

基于 Hough 变换的图象检测对偶点法

侯 宇

(中国计量学院, 杭州 310034)

摘 要 提出了图形边界对偶点的概念,证明了对于对称图形对偶点的存在性及其关于平移、缩放和旋转组合变换的不变性;结合 Hough 变换,建立了一种快速的图象检测方法,详细给出圆和椭圆检测的对偶点算法,并补充了文献[1]中公式的不足.实验结果表明,该对偶点法除保留了 Hough 变换法的容错性和鲁棒性外,还具有很快的计算速度,而且可以灵活地应用于解决一些较难的图象检测问题.

关键词 图象检测 对偶点法 Hough 变换 组合变换 不变性

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2001)08-0746-04

The Dual Points Method of Image Detection Based on the Hough Transform

HOU Yu

(China Institute of Metrology, Hangzhou 310034)

Abstract The Hough transform is useful for detecting or locating translated two-dimensional shapes. However, a weakness of the Hough transform is its storage requirements and hence the acutely increased computational complexity resulting from the increased dimension of the parameter space of the shapes. Significant improvement in speed and storage are needed for efficient use of the Hough transform. The size of the parameter space must be reduced significantly to save storage and to minimise the associated search task. In this paper, the concept of boundary dual points of shapes is presented and the existence of dual points of symmetric shapes as well as their invariance under translation, scale and rotation are proved. A quick algorithm of the image detection specially for circles and ellipses is presented by combining the dual points with the Hough transform. And the shortcoming of the formula in Ref. [1] is replenished. The experiment examples indicate that this algorithm is easy in use and insensitive for noise and occlusion as the Hough transform and has high calculation speed. It can be flexibly used for some difficult shape detection problems.

Keywords Image detection, Dual points method, Hough transform, Combining transform, Invariability

0 引 言

哈夫(Hough)变换是一种利用图象全局特性,将边缘像素连接起来组成区域封闭边界的方法.经典的哈夫变换常被用于直线段、圆和椭圆的检测,广义哈夫变换还可以推广到用于检测任意已知形状的目标^[1~3],并有可能使边界确定达到亚像素精度^[4].

理论上,哈夫变换可以用来检测具有解析式

$f(x, c) = 0$ 的任何曲线,但是累加器尺寸和检测计算量将随参数 c 的个数增加而呈指数增加,这就限制了哈夫变换用于多参数曲线的检测.人们利用边缘像素的局部取向信息(如梯度方向)来减少计算量^[3],取得较好效果.

本文提出了图形边界对偶点及其不变性概念,结合 Hough 变换,建立了一种用于对称图象快速检测的对偶点方法.实验结果表明,该方法除能保留哈夫变换的容错性和鲁棒性外,还具有方法简便、计算

速度快等优点,对检测对称图形的形心特别方便,在工业检测中具有实用价值.

1 图形边界对偶点及其性质

定义 与面图形边界上外法线方向相反的两个点,称为图形边界对偶点,简称对偶点.

定理 任意具有两条正交对称轴的平面图形至少存在着一对对偶点.

证明 设图 1 中图形 R 的两条正交对称轴分别为 X 轴和 Y 轴,并且图形在 $Y \geq 0$ 部分的边界线 B_1 由 $Y = F_1(X)$ 表示, $Y \leq 0$ 部分的边界线 B_2 由 $Y = F_2(X)$ 表示.根据图形的对称性,得到

$$F_1(-X) = F_1(X) = -F_2(X) = -F_2(-X) \quad (1)$$

和

$$\left(\frac{dF_1}{dX}\right)_P = \left(\frac{dF_2}{dX}\right)_P \quad (2)$$

即边界点 P 和 \bar{P} 的切线方向角 θ 相等.再根据左手边界准则,点 P 和 \bar{P} 的外法线方向角分别为 $\theta + \pi/2$ 和 $\theta - \pi/2$,两者相差 π 角度,方向相反,所以点 P 和 \bar{P} 互为对偶点.证毕.

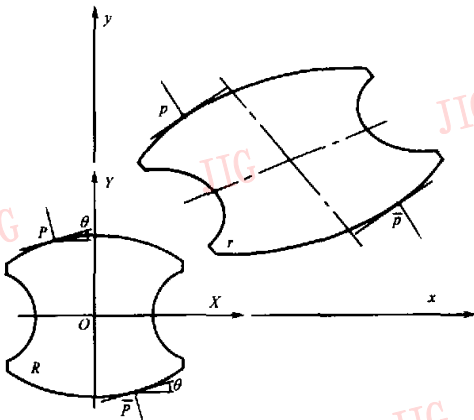


图 1 平面图形的对偶点

性质 图形经过平移、缩放和旋转变换后,其对偶点保持不变,即对偶点具有平移、缩放和旋转不变性.

对称图形经过平移、缩放和旋转的组合变换后,其对称性虽然不一定保持不变,如图 1 中的图形 r 就是图形 R 经平移、旋转,并在纵横轴方向上用不同比例缩放后得到的,但其对偶点仍然保持不变.

证明 设变换前图形的边界 B_1 和 B_2 分别由

$Y = F_1(X)$ 和 $Y = F_2(X)$ 表示.图形经过平移、缩放和旋转的组合变换后,边界 B_1 和 B_2 分别变换为 b_1 和 b_2 ,对偶点 P, \bar{P} 变换为 p, \bar{p} ,其坐标变换式如下

$$x = AX, X = A^{-1}x \quad (3)$$

这里,矢量 $x = (x, y, 1)^T$; $X = (X, Y, 1)^T$; A 是一个 3×3 变换矩阵,由平移矩阵、缩放矩阵和旋转矩阵的任意乘积组成; A^{-1} 是 A 的逆.

由式(3)可得如下组合变换后的图形边界表达式

$$b_1: a_{21}x + a_{22}y + a_{23} - F_1(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}) = 0 \quad (4)$$

$$b_2: a_{21}x + a_{22}y + a_{23} - F_2(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}) = 0$$

其中, a_{ij} 是矩阵 A^{-1} 的元素,由坐标平移量、缩放因子和旋转角的余弦、正弦组合而成,是与坐标无关的常量.

将上式对 x 求导,并进行整理,得到

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a_{21} - a_{11}(dF_1/dX)}{a_{22} - a_{12}(dF_1/dX)} \quad \text{on } b_1 \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a_{21} - a_{11}(dF_2/dX)}{a_{22} - a_{12}(dF_2/dX)} \quad \text{on } b_2$$

在点 p, \bar{p} 处有

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_p = -\frac{a_{21} - a_{11}(dF_1/dX)_P}{a_{22} - a_{12}(dF_1/dX)_P} \quad (6)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\bar{p}} = \frac{a_{21} - a_{11}(dF_2/dX)_P}{a_{22} - a_{12}(dF_2/dX)_P}$$

由 $(dF_1/dX)_p = (dF_2/dX)_p$,得到

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_p = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\bar{p}} \quad (7)$$

同上述定理证明,由上式得知,点 p, \bar{p} 处的外法线方向相反,因此它们是对偶点.证毕.

在图象检测中,利用对偶点及其不变性,再借助于图象区域边缘的梯度信息,即可以准确、快速、方便地求得对称图象区域的形心.

对于一幅图象 $f(x, y)$,先用某个梯度算子 D 和适当的阈值 T 来求出图象区域的边缘点集合 $S((x, y) | D(f(x, y)) \geq T)$,然后对边缘点 $p(x, y) \in S$,利用梯度信息寻找对偶点 $\bar{p}(\bar{x}, \bar{y}) \in S$,再用以下公式计算图象区域形心坐标

$$x_c = (x + \bar{x})/2 \quad y_c = (y + \bar{y})/2 \quad (8)$$

整数化后,使用两个一维累加器数组分别进行统计,由峰值确定图象的形心坐标值.

诚然,图象边缘上有些点的对偶点有可能不止一个,且当图象出现直线边界和有噪声时更是如此.如图 2 所示, P_i 与 $Q_j, i, j = 1, 2, 3$, 互为对偶点.用式(8)计算形心时,可得到 5 个形心 $O_k, k = 1, \dots, 5$.

但是在形心累加器数组中,对应于 O_3 的单元具有峰值,因此仍然能正确地检测出图象区域形心。

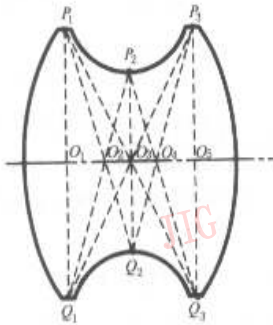


图2 对偶点与形心

2 圆检测

检测圆时不仅要确定圆心,还要确定半径.利用对偶点 $p(x,y)$ 和 $\bar{p}(\bar{x},\bar{y})$,用下式计算圆半径

$$r = [(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2]^{1/2} \quad (9)$$

由于单独用一个一维累加器数组即可统计圆半径,而且无需事先确定累加器的上下限,因此非常方便、快捷。

3 椭圆检测

检测任意方位的椭圆区域时,除了需用对偶点法来确定形心坐标 x_c, y_c 外,还需确定椭圆的长短轴半径 a, b 以及长轴的旋转角 θ 。

文献[1]中已导出下式用于椭圆检测

$$\begin{aligned} x_c &= x \pm a \left/ \left(1 + \frac{b^2}{a^2 \xi^2} \right)^{1/2} \right. \\ y_c &= y \pm b \left/ \left(1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2} \right)^{1/2} \right. \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\xi = d(y - y_c)/dx$.当 $\theta \neq 0$ 时,则有 $\xi = \tan(\varphi - \theta - \pi/2)$, φ 是边缘点外法线方向角。

实际上,该公式只能用于 $\theta = 0$ 的情况.对于 $\theta \neq 0$ 的一般情况,本文导出下式用于椭圆检测

$$\begin{aligned} x_c &= x \pm \frac{a \cos \theta}{\left(1 + \frac{b^2}{a^2 \xi^2} \right)^{1/2}} \pm \frac{b \sin \theta}{\left(1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2} \right)^{1/2}} \\ y_c &= y \pm \frac{a \sin \theta}{\left(1 + \frac{b^2}{a^2 \xi^2} \right)^{1/2}} \pm \frac{b \cos \theta}{\left(1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2} \right)^{1/2}} \end{aligned} \quad (11)$$

用式(11)检测椭圆时,需根据先验知识确定 a, b, θ 的量化范围,并且要用两个四维累加器 $(x_c, a, b,$

$\theta)$ 和 (y_c, a, b, θ) 进行统计计算.另外,由于式(11)中正负号的不同取法,对应于每个边缘点,形心坐标 x_c 和 y_c 需要分别计算4次,因此计算量相当大。

本文根据椭圆是将半径为 a 的圆沿短轴向按压缩比系数 $u = b/a$ 进行压缩而得到的这一性质,结合坐标变换建立以下算式

$$a = \left([(x - x_c) \cos \theta + (y - y_c) \sin \theta]^2 + [-(x - x_c) \sin \theta + (y - y_c) \cos \theta]^2 / u^2 \right)^{1/2} \quad (12)$$

对于事先不知道几何参数的椭圆,无需先验知识,给出参数 θ, u 的取值范围

$$\theta \in [-\pi/2, \pi/2] \quad u \in [u_{\min}, 1]$$

通常可取 $u_{\min} = 0.3 \sim 0.5$,参数 θ, u 的步长视检测精度而定,使用一个三维累加器数组 (a, θ, u) 进行统计,由峰值确定参数 a, θ, u 和 $b = ua$ 。

4 实验

第1个实验对象是如图3(a)所示的一个具有正交对称轴的机械零件,其两圆孔的半径是28,圆心到零件中心的距离是68.实验时,首先把这零件图合成一幅 256×256 ,256级灰度的图象,其中,零件图的灰度值为160,背景的灰度值为96,然后对整幅图又叠加了在 $[-48, 48]$ 之间均匀分布的随机噪声;图3(b)是用索贝尔(Sobel)算子计算得到的相应梯度图.由于阈值选取不当,边缘点组成的轮廓线有间断,并且有不少噪声点。

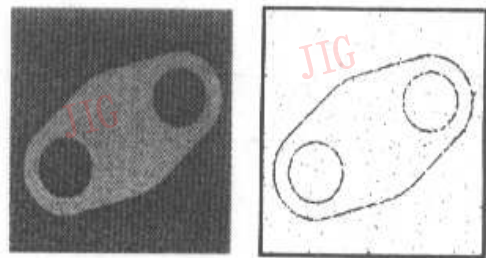


图3 (a) 具有正交对称轴的机械零件图 (b) Sobel算子计算得到的梯度图

图3

因为要求检测两圆孔的半径、圆心距零件中心的距离以及圆心与零件中心共线,为此,采取如下策略进行检测:首先寻找对偶点,用2个一维累加器和式(8)统计目标中心,再由峰值确定零件中心坐标 (x_c, y_c) ;然后用1个一维累加器和式(9)统计半径,由峰值确定圆孔半径 r ;最后在与半径 r 相关的边缘点中,用式(8)和一个2维累加器数组统计计算圆心

(x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) .

用该零件在不同方位的 4 幅图象,叠加上随机噪声,然后按上述方法共计算 5 例,其计算结果均重复一致.表 1 给出了每幅图象的检测结果.

表 1 具有正交对称轴机械零件的检测结果

图象编号	x_c	y_c	x_1	y_1	x_2	y_2	r
1	130	122	62	122	198	122	28
2	107	102	48	136	166	68	28
3	116	111	57	77	174	145	28
4	110	110	76	51	144	169	28

检测结果显示,除图象 3 中的一个圆心(174, 145)与零件中心(116, 111)的距离是 67.23 外,表 1 中其余圆心 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 与零件中心 (x_c, y_c) 的距离都是 68.而造成 67.23 距离的原因是计算结果取整所至.

用下式

$$\frac{y_c - y_1}{x_c - x_1} = \frac{y_2 - y_c}{x_2 - x_c}$$

来检验三心共线.

除图象 3 有 $\left| \frac{y_c - y_1}{x_c - x_1} - \frac{y_2 - y_c}{x_2 - x_c} \right| = 0.01$ 外,其余的都满足 $\left| \frac{y_c - y_1}{x_c - x_1} - \frac{y_2 - y_c}{x_2 - x_c} \right| = 0$.

上述计算,包括梯度和取阈值计算在内,每例平均用时 3.20s,实验所用微机带 P I 366 芯片.

如何采用广义 Hough 变换^[2]求零件中心,并考虑旋转、缩放因素,需要事先编制一张关系表,而统计计算需要 1 个四维累加器,或者要对关系表进行变换^[3],因此工作量较大.本文用文献[3]的方法检测图 3 中的圆孔,实验条件同上.在 20 例实验中,只有 9 例正确地检测出两个圆孔,有 11 例出错,这 11 例错误不是半径错误,就是圆心位置不正确,而且 4

个方位的被检图象中都有错例.据分析,错例是由于受零件的其他边缘点与噪声点共同干扰以及圆孔的边缘点太少而造成的.

第 2 个实验的目标图形是椭圆,其他条件与第 1 个实验相同,该椭圆的长短轴分别取 $a = 200$, $b = 120$,形心坐标 $x_c, y_c \in [118, 138]$,由计算机自动生成,长轴旋转角 $\theta \in [-90^\circ, 90^\circ]$ 也由计算机自动生成, $\Delta\theta = 2^\circ$.

对计算机生成的带噪声的椭圆图象,分别用式(8)、式(12)和式(11)求椭圆参数.用式(8)和式(12)计算时,取 $\Delta\theta = 2^\circ, u_{\min} = 0.5, \Delta u = 0.025$.用式(11)计算时,取

$$a, b \in [100, 200], \Delta a, \Delta b = 5$$

$$\theta \in [-90^\circ, 90^\circ], \Delta\theta = 2^\circ$$

共实验了 10 例,虽然两种方法都求得了正确的椭圆参数,但是,式(8)、式(12)的平均计算时间是 7.76s,而式(11)的平均计算时间竟达 989.46s,两者计算时间相差非常大,足见本文方法计算效率很高.

参 考 文 献

- 1 郑南宁.计算机视觉与模式识别.北京:国防工业出版社,1988.
- 2 章毓晋.图象理解与计算机视觉.北京:清华大学出版社,2000.
- 3 Ballard D H. Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes. PR, 1981,13(1):111~122.
- 4 傅卓,章毓晋.一种新的亚象素边缘检测方法及其应用研究.电脑应用技术,1995,3(5):1~5.



侯 宇 1958 年生,中国计量学院副院长,教授.现从事机械测试理论与技术、计算机视觉和模式识别等研究.