

# 一种基于积分变换的边缘检测算法

王宇生 卜佳俊 陈纯

(浙江大学计算机系, 杭州 310027)

**摘要** 介绍了一种用于图象区域和边缘检测的积分变换, 该变换引入了灰度尺度和空间尺度, 从而将图象变为表示象素点相互吸引的向量场, 将边缘检测问题转化为在向量场中寻找相分离向量的问题。通过分析该变换用于边缘检测而产生的一些问题, 给出了使用图象局部信息估计灰度尺度的方法, 在对已有方法简化和改进的基础上, 提出了一个基于此变换的边缘检测算法, 最后给出该方法的识别结果, 并与经典的边缘检测算法做了比较, 试验结果表明, 其边缘检测效果与 Canny 算法相似, 是一种有效的边缘检测方法。

**关键词** 图象处理 边缘检测

中图分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2002)02-0145-05

## An Edge Detection Algorithm Based on Integral Transform

WANG Yu-sheng, PU Jia-jun, CHEN Chun

(Department of computer science, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract** This paper discusses an integral transform that can be applied to region and edge detection. With homogeneity scale and spatial scale parameters, the transform converts image into vector field showing the attractions among pixels in the image, and thus edge detection can be performed by finding divergent vectors in the field. This paper analyses some problem of applying the transform to edge detection and presents a method of estimating homogeneity scale parameter using local information. Based on the transform and previous work, a simplified version of edge detection algorithm is given. Its experimental results are also presented, with comparison to some classical edge detection algorithm. Its edge detection capability is comparable with Canny edge detection algorithm.

**Keywords** Image processing, Edge detection

## 0 引言

边缘检测是图象处理中的重要内容, 一方面, 图象的边缘往往对应于生成图象的物理世界中对象的重要特征, 如几何体的边界; 另一方面, 边缘检测使图象处理的数据量大大减少, 有利于后续的特征提取和模式识别, 因此对边缘检测算法的研究得到了广泛而持久的关注。

很多边缘检测算法是基于对图象的灰度函数求导和在图象中匹配特定的边缘模型这两种方法, 如 Marr-Hildreth 算法<sup>[1]</sup>和 Canny 算法<sup>[2]</sup>是这两种方法的经典代表, 在具体做法上, 可表现为与图象模板

求卷积<sup>[3]</sup>和用叠代等方法求匹配函数的系数等<sup>[4]</sup>。为解决图象中存在噪声的问题, 可以在边缘检测之前做图象滤波, 在边缘检测之后做松弛标记<sup>[5]</sup>或边缘点搜索连接, 以此获得含有较少噪声点的连续边缘。文献[6]、[7]中, 提出了一种用于图象区域和边缘检测的积分变换, 该变换将图象  $I(x, y)$  变换为向量函数  $F(x, y)$ ,  $F(x, y)$  表示图象中每点受到它所在区域的“吸引力”, 从而将边缘检测问题转化为在向量场中寻找相分离向量的问题, 该变换基本上未对图象的区域、边缘、噪声分布做任何假定, 该方法提出了两个尺度概念, 灰度尺度和空间尺度, 在大尺度下仍能给出精确的边缘。这是一个很新颖的方法, 对图象分割、边缘检测、区域中心线提取、纹理分析、多尺度分

析等算法的构造都有借鉴意义. 本文对这种方法进行了有益的探索和尝试. 在对已有方法简化和改进的基础上, 提出了一个基于此变换的边缘检测算法.

### 1 积分变换及性质

设图象为  $I(x, y)$ ,  $(x, y) \in D$  为图象所在的区域.

对图象中每一点  $(x, y)$ , 有  $\sigma_x(x, y), \sigma_y(x, y)$  两个参数与之对应. 变换将数量函数  $I(x, y)$  变为向量函数  $F(x, y)$

$$F(x, y, \sigma_x(x, y), \sigma_y(x, y)) =$$

$$\iint_{D_1(x, y)} d_g(\Delta I, \sigma_x(x, y)) d_r(|r|, \sigma_y(x, y)) \frac{r}{|r|} dudv \quad (1)$$

其中,  $\Delta I = |I(x, y) - I(u, v)|$ ,  $r = (u - x)i + (v - y)j$ .

$d_g(v, s), d_r(v, s)$  为满足如下条件的函数:

- (1)  $d(v, s) \in [0, 1]$ , 当  $v$  充分大时,  $d(v, s) = 0$ ,
- (2)  $d(v_1, s) \leq d(v_2, s)$ , 对任意的  $s$  及  $v_1 \geq v_2$ ,
- (3)  $d(v, s_1) \leq d(v, s_2)$ , 对任意的  $v$  及  $s_1 \geq s_2$ .

对离散的情况, 只要将积分符号变为求和符号即可. 这个变换不是线性的, 不能用卷积方法计算.

下面简要说明这个变换的含义. 图象中点  $(x, y)$  的积分值  $F$  表示该点受到的它所在区域的“吸引力”. 这个区域是指图象中具有相近灰度值的点的聚集. 每个象素点可以属于多个由不同尺度确定的区域. 如同计算质点受到物体的引力一样,  $F$  表示为点  $(x, y)$  与区域中其他各点  $(u, v)$  “引力”的积分. 点  $(x, y)$  与  $(u, v)$  的引力与  $d_g(\Delta I, \sigma_x(x, y))$  和  $d_r(|r|, \sigma_y(x, y))$  两部分成正比. 前一部分反映两个点灰度的相似程度, 灰度值差越小, 它们的相似度越大; 后一部分反映两个点距离的远近, 也可说是空间上的相似程度, 两点距离越近, 相似度越大, 这反映在上述条件 2 中.  $\sigma_x(x, y)$  和  $\sigma_y(x, y)$  分别表示该点的灰度分辨率和空间分辨率. 大的  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  对应大的灰度对比和大尺寸图象区域, 这反映在条件(3)中. 条件(1)要求区域具有灰度值和空间的局部特性. 如果两个点的灰度值或位置差得太大, 那么它们的吸引力为 0.

计算每点的  $F$  之前, 先要根据需要的灰度和空间分辨率, 为这个点选择“合适的” $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  值, 然后按式(1)计算吸引力  $F$ . 对图象中的每点如此操作就得到整个图象的一个吸引力场  $F(x, y)$ . 选择“合适的” $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  的含义是获得这点所属图象区域的尺度

信息. 考察函数  $F(\sigma_x, \sigma_y)$  能得到这些信息. 固定点  $(x, y)$ , 用  $\arg F$  表示  $F$  的幅角,  $\arg F(\sigma_x, \sigma_y)$  在  $\sigma_x, \sigma_y$  平面内某些区域里变化很小, 在某些区域变化较大,  $\sigma_x, \sigma_y$  平面内前一种类型的区域反映该点所属的某个图象区域对应的尺度范围.

下面以  $\arg F(\sigma_x)$  为例, 说明上述变化趋势. 固定  $\sigma_y$ , 且设它小于图 1 中灰区域和白区域灰度值的差. 图 1 是  $\arg F$  随  $\sigma_x$  增大而变化的情况. 以下假定  $d_g(v, s), d_r(v, s)$  都为矩形函数, 即

$$d(v, s) = \begin{cases} 1, & 0 \leq v \leq s \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases}$$

当  $\sigma_x \leq \sigma_1$  时, 由积分的对称性, 得  $F = 0$ . 对有噪声的情况,  $F \neq 0$ , 但  $|F|$  非常小, 而  $\arg F$  变化较大; 当  $\sigma_1 \leq \sigma_x \leq \sigma_3$  时,  $p$  点受灰区域的吸引渐渐占优势,  $F$  指向下方, 且  $\arg F$  很稳定; 当  $\sigma_x > \sigma_3$  时,  $p$  点受到右上方灰区域的吸引,  $\arg F$  开始变化, 直到达到新的稳定值. 图 1 中的曲线也反映了这种趋势.  $\sigma_x > \sigma_3$  以后,  $\arg F$  变化平缓, 原因是右上方灰区域的面积较小, 对吸引力  $F$  影响不大. 图 1 中  $\sigma_2$  即是一个合适的  $\sigma$  值.

$F$  的性质在文献[6]中有详细叙述. 与边缘检测有关的性质是, 图象中区域内象素点的  $F$  指向区域内部, 边缘两侧象素点的  $F$  方向恰好相反. 这个性质用来识别边缘点. 图 2 是变换的例子. 方格表示象素点, 方格中短线表示向量  $F$ , 向量的起点为方格中心, 线段长度与  $|F|$  成正比. 图中有灰、白 2 个区域, 粗线为边缘线. 可以看出边缘线二侧  $F$  方向相反.

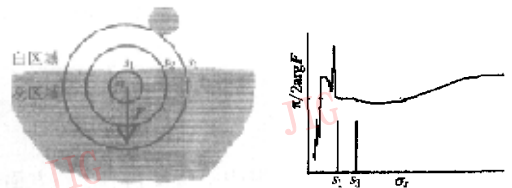


图 1  $F$  随  $\sigma_x$  变化的情况 ( $\arg F$  顺时针为正, 0 为水平向右)

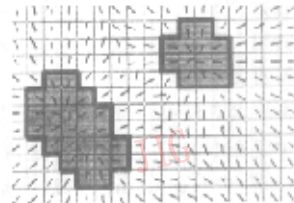


图 2 向量场  $F$  (向量的起点为方格中心)

## 2 算法描述

图象中每点的  $F(\sigma_r, \sigma_s)$  包含了图象区域的丰富信息,从中计算合适的  $\sigma_r$  和  $\sigma_s$  是利用这个变换的重要一步. 图 3 是一幅图象的局部, 图象区域的灰度值是常量, 灰度值均为 16 的倍数. 箭头指向的点是计算  $F(\sigma_r, \sigma_s)$  的点. 图 4 是  $\arg F(\sigma_r, \sigma_s)$  的等高线, 等高线沿  $\sigma_r$  轴呈阶梯状, 反映了图象区域的灰度值是常量, 图上从原点出发的粗斜线是等高线分布很密的地方, 该处  $\arg F(\sigma_r, \sigma_s)$  变化非常快, 表示  $F$  从 0 变为指向由  $\sigma_r$  决定的区域边缘的方向, 从  $\sigma_s$  轴上能读出边缘点离当前点的距离. 由于图象的每一点都对对应一个  $F(\sigma_r, \sigma_s)$  函数, 因此逐点分析它们非常耗时, 而且对边缘检测也不必. 文献[7]给出一个多尺度的区域和边缘结合的检测算法. 其思路是先选取一系列固定的  $\sigma_r$  值, 并对每点取  $\sigma_s$  为使  $|F| \geq T$  成立的最小值,  $T$  为一常量; 然后在向量场  $F(x, y)$  中标记边缘点和区域. 在此基础上, 计算边缘点的  $\sigma_r$  取值范围, 并将各种尺度下的区域(对应于不同的  $\sigma_r$ ) 组织成树结构. 但该文并未给出区域分割的具体方法.

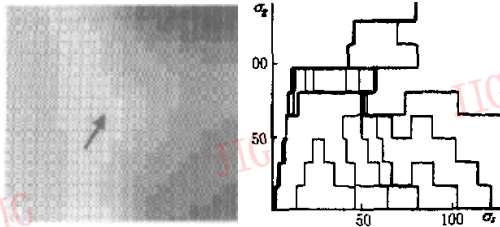
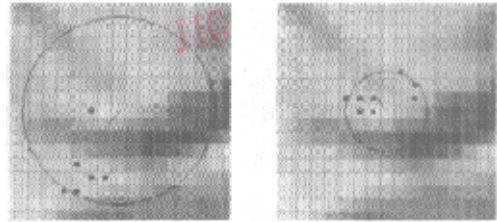


图 3 一幅图象的局部放大 图 4  $\arg F(\sigma_r, \sigma_s)$  的等高线 (箭头所指为计算  $F(\sigma_r, \sigma_s)$  的点)

边缘检测通常不需要这么丰富的区域和边缘信息, 因此本文对算法做了简化和改进. 在试验中发现, 整个图象使用统一的  $\sigma_r$  不合适. 虽然可以要求以任意的  $\sigma_r$  作为图象中不同区域灰度值的最小差异来分割图象, 但由于图象中的噪声等原因, 要对  $\sigma_r$  进行准确估计才能获得用于边缘检测的  $F$  向量, 而单纯通过对  $|F|$  设定阈值而得到的  $\sigma_r$  与合适的  $\sigma_r$  差别较大, 其原因是图象中的噪声幅度可能超过  $\sigma_r$  值, 使得  $|F|$  在相当大的  $\sigma_r$  范围内都很小. 当  $|F|$  超过阈值时,  $F$  往往是由离当前象素点很远的点的吸引力决定, 这不符合区域由邻近的象素点构成这个常规要求. 对此, 在选定  $\sigma_r$  的基础上, 根据图象的局部信息再估计一个新的  $\sigma_r$ , 并取两者中大的为  $\sigma_r$ . 按

上述方法确定  $\sigma_r$ , 然后计算  $F$ . 估计  $\sigma_r$  的准则是: 设满足  $d_r(\Delta I, \sigma_r) > 0$  的区域是  $D$ ,  $D$  包括点  $(x, y)$  且基本上是连续的区域. 实际处理中, 取最小的  $\sigma_r$ , 使满足  $d_r(\Delta I, (g)) > 0$  和  $0 < |r| \leq 1$  的区域至少包含一个点, 满足  $d_r(\Delta I, (g)) > 0$  和  $1 < |r| \leq 2$  的区域至少包含一个点, 并基本上能满足区域由邻近的象素点构成的要求. 图 5 说明了这种情况. 图中圆圈表示  $\sigma_r$  示的值, 短线表示该点的  $F$ , 象素点中的黑色标记表示这些点满足  $d_r(\Delta I, (g)) > 0$ . 图 5(a) 使用的是指定的  $\sigma_r$ , 这样得到的  $\sigma_r$  过大,  $F$  的方向也不指向该点所属区域的内部, 而图 5(b) 重新估计了  $\sigma_r$ ,  $F$  指向区域内部.



(a) 使用指定  $\sigma_r$  的结果 (b) 重新估计  $\sigma_r$  后的结果

图 5 根据附近象素点的灰度值估计  $\sigma_r$

计算  $F$  的目的是寻找边缘点, 因此不需要计算每一点的  $F$  值, 而对需要计算  $F$  的点, 也不一定要计算出  $\sigma_r$  和  $F$  的最终值. 对点  $(x, y)$ , 若  $\sigma_r$  不断增大至某个固定的  $\sigma_{r, \max}$  时,  $F$  依旧较小, 则说明最近的边缘点在以当前的象素点为圆心, 以  $\sigma_{r, \max}$  个象素点为半径的圆之外. 此时, 该点不可能为边缘点, 不必进一步计算  $F$ . 该圆内的所有点也不可能为边缘点, 这些点的  $F$  也不必计算. 为加快算法的速度, 计算前, 需选初始化两个数组, 分别用以存放满足  $n < |r| \leq n+1$  点的坐标及  $r/|r|$  的值, 其中  $r$  的横坐标、纵坐标均为整数.

下面是算法描述.  $\sigma_r$  是预先给定的表示灰度尺度的值.  $I(x, y)$  是图象.  $T$  是计算  $\sigma_r$  时使用的阈值,  $a_0$  为常量, 是判断相邻象素点的向量  $F$ , 方向是否相反的阈值.

```

P(n) := {r | n < |r| < (n+1), n = 0, 1, ..., sigma_r_max};
V(r) := r/|r|, 0 < |r| <= sigma_r_max;
m(x, y) := 0; F(x, y) := 0;
For each point p = (x, y) in the image
  If m(x, y) = 0 Then
    g1 := min_{r in P(0)} |I(p) - I(p+r)|;
    g2 := min_{r in P(1)} |I(p) - I(p+r)|;
  
```

```

G := max(g1, g2, σr);
S(0) := 0;
For σr = 1, 2, ..., σrmax
    S(σr) = S(σr-1) + ∑r ∈ P(σr-1), dr(Δr, G) > 0 V(r);
    If |S(σr)| > T break;
End for
If |S(σr)| > T Then F(p) = S(σr);
Else m(p+r) := 1, r(P(σrmax/2));
End if
End for
For each F(x, y) ≠ 0
    a1 := F(x, y) 与 F(x+1, y) 的夹角;
    a2 := F(x, y) 与 F(x, y+1) 的夹角;
    If a1 ≥ α0 or a2 ≥ α0 Then (x, y) 为边缘点;
End For
    
```

设  $F_1(x, y) = a_1i + b_1j, F_2(x, y) = a_2i + b_2j$ , 算法中最后一个条件的含义是对  $F_1(x, y)$  和  $F_2(x+1, y)$ , 要求  $a_1 \leq 0, a_2 \geq 0, \frac{F_1 \cdot F_2}{|F_1||F_2|} \leq \cos(\alpha_0)$ . 对  $F_1(x, y)$  和  $F_2(x, y+1)$  也有类似要求。

根据变换的定义,  $T$  的含义为计算一个点的吸引力  $F$  时, 图象中满足  $d_r(|r|, \sigma_r) > 0$  的象素点中至少有  $T$  个以上的点与该点的吸引力大于 0. 对定义在连续域上的图象, 边缘点两侧向量  $F$  的夹角应为  $\pi^{[6]}$ , 但对数字图象, 这个夹角小于  $\pi$ . 试验表明,  $T$  和  $\alpha_0$  的取值对识别结果影响不大. 一般可取  $1 \leq T \leq 4, 0.1\pi \leq \alpha_0 \leq 0.5\pi$ . 图 6, 图 7 是  $T$  和  $\alpha_0$  取不同值时, 一幅图象中识别出的边缘点占所有象素点的比例. 图 6 中  $\alpha_0 = 0.25\pi$ , 图 7 中  $T = 3$ , 横坐标单位是  $\pi$ .

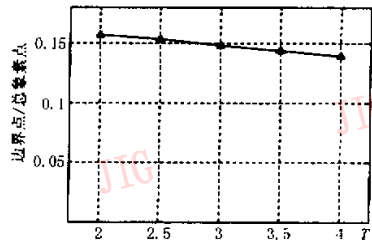


图 6  $T$  对识别结果的影响 ( $\alpha_0 = 0.25\pi$ )

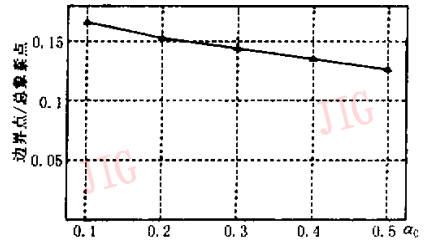


图 7  $\alpha_0$  对识别结果的影响 ( $T = 3$ )

### 3 试验结果

试验中  $T = 3, \alpha_0 = 0.3\pi$ . 图 8 是算法的识别结果. 当  $\sigma_r$  增大后, 远山与天空融和起来, 荷花的叶脉消失了, 而小桥上的石柱仍能分辨, 这表明在不同尺度下, 该算法都有较好的识别细节的能力. 图 8(f) 将图 8(e) 中模糊的阴影识别出来 (图 8 的 (d), (h) 显示了原图象所有强和弱边缘点). 比较而言, 对前一幅图象, 本文的方法略差, 而后一幅图象的结果明显优于 Canny 算法.

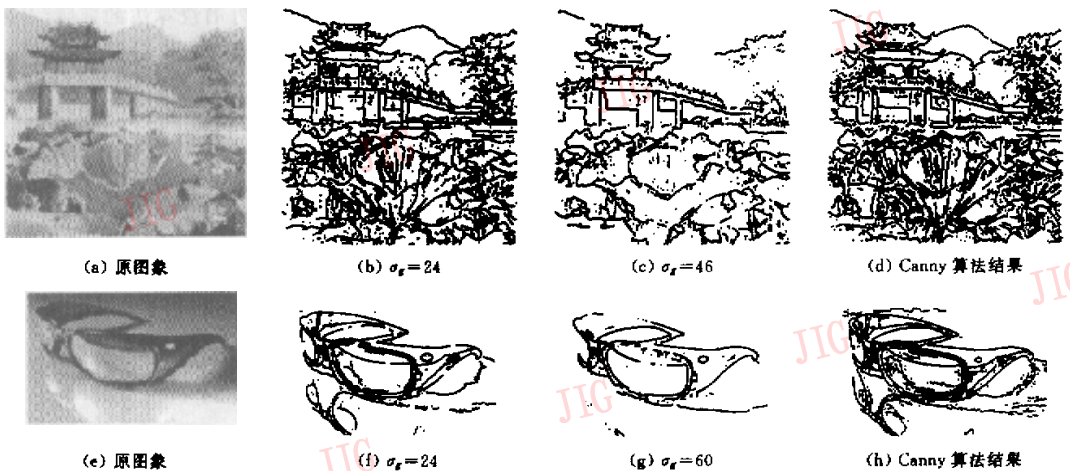


图 8 识别结果



图 9 与几种边缘识别算法检测结果的比较

图 9 是另外几种经典边缘检测算法的检测结果和加噪声以后算法的检测结果. 由图可见, 图 9(a)、(b) 两种方法抑制噪声的能力较好, 但检测细节的能力不足, 特别是图 9(b) 中小桥上的石柱完全不能辨认. 加入噪声对本文算法和 Canny 算法都有影响, 原因是试验中, 算法均未做后续的噪声消除和边缘点连接操作 (这类操作能明显改善边缘点图象的质量). 由于后续操作与具体的图象识别任务有关, 这里没有把它们包括在试验中. 总体而言, 算法的检测结果比较满意.

### 4 总 结

本文介绍了一种用于区域和边缘检测的积分变换<sup>[6,7]</sup>方法, 并对其做了简单分析. 与已有工作相比, 本文的贡献在于, 提出利用图象局部信息估计灰度尺度的方法, 简化原有方法, 并在算法实现上做了优化. 试验结果表明, 使用该积分变换能获得较好的边缘检测效果. 进一步研究的工作包括将这个积分变换用在其他图象处理问题上, 如纹理分析、区域中心线提取等. 另外, 分析该变换与其他用于边缘检测的滤波器的内在联系也是很有意义的研究工作.

### 参 考 文 献

- 1 Marr D, Hildreth E. Theory of edge detection[J]. Proc. R. Soc. Lond. 1980, B207:187~217.
- 2 Canny J. A computational approach to edge detection. IEEE PAMI. 1986, 8(6):679~698.
- 3 Haralick R M. Digital step edges from zero crossing of second directional derivatives[J]. IEEE PAMI. 1984, 6(1):58~68.

- 4 Nalwa V S, Einford T O. On detecting edges[J]. IEEE PAMI, 1986, 8(6), 699~714.
- 5 Matalas I, Benjamin R, Kitney R. An edge detection technique using the facet model and parameterized relaxation labeling[J]. IEEE PAMI, 1997, 19(4), 328~341.
- 6 Ahuja N. A transform for multiscale image segmentation by integrated edge and region detection[J]. IEEE PAMI. 1996, 18(12), 1211~1235.
- 7 Tabb M, Ahuja N. Multiscale image segmentation by integrated edge and region detection [J]. IEEE Trans. on image processing, 1997, 6(5), 642~655.



王宇生 1975 年生, 博士研究生. 主要研究方向是计算机图象处理、人工智能、多媒体技术.



卜佳俊 1973 年生, 博士. 主要研究方向是计算机图形图象处理、CAD/CAM、CSCW 等.



陈 纯 1955 年生, 教授, 博士生导师. 主要研究方向是计算机图形图象处理、CAD/CAM、人工智能、CSCW 等.