)较高, 但压缩比低; 而当门限高时, 重建图象的信噪比迅速下降, 而压缩比升高.



图 3 Lena 原始图象 (256× 256 象素)



图 4 Bridge 原始图象 (256× 256 象素)

表 1 AT 算法与固定门限算法的压缩结果比较

		AT 算法(置信度)		固定门限算法	
		0.96	0.98	4	64
Lena	PSNR	30.1	32.5	34.29	29.37
	压缩比	5.94	5.37	5.13	6.36
Bridge	PSNR	25.7	27.5	27.52	26.96
	压缩比	5.47	4.92	4.92	5.24

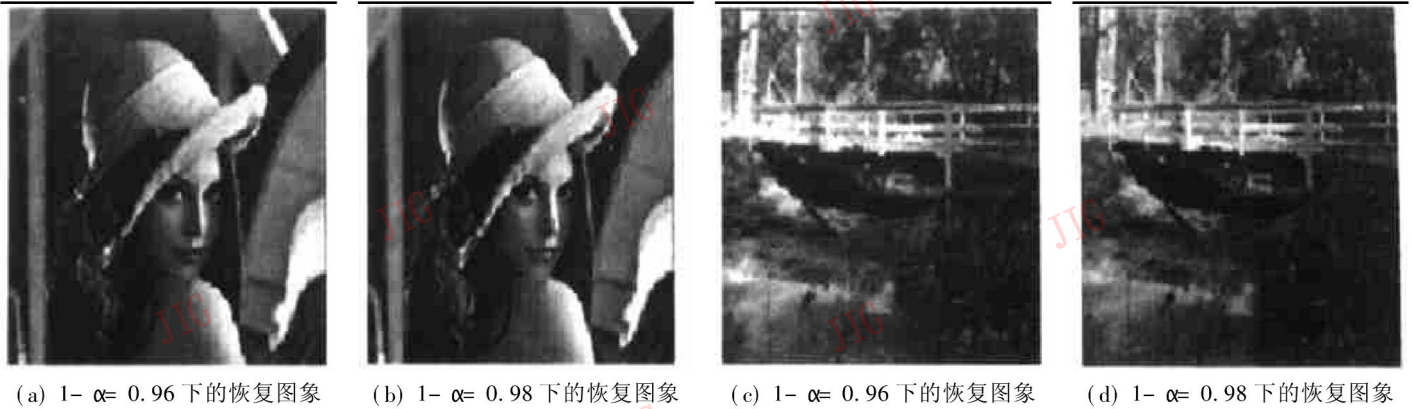


图 5 AT 算法不同置信度下的恢复图像



图 6 同一固定门限下的恢复图像

从图 5 与图 6 的对比可见, AT 算法可以自动适应输入图象的特点进行编码, 而固定门限压缩编码算法则没有这个能力. 对本文的实验对象来讲, 由于 Bridge 图象中的高频信号占主要部分, 因而虽然门限选得高, 但解码恢复图象的视觉效果仍能令人满意; 而 Lena 图象中的低频信号较多, 所以当门限选得高时, 解码图象的方块效应相当明显.

3 结 论

本文通过对基于四叉树结构分块的分形 IFS 图象编码系统中排列块与区域块的 MSE 误差的分析, 提出了确定排列块与区域块匹配门限的自适应算法. 该算法由于是根据当前排列块的方差来确定匹配门限, 因此使编码过程适应输入图象的统计特征, 从而提高了编码效率和分形 IFS 编码方法的实用性.

参 考 文 献

1 David J Jackson *et al.* Faster fractal image compression using quadtree recomposition. *Image and Vision Computing*, 1997, 15: 759~ 767.

- 2 Guojun Lu, Toonlin Yew. Applications of partitioned iterated function systems in image and video compression. *Journal of Visual Communication and Image Representations*, 1996, 7(2): 144~ 154.
- 3 Franck Davoine, Marc Antonini *et al.* Fractal image compression based on delaunay triangulation and vector quantization. *IEEE Trans. Image Processing*. 1996, 5(2): 338~ 346.
- 4 Yuval Fisher. Fractal Image Compression. *FRACTALS*, 1994, 2(3): 347~ 361.
- 5 A E Jacquin. Fractal image coding based on theory of iterated contractive image transformations. *SPIE Visual Commun. Image Process.* 1990, 1360: 227~ 239.
- 6 Chwen-Jye Sze *et al.* Fractal image coding system based on an adaptive side-coupling quadtree structure. *Image and Vision Computing*, 1996, 14: 401~ 415.



董云朝 1971 年生, 吉林工业大学信息与科学学院通信电子系统专业博士研究生. 研究兴趣为分形图象压缩、小波变换和多分辨率图象处理.

陈贺新 教授, 1982 年、1985 年、1989 年分别于吉林工业大学信息科学与工程学院获得工学学士、工学硕士、工学博士学位. 现为教授、博士生导师. 研究兴趣包括图象处理、多分辨率数字信号处理和人工神经网络.