

基于一类集合算子的图象去噪方法及其快速实现

袁泽剑 郑南宁 程兵 权炜

(西安交通大学人工智能与机器人研究所, 西安 710049)

摘要 为了保留图象结构特征, 消除图象中的脉冲型噪声, 给出并讨论了一种基于单调集合算子的图象去噪方法, 该方法首先把原图象分解为一簇水平集, 然后利用特定集合算子, 对水平集进行滤波处理, 最后用处理后的水平集重建图象. 该图象去噪方法同传统的中值滤波、高斯滤波相比, 具有保形、保对比度的特点. 另外, 为了提高图象去噪方法的效率, 提出了一种基于Heap数据结构的快速算法, 此算法的效率要明显地高于逐次取阈值的方法. 实验结果表明, 单调集合滤波算子, 在去除脉冲噪声和保持图象结构与对比度方面具有独特的性能, 同时给出的快速算法也是可行的.

关键词 计算机图象处理(520·6040) 单调集合算子 保形、保对比度 Heap数据结构 图象去噪

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)02-0129-06

A Method of Image Denoising Based on Set Operator and its Fast Implementation

YUAN Ze-jian, ZHENG Nan-ning, CHENG Bing, QUAN Wei

(Institute of artificial intelligence and robots, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract In order to eliminate impulse noise and preserve the fine structure features of the image, a method of the image denoising based on monotony set operator is presented. This method, firstly, uses the threshold decomposition principle to decompose the image into a bank of level sets, and then apply a special set operator to filter the level sets, finally restructure a image with the level sets filtered. To compare with traditional medial filter and Gaussian filter, the image denoising method based on set operator has the characteristics of shape preserving and contrast invariant. In addition, Fast algorithm based on Heap data structure is presented in order to increase the efficient of the filter algorithm. According to connection, the algorithm can find maximum and minimum regions, and if the area of the regions is less than a special value, then they will be cut. So the small peaks and small vales in the image can be eliminated. Experimental results show that the efficient of the algorithm is obvious over the method used one by one threshold, and set operator has remarkable advantages in terms of eliminating impulse noise, shape preserving and contrast invariant.

Keywords Computer image processing, Monotony set operator, Shape preserving, Contrast invariant, Heap data structure, Image denoising

0 引言

在图象分析中, 图象内在的形状结构信息比纯粹的灰度信息重要得多. 因此, 在图象分析的前置处理中, 必须保证图象算子具有保对比度和不损害图象结构信息的特点. 传统的线性滤波算子对高斯噪

声具有良好的抑制效果, 但这种线性滤波算子是不保对比度的, 它在抑制噪声的同时, 不仅模糊了边缘, 而且改变了图象的形状层次和拓扑关系. 通常的非线性滤波算子, 如中值滤波同线性滤波算子相比具有保对比度特性, 但对图象的结构信息, 如T型联结有破坏作用. 针对在图象处理中如何保留图象的结构信息问题, 近年来, 对保形、保对比度的噪声

基金项目: 国家自然科学基金(60175006)

收稿日期: 2001-09-05; 改回日期: 2002-05-13

去除与图象表示得到了广泛的关注与研究^[1-4]. 文献[1],[2]定义了一种形态学区域开闭运算,其结构元为一簇包含原点的具有给定面积的连通集,区域开闭运算使得小于给定面积的极值区域变得平坦. 文献[3]把一幅数字图象分解为其内在的形状基元,并且利用形状之间的嵌套关系,把数字图象完全地、无冗余地表示成为一种形状包含树结构,这样表示的层次结构具有对比度不变性,其对图象的去噪处理可以看成是对形状包含树进行剪枝的过程.

本文分析了定义在连通集基础上的一类集合算子的性质. 针对图象中的脉冲型噪声,定义了一种集合算子,这种算子在去除脉冲型噪声方面具有保留图象主要结构信息的能力和保对比度的特点. 为了提高处理速度,采用了一种 Heap 数据结构^[5]来加快对图象的极大区域与极小区域的处理. 最后,利用本文给出的集合算子同传统的中值滤波和高斯滤波在去除脉冲型噪声方面做了对比实验. 实验结果表明了集合算子在保持图象形状信息方面具有明显的优势.

为了便于说明问题,给出如下记号:

χ^λ : 取阈值为 λ 的上水平集运算.

X^λ : 图象的上水平集,以 λ 为参数.

X_i^λ : 水平集 X^λ 上的第 i 个连通分支(最大连通子集).

$cc(x, X^\lambda)$: 在水平集 X^λ 中,包含点 x 的连通分支.

Γ : 图象的水平集簇.

F : 定义在 \mathbf{R}^2 上的一个函数集 $F = \{u \mid \chi^\lambda u \in \Gamma\}$.

1 集合算子与图象算子

图象表示为水平集的方法是数学形态学最基本的技术之一. 这种表示方法具有全局对比度不变性,并且能保证用水平集重构图象. 基于数学形态学的这种思想,讨论定义在图象上水平集簇的单调集合算子与其关联的图象算子之间的关系.

对一幅灰度值图象 $u: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$, 其上水平集定义为

$$X^\lambda = \chi^\lambda u = \{x \in \mathbf{R}^2 \mid u(x) \geq \lambda\} \quad (1)$$

而与其上水平集对应的图象重构公式为

$$u(x) = \sup\{\lambda \mid x \in X^\lambda\} \quad (2)$$

为了说明集合算子与图象算子的关系,首先给出一些定义和一个必要的引理,然后由命题1给出它们

的联系.

定义1 图象算子 $\varphi: F \rightarrow F$ 具有对比度不变性,当且仅当对任意的连续递增函数 g 有下式成立

$$\varphi(g(u)) = g(\varphi(u))$$

定义2 集合算子 $T: \Gamma \rightarrow \Gamma$ 是单调的; 对于 $X, Y \in \mathbf{R}^2$, 如果 $X \subset Y$, 则 $T(X) \subset T(Y)$.

引理1 如果 $\{X^\lambda\}_{\lambda \in \mathbf{R}}$ 为非升的水平集簇, 即 $\lambda \geq \mu \Rightarrow X^\lambda \subset X^\mu$, 则对任意的 $\lambda \in \mathbf{R}$, 有 $X^\lambda = \bigcap_{\mu < \lambda} X^\mu$ 几乎处处成立.

命题1 集合算子 $T: \Gamma \rightarrow \Gamma$ 是单调算子且满足 $T(\emptyset) = \emptyset, T(\mathbf{R}^2) = \mathbf{R}^2$, 那么定义在函数集 F 上的图象算子 $\varphi u(x) = \sup\{\lambda \mid x \in T(\chi^\lambda u)\}$; (1) 对任意的 λ , 有 $\chi^\lambda(\varphi u) = T(\chi^\lambda u)$ 几乎处处成立; (2) 对任意的非降连续的函数 g 有 $g(\varphi(u)) = \varphi(g(u))$ 成立.

证明 由引理1很容易得到命题1是正确的.

从命题1可以看出,通过定义一个集合算子可以把对图象的直接处理转化为对图象的水平集的处理,其处理结果等同于用集合算子定义的图象算子直接作用于图象,两种处理结果具有相同的水平集;并且由集合算子定义的图象算子具有对比度不变性的特点.

2 用于去除噪声的集合算子及相应的图象算子的性质

受到脉冲型噪声污染的图象,其图象表面呈现出许多峰和谷(图1),峰和谷在图象的水平集中,主要表现为形状较小的连通分支(图2). 如果在图象的水平集中剔除一些小的连通分支就有可能去除噪声,并且能很好地保持图象的主要形状结构. 基于这种思想,首先定义一种集合算子与图象算子,然后讨论其性质.



图1 二维图象曲面



图2 图象的水平集

图象的水平集 X^λ 可表示为其所有连通分支的并即 $X^\lambda = \bigcup X_i^\lambda$. 对每个连通分支 X_i^λ , 引入一个测度 $meas(X_i^\lambda)$ 用于刻画其形状大小(如区域面积、长度和宽度等), 此测度满足 $X_i^\lambda \subset X_i^\mu \Rightarrow meas(X_i^\lambda) \leq$

$meas(X_i^a)$. 定义在连通分支上的集合算子 T_a , 用下式给出

$$T_a(X_i^a) = \begin{cases} X_i^a & meas(X_i^a) \geq a \\ \emptyset & meas(X_i^a) < a \end{cases} \quad (3)$$

其中, \emptyset 表示为空集; $a \in \mathbf{R}^+$ 为给定形状的大小. T_a 作用于图象的水平集由下式给出其结果

$$T_a(X^a) = \bigcup_{meas(X_i^a) \geq a} X_i^a \quad (4)$$

根据阈值重叠原理, 与集合算子 T_a 相关联的图象算子 φ 定义为

$$\varphi u(x) = \sup\{\lambda | x \in T_a(X^\lambda)\} \quad (5)$$

图 1、图 2 给出的图象及其水平集经过算子 φ , T_a 作用后的结果如图 3 所示.

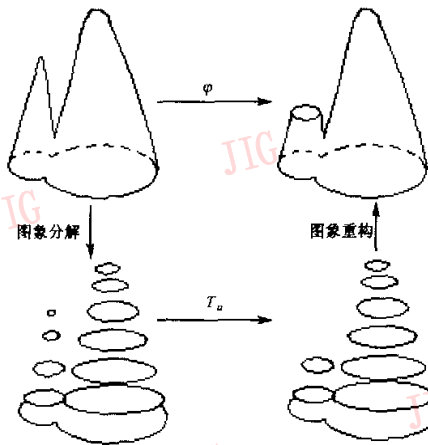


图 3 图象分解滤波与重建

式(3)、式(5)定义的集合算子与图象算子具有以下性质:

(1) 集合算子 T_a 随 a 的递增, 图象的细节减少对图象的任意水平集 X^a , 如果 $a \leq b$, 则有 $T_a(X^a) \subset T_b(X^a)$. 由 T_a 的定义可以看出, 此性质是明显的. 特别是对 $\forall a \in \mathbf{R}^+$, 有 $T_a(X^a) \subset T_0(X^a) = X^a$ 成立.

(2) T_a 具有单调性

对任意 $X^a \subset X^b$, 有 $\forall x \in X^a \Rightarrow x \in X^b$, 同时 $cc(x, X^a) \subset cc(x, X^b)$. 给定 $\forall x \in T_a(X^a)$, 由集合算子的定义有 $meas(cc(x, T_a(X^a))) \geq a$, 由性质 1 得到 $meas(cc(x, X^a)) \geq a$, 进一步有 $meas(cc(x, X^b)) \geq a$, 所以 $x \in T_a(X^b)$ 即 $T_a(X^a) \subset T_a(X^b)$. 综上所述得到 T_a 具有单调性: $X^a \subset X^b \Rightarrow T_a(X^a) \subset T_a(X^b)$.

(3) 图象算子 φ 具有对比度不变性与保形性.

集合算子 T_a 是单调算子, 由命题 1 可得到图象

算子 φ 具有对比度不变性, 算子 φ 同一般线性算子相比, 不会对图象产生新的灰度级; 图象经算子 φ 处理后, 其水平集与集合算子直接作用于原图象水平集的结果是相同的. 由集合算子 T_a 的定义和性质可以看出, 集合算子作用于图象的水平集只是去除了一些小的连通分支, 并没有改变大连通分支的形状和位置, 这样就保证了图象算子 φ 在消除图象中一部分内容时, 能无损地保留图象剩余的轮廓信息, 也就是说, 算子 φ 具有保形性.

(4) 图象算子 φ 具有幂等性, 即 $\varphi(\varphi(u)) = \varphi(u)$.

通常, 图象光滑算子在小尺度下的多次迭代滤波相当于图象在大尺度下的滤波结果^[6], 然而图象算子 φ 不具有此特点, 用图象算子 φ 对图象的一次处理就能得到最终的稳定结果.

(5) 集合算子 T_a 使得图象的全变差减少, 即图象会变得光滑.

图象的全变差定义为:

$$\|u\|_{TV} = \iint_{\Omega} |\nabla u| dx dy, \Omega \text{ 为图象的定义域,}$$

∇u 为图象梯度; 图象的全变差有一个基于水平集的几何解释, 即有如下公式

$$\iint_{\Omega} |\nabla u| dx dy = \int_0^{\infty} H^1(\partial X^\lambda) d\lambda \quad (6)$$

其中, ∂X^λ 为水平集的边界, $H^1(\partial X^\lambda)$ 为其边界的一维 Hausdorff 测度(这里指水平集 X^λ 的所有连通分支边界长度的和). 很显然, 当用集合算子去除一些小的连通分支后, 图象的全变差会降低, 即

$$\int_0^{\infty} H^1(\partial X^\lambda) d\lambda \geq \int_0^{\infty} H^1(\partial T_a(X^\lambda)) d\lambda \quad (7)$$

由性质(5)可知, 基于集合算子的图象去噪具有一般性.

上面讨论了定义在上水平集上的集合算子及相应的图象算子的一些性质, 对于定义在下水平集上的集合算子和图象算子也有类似的结果. 为了消除图象中由脉冲型噪声引起的峰和谷, 可以把对连通分支的测度定义为连通分支的面积大小(对数字图象而言, 为连通区域的像素个数), 并分别使用了定义在上、下水平集上的集合算子. 从以上性质可以看出, 这种去除图象脉冲型噪声的处理方式同一般的中值滤波和形态学滤波相比, 具有以下优点:

(1) 仅依赖于一个参数(连通分支的测度), 不存在窗口大小和模版结构模式的选取问题.

(2) 利用了图象内在的形状信息(水平集的连通分支),对图象进行处理时,能自适应图象内容.

(3) 去除细小形状的同时,能无损保留图象的剩余信息(特别是图象拓扑结构信息).

值得一提的是,尽管这种建立连通分支基础上的单调集合滤波算子使得图象表面的小的突起变得平坦,但对于图象的内在形状不具有光滑能力,因此,这种滤波算子很难去除大连通分支边界上的毛刺.

3 快速算法的实现

通常情况下,为了实现集合滤波算子 T 对图象的处理,首先把图象进行阈值分解得到图象在每个阈值下的水平集,然后用集合算子对水平集中具有小面积的连通分支做剔除处理,最后用重构公式恢复图象,其整个处理过程如图 4.

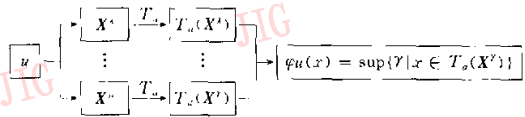


图 4 图象分解滤波与重构

如果图象具有 N 灰度级,按通常的方法就需要对 N 幅二值图象做连通分支的剔除处理.对一幅灰度图象做噪声剔除对计算机内存消耗很大,同时也需要较长的处理时间.为了减少计算机的计算时间,提高算法的效率,引入一种基于 Heap 数据结构的快速方法.

用图象算子 φ 去除图象中的脉冲型噪声,实际上就是使得图象中峰和谷变得平坦.因此,不必对图象的所有水平集做连通分支的剔除处理,而直接从图象中的局部极大值点,以区域生长的形式就可以完成图象噪声去除处理.

去除图象峰的过程中,首先对图象进行扫描,找到局部极大值点(局部极大值点的值大于或等于其邻域像素的值,但在其邻域中至少有一个像素的值与其不相等),把极值像素点放入到用于区域生长的存储区 R 中,并把放入的像素灰度值记为当前区域(存储区 R 中像素的集合)的灰度值,同时将其邻域像素放入到具有 Heap 数据结构的队列 Q 中,然后在 Q 中取灰度值最大的像素放入到 R ,并更新当前区域的灰度值,同时取其像素点的邻域放入 Q 中.如此进行,直到 R 中的像素个数大于或等于指定的像素个数为止,最后用当前的灰度值更新 R 中的所有像素值.

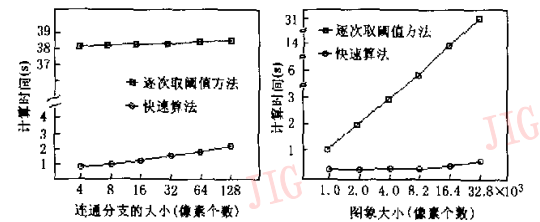
上述过程中会遇到图象鞍点问题,在此情况下,如果遇到在 Q 中取出的像素值大于当前区域的灰度值,此过程终止并用当前的灰度值更新 R 中的像素值.

算法步骤如下:

- (1) 选取 4 邻域,区域大小 s ,清 R, Q .
- (2) 扫描图象并找到局部极大值点,把极值像素点放入 R 中,并令当前区域灰度值等于极值点的灰度值,同时把极值像素点的 4 邻域像素放入到 Q 中.
- (3) 提取 Q 中最大值像素 MaxPixel,如果其灰度值小于或等于当前区域像素值,则令当前区域像素值等于 MaxPixel 的灰度值.否则,转到第 5 步.
- (4) 检测 R 中像素个数,如果小于 s ,则把 Q 中的 MaxPixel 放入到 R 中,同时把 MaxPixel 的 4 邻域像素放入到 Q 中,然后转到第 3 步.
- (5) 令 R 中像素的灰度值等于当前区域的灰度值,同时清 R, Q .
- (6) 图象扫描结束,则算法过程终止;否则转到第 2 步.

在此过程中,使用 Heap 的数据结构来存储生长区域的邻域像素,Heap 数据结构是一个完全的二叉树,它具有每一个父节点的值要大于或等于其子节点值的特性.在 Q 中进行添加和提取像素的过程始终保持这种特性,因此,无须对 Q 中的像素做全序排列,就可以做到:在 Q 的顶部提取一个像素时,能保证其像素值大于或等于 Q 中的其他像素的灰度值.实际上,假设 Q 中像素个数为 n ,在 Q 中加入一个像素,然后提取一个具有最大灰度值的像素,其运算量为 $O(\log(n))$ [5].

上面介绍了消除图象中的峰值区域的快速实现方法.在消除图象的极小区域时,其实现方法与此类似.在 P III 450 计算机上,分别用逐次取阈值的方法与基于 Heap 数据结构的快速方法进行了实验,两种算法的时间花费如图 5 所示.



(a) 取不同的连通分支大小, (b) 取不同大小的图象,两种算法两种算法的时间花费比较(图象的时间花费比较(图象的灰度级大小为 241×172 ,灰度级为 256) 为 256,连通分支的大小取 10)

图 5 逐次取阈值的方法与快速方法的时间花费

4 实验结果与分析

利用受脉冲型噪声污染的图象,对 中值滤波、高斯滤波与基于集合的滤波算子进行了比较实验,其实验结果如图 6、图 7 所示。

从实验结果可以看出,由于基于集合滤波算子利用了图象内在的形状信息(区域连通性),因此具

有很好的保形特性;随指标 s 的增加,图象的细节虽减少,但未破坏图象一些大的结构信息(图 6(c)、(d)).相比之下,中值滤波却破坏了图象的结构(T 型结构)(图 6(e));高斯滤波则使图象变模糊(图 6(f)).

由于基于集合的滤波算子没有形状光滑能力,难以去除大形状边界上的毛刺(图 7(d)).但同中值滤波处理结果(图 7(c))相比,具有更加细腻形状信息。

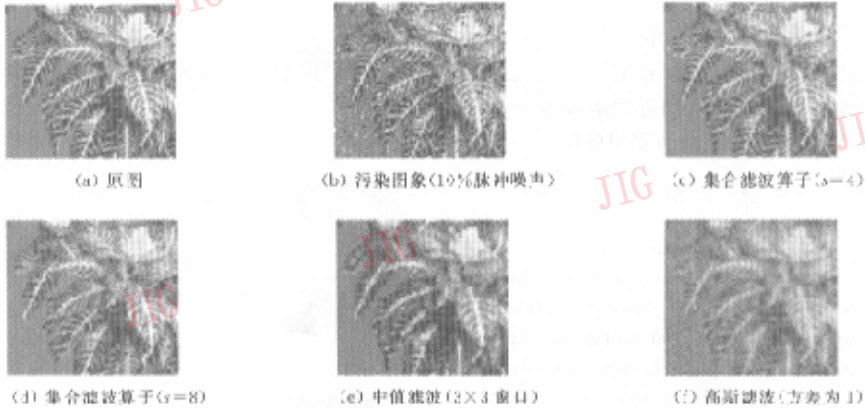


图 6 一幅受污染树木图象各种方法处理结果

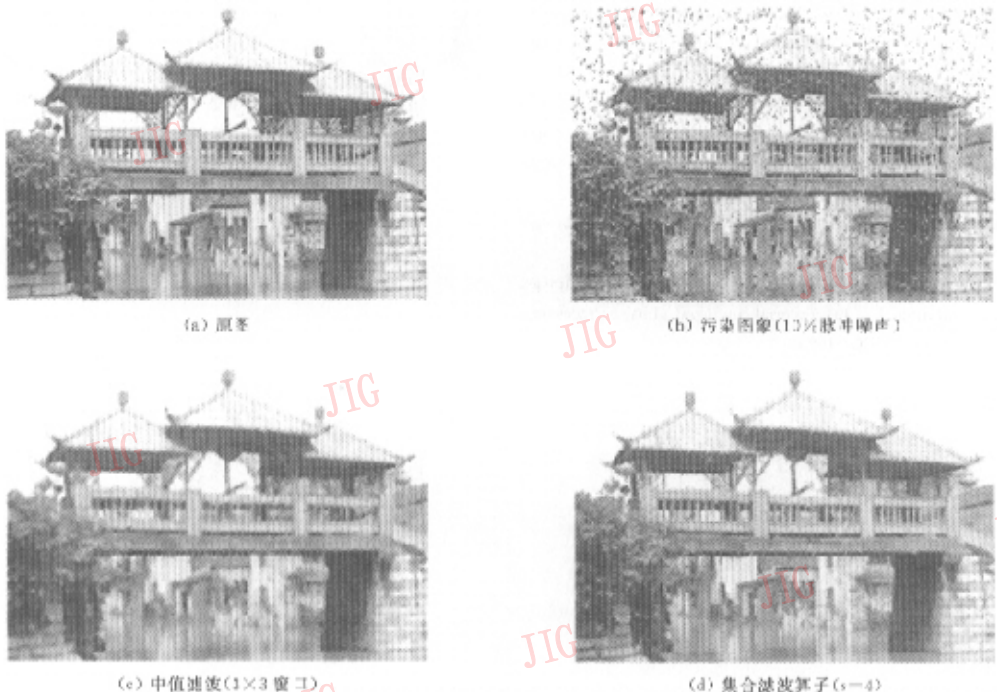


图 7 一幅受污染带屋顶桥图象各种方法处理结果

5 结束语

集合滤波算子利用的是图象内在的形状信息,即水平集的区域连通性,其在图象处理方面具有保形、保对比度的特点.从实验可以看出,集合滤波算子同传统的灰度中值滤波器及线性的高斯滤波器相比,在去除脉冲噪声与保持图象结构信息方面具有独特的优势.由于其缺乏形状光滑能力,难以去除大形状边界上的毛刺.但从图象分析的角度来看,此方法可用于一些形状分析的前置处理.在实现此方法的效率方面,本文提出的快速算法同逐次取阈值的方法相比,具有明显的优势,有一定的实用价值.

参考文献

- 1 Vincent L. Morphological area openings and closings for gray-scale images [A]. In: Proc. of the workshop "Shape in Picture" [C]. Netherlands Driebergen, Springer-Berlin, 1992:197~208.
- 2 Vincent L. Grayscale area openings and closings, their efficient implementation and applications [A]. In: Serra J and Solembrier Ph, editors, Proceedings of the 1st Workshop on Mathematical Morphology and its Applications to Signal Processing [C], Barcelona, Spain, 1993:22~27.
- 3 Monasse P, Guichard F. Fast computation of a contrast-invariant image representation [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(5):860~872.
- 4 Salembrier P, Garrido L. Binary partition tree as an efficient representation for image processing, segmentation, and information retrieval [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(4):561~576.
- 5 Coeneni, Thomas S. Introduction to algorithms [M]. Cambridge Mass, The MIT Press, 1990.
- 6 Guichard F, Morel J M. Partial differential equations and image iterative filtering [A]. In: Tutorial Int. Conf. Image Processing [C], Washington, DC, 1995.



袁泽剑 1971年生,现为西安交通大学人工智能与机器人研究所博士研究生,主要研究方向为图象处理与模式识别.



郑南宁 1952年生,教授,中国工程院院士,主要研究方向为模式识别、计算机视觉,并行与分布式计算、神经网络动力学及基于视觉信息的智能检测与识别系统.



程兵 1971年生,现为西安交通大学人工智能与机器人研究所博士生,研究领域为计算机视觉、计算机图形学、机器学习.



权炜 1975年生,现为西安交通大学人工智能与机器人研究所博士生,主要研究领域为计算机视觉、字符识别、运动检测.