

图象扫描波动性度量及 Hilbert 扫描矩阵的快速生成

刘向东^{1),2)} 朱志良¹⁾ 王光兴¹⁾ 朱伟勇¹⁾

¹⁾(东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110006) ²⁾(鞍山钢铁学院图形图象与网络研究所, 鞍山 114002)

摘要 在图象扫描技术中,首要的问题是如何尽量减小生成数据的波动性.为此在深入研究各种扫描技术的基础上,定义了一种描述扫描方式产生数据波动性的度量指标,基于图象存在局部连续性,证明了 Hilbert 分形曲线扫描优于其他传统扫描,表明其生成数据的最佳连续特性,并通过实验分析了图象扫描方式对 DCT 变换编码效果的影响.最后,给出了一个构造 Hilbert 扫描矩阵的快速算法,以方便该方法的进一步研究及应用.

关键词 图象压缩 分形 Hilbert 曲线 DCT 变换

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2002)06-0539-04

Measuring the Undulation of the Image Scanning and a Fast Hilbert Scanning Matrix Constructing Algorithm

LIU Xiang-dong^{1),2)}, ZHU Zhi-liang¹⁾, WANG Guang-xing¹⁾, ZHU Wei-yong¹⁾

¹⁾(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110006)

²⁾(Institute of Graphics, Images & Networks, Anshan Institute of Iron & Steel Technology, Anshan 114002)

Abstract The image transformation coding is classified into two categories: one-dimension transformation coding and two-dimension transformation coding. One-dimension transformation coding need little computation, proceeds fast, but its effect is dependent on the image scanning techniques. The central problem of the image scanning techniques is how to decrease the undulation of the generated data. In this paper, based on the deep researches, and objective quantity exponent is defined to measure the undulation of the scanning techniques. By it, with the help of computer experiments, it is proved that the Hilbert scanning technique is superior to the other scanning techniques and the data it generates is the most continuous based on the hypothesis that the images are continuous in the small range. The effect to the DCT coding of the scanning techniques is analyzed by computer experiments. Finally, a fast recurrent algorithm to construct the Hilbert scanning matrixes is given out for easy to use this scanning technique to code the images and to go on more researches.

Keywords Image compression, Fractal, Hilbert curve, DCT transition

0 引言

图象是人类最主要的信息载体.数字化图象数据极大,在实际应用中存在着存储和传输这两大问题.如何高效、实时地压缩图象是多媒体技术中最关键的问题之一.图象压缩的研究已有几十年的历

史,特别是 80 年代,人们突破 Shannon 理论的框架,重视对人视觉特性的利用,使图象压缩技术取得了突破性进展^[1].现在,人们又把分形用于描述自然景物、图象分析及图象压缩^[2,3].在此应用 Hilbert 分形曲线,研究了 1 维 DCT 变换编码的不同图象扫描技术,定义了一种描述扫描方式产生数据波动性的度量指标——步长平均距离,基于图象存在的局

部连续性,证明了 Hilbert 分形曲线扫描优于其他传统扫描,表明其生成数据的最佳连续特性,并通过实验分析了图象扫描方式对 DCT 变换编码效果的影响.采用 Hilbert 分形曲线这种性质优良的扫描法,可在不减小压缩比、不增加计算量、不降低压缩、解压速度的前提下,达到较好的压缩效果.

1 图象扫描法及其波动性

变换编码一般有 2 维变换编码与 1 维变换编码两种方式. 2 维变换编码采用对列和行分别做变换,而不需扫描,它压缩效果较好,但运算量大,以 DCT 为例,对一个 $N \times N$ 块,2 维 DCT 变换需 N^8 次乘法,为减少运算量,图象的子块大小不能太大,但这又限制了它的压缩能力;1 维变换编码先是对图象块矩阵扫描生成一维向量,然后做变换,一般压缩效果没有 2 维变换编码效果好,但运算量较小.以 DCT 为例,对一个 $N \times N$ 块,1 维 DCT 变换需 N^6 次乘法,所以可以选取较大的图象子块,并具有较强的压缩潜力.当图象较大、分块较多时,2 维变

换编码比 1 维变换编码,压缩与解压时间都需花费较多,所以有必要深入研究对 1 维变换编码效果影响很大的图象扫描技术,另外,图象扫描技术也经常应用在图象的快速重构上^[4].

1.1 常用图象扫描技术

图象扫描本质为扫描函数

$$f(n) = (i, j)$$

其中, $n \in \{1, 2, \dots, 2^{2k}\}$, 代表扫描序号; $i, j \in \{1, 2, \dots, 2^k\}$, (i, j) 代表像素点在原图象上的坐标. 这里假定图象大小为 $2^k \times 2^k$ 个像素(其他大小可类似分析). f 满足:不同的 n 对应不同的坐标 (i, j) , 即扫描序列不重不漏地覆盖图象所有像素点. 扫描函数也可等价地记作矩阵 $(a_{ij})_{2^k \times 2^k}$, 其中 $a_{ij} = n$, 即矩阵的元素为扫描序号,称之为扫描矩阵.

常用图象扫描方法有光栅扫描法(图 1(a))、Z 扫描法(图 1(b))、连续光栅扫描法(图 1(c))等. 现在,又出现了利用 Hilbert 分形曲线来进行图象扫描的 Hilbert 曲线扫描法(图 1(d)). 这些方法已被应用在图象的插值放大等方面^[5].

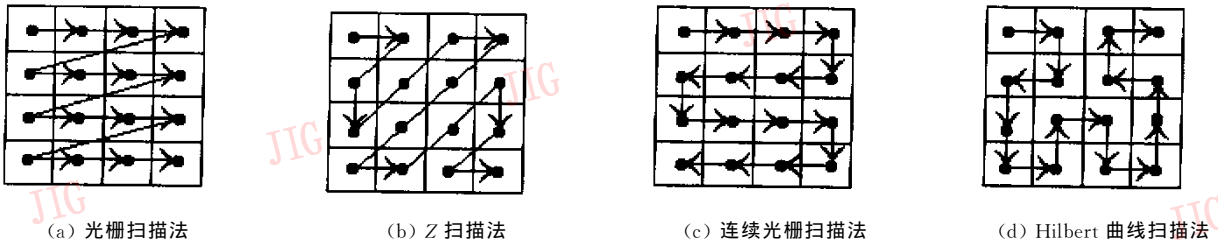


图 1 4 种扫描法的示意图

1.2 步长平均距离

减小数据的波动可以提高变换编码效率,并在不降低压缩比的前提下,改善图象压缩质量. 为度量各种扫描方法本身对产生数据波动性的作用,基于图象存在局部连续性假设,定义步长平均距离作为评价扫描本身连续性的客观标准.

定义 1 m, n 为扫描序列中的 2 个序数, $m, n \in \{1, 2, \dots, 2^{2k}\}$, 称 $|m - n|$ 为步长. 定义扫描曲线上 m, n 两点的距离为

$$d(m, n) = \sqrt{(i_m - i_n)^2 + (j_m - j_n)^2}$$

其中, $f(m) = (i_m, j_m)$, $f(n) = (i_n, j_n)$. l 步长平均距离 \bar{d}_l 定义为所有步长为 l 的点对距离元和除以所有步长为 l 的点对个数,即

$$\bar{d}_l = \frac{\sum_{|m, n|=l} d(m, n)}{\sum_{|m, n|=l} 1}$$

\bar{d}_l 反映了扫描方式对产生数据波动性的作用. 基于图象局部连续性假设,同步长平均距离越小,产生数据波动性越小. 从 1 步长平均距离开始,平均距离越大,产生数据波动性越大;对于 2 种扫描方式,若 1 步长平均距离相同时,则 2 步长平均距离越大,产生数据波动性越大;以此类推,即可对扫描技术本身是否适用于变换编码进行评价.

1.3 各方法比较

通过计算,可以得到:对 $N \times N$ 图象块,光栅扫描法的 1 步长平均距离为 $\frac{N + \sqrt{N^2 - 2N + 2}}{N + 1}$; Z 扫描法的 1 步长平均距离为 $\sqrt{2} - 2 \frac{\sqrt{2} - 1}{N + 1}$, 2 步长平均距

离为 $2 - 2 \frac{N-1}{N^2-2}$. 对任何自然数 N , Z 扫描法的 1 步长平均距离小于、等于光栅扫描法的 1 步长平均距离 (仅 $N=1, 2$ 时, 取等号), 这说明 1 维变换编码采用 Z 扫描法优于光栅扫描法. 连续光栅扫描法和 Hilbert 曲线扫描法的 1 步长平均距离均为 1, 这 2 种扫描法均优于 Z 扫描法. 连续光栅扫描法的 2 步长平均距离为 $2 - 2(2 - \sqrt{2}) \frac{N-1}{N^2-2}$ (较 Z 扫描法的 2 步平均距离大), 当 N 较大时, 且近似于 2; Hilbert 曲线扫描法的 2 步长平均距离为 $\frac{2a_k + (N^2 - 2 - a_k) \sqrt{2}}{N^2 - 2}$,

其中, $N = 2^k, a_{k+1} = \begin{cases} 2a_k + 2 & k \text{ 为奇} \\ 2a_k + 4 & k \text{ 为偶} \end{cases}, a_0 = 0$, 当 N 较大时, 其近似于 $\sqrt{2}$. 于是可以得出: 从产生的图象扫描数据连续性出发, 以 \succ 表示优于, 则 Hilbert 曲线扫描法 \succ 连续光栅扫描法 $\succ Z$ 扫描法 \succ 光栅扫描法.

1.4 实验结果与讨论

把图象划分为 8×8 和 4×4 两种大小的块, 用上述不同图象扫描方法, 做了对比实验. 所用图象为 256×256 的 Lena 灰度图象 (图 2), DCT 编码压缩比均为 4:1.



(a) 原图象



(b) 2 维 DCT 恢复图象



(c) Hilbert 曲线扫描法恢复图象



(d) 连续光栅扫描法恢复图象



(e) Z 扫描法恢复图象



(f) 光栅扫描法恢复图象

图 2 几种扫描法恢复图象 (4×4 块)

由表 1 可以看到, 实验结果数据与上面理论分析的结果完全一致, 表明: 步长平均距离很好地反映了扫描方法产生的扫描数据的波动性, 它不仅可以对现有的扫描技术进行评价, 还可用来指导设计新的扫描方法; Hilbert 扫描配合 1 维 DCT 变换编码, 其效果已接近 2 维 DCT 变换编码的效果, 对 8×8 的图象块, 其效果已超过 4×4 的 2 维 DCT 变换编码效果, 但可大大地减少计算量, 缩短编码与解码的时间.

表 1 实验结果

单位: dB

扫描法	峰峰对数信噪比 (PSNR)	
	8×8 块	4×4 块
光栅扫描法	23.6257	25.1670
Z 扫描法	26.3712	26.6668
连续光栅扫描法	27.6210	26.8698
Hilbert 扫描法	28.9448	27.8102
2 维 DCT 变换	29.3172	28.6357

参考文献

2 Hilbert 曲线扫描矩阵的快速生成

常规构造 Hilbert 曲线,一般采用字符串迭代算法,对构造图象 Hilbert 扫描序列不很方便、适用。下面给出一种基于矩阵运算的构造 Hilbert 曲线扫描矩阵的递推算法,以便于图象的 Hilbert 曲线扫描序列的产生。

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}_{n \times m}, \text{ 记}$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} a_{1m} & a_{1m-1} & \cdots & a_{11} \\ a_{2m} & a_{2m-1} & \cdots & a_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{nm} & a_{nm-1} & \cdots & a_{n1} \end{bmatrix}_{n \times m}, \text{ 记 } 2^n \text{ 阶 Hilbert 扫描}$$

矩阵为 H_{2^n} , 则构造 Hilbert 扫描矩阵的递推算法可描述如下:

$$(1) H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

(2)

$$H_{2^{k+1}} = \begin{cases} \begin{bmatrix} H_{2^k} & 2^{2k} E_{2^k} + H_{2^k}^T \\ (2^{2k+2} + 1) E_{2^k} - \tilde{H}_{2^k} & (3 \times 2^{2k} + 1) E_{2^k} - \tilde{H}_{2^k}^T \end{bmatrix} & k \text{ 为偶数} \\ \begin{bmatrix} H_{2^k} & (2^{2k+2} + 1) E_{2^k} - \tilde{H}_{2^k} \\ 2^{2k} E_{2^k} + H_{2^k}^T & (3 \times 2^{2k} + 1) E_{2^k} - \tilde{H}_{2^k}^T \end{bmatrix} & k \text{ 为奇数} \end{cases}$$

其中, E_{2^k} 为全 1 的 2^k 阶方阵。

3 结论

变换编码能较好地解决图象信息的压缩问题,但它的高效压缩能力以往未能在图象 1 维变换编码中充分发挥作用。本文通过步长平均距离定义了一种描述扫描产生数据波动性的度量指标,基于图象局部存在的连续性,证明了 Hilbert 分形曲线扫描优于其他传统扫描,表明其生成数据具最佳连续性,并通过实验分析了图象扫描方式对变换编码效果的影响。最后,给出了一个构造 Hilbert 扫描矩阵的快速算法,使得这种方法易于实现。这种方法有着较好的压缩潜力和效果,缩短了编码时间。

- 1 钟省. 图象压缩技术及其应用[J]. 电子学报, 1995, 23(10): 117~123.
- 2 Barnsley M F, Sloan A D. A better way to compress images[J]. BYTE Magazine, 1988, 13(1): 215~223.
- 3 Jacquin A E. Images coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations[J]. IEEE Trans. IP, 1992, 1(1): 18~20.
- 4 Humberto Rossetti Baptista. A method for incremental image generation[J]. Comput. & Graphics, 1999, 23(2): 449~454.
- 5 陈守吉, 张立明. 分形与图象压缩[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1998: 40~43.



刘向东 1967 年生, 鞍山钢铁学院副教授, 博士. 主要研究领域为混沌分形信号处理、计算机图形、图象。



朱志良 1962 年生, 东北大学教授, 硕士生导师. 主要研究方向为通信及信号处理。



王光兴 1937 年生, 东北大学教授, 博士生导师, 国务院学科评议组成员. 主要研究方向为网络与多媒体通信技术及信号处理。



朱伟勇 1938 年生, 东北大学教授, 博士生导师. 主要研究方向为混沌分形理论。