第8卷(A版) 第1期
2003年1月

中国图象图形学报
Journal of Image and Graphics

Vol. 8(A), No. 1
Jan. 2003

一种重构直线运动轨迹的新方法

胡茂林[1),2)] 李世航[2)] 阮宗才[1)] 韦 穗[1)]
[1)](安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室，合肥 230039) [2)](安徽大学数学系，合肥 230039)

摘 要 由于拍摄图象的摄像机可以是一个移动的摄像机，或是由空间中多个不同位置的摄像机组成的集合，因此开展由多幅图象上的测量值来重构物体在三维空间中运动轨迹的方法研究是一个热点问题. Shashua 等首先提出了一种"轨迹三角形法". 该方法是在关于运动轨迹的某些约束条件下，借助于 Grassmann-Carley 代数和 Plücker 坐标，再利用点与直线的相关性来求出 3D 空间中的直线(运动轨迹)，但该方法较复杂. 为了快速简便地实现直线运动轨迹的重构，提出了一种基于"测量矩阵"秩的2约束的新方法. 这种方法简单、直接，可在一般的射影坐标系下实现. 虽然该方法是针对直线运动轨迹提出的，但它可以方便地推广到高次多项式曲线运动轨迹的重构.

关键词 轨迹三角形法 测量矩阵 三维重构

中图法分类号：TP391.41 **文献标识码**：A **文章编号**：1006-8961(2003)01-0058-05

A New Method of Reconstructing Moving Track which Along Line

HU Mao-lin[1),2)], LI Shi-hang[2)], RAN Zhong-cai[1)], WEI Sui[1)]
[1)](*Educational Department Key Lab. of IC&SP, Anhui University, Hefei* 230039)
[2)](*Department of Mathematics, Anhui University, Hefei* 230039)

Abstract This paper investigates a new method of reconstructing moving track from the measured value over several views when the object moves along line in 3D space. Here the camera can be one moving camera, or a set of camera being located at different position. This problem was put forward by A. Shashua first and was defined as "trajectory triangulation". Under some restriction of the track of moving, they determined the line in 3D (moving track) from the relativity of point and line and by the aids of Grassmann-Carley algebra and Plücker coordinate. This paper brings forward a new method based on the rank restriction of the "measured matrix", that is to say if the points are on a line, the matrix formed by the coordinates of these points must have rank 3. In order to simplify the computation, the camera matrices have been transformed so that the last column of every projective matrices has only one no zero value. The algorism of the method is evaluated on both synthetic and real world images. Comparing with the method in[1], our method is simply and directly, and it can be realized in a general projective coordinate system. Moreover, it can be generalized to any situation as long as the shape of trajectory of moving object is polynomial, although only moving along line is investigated in this paper.

Keywords Trajectory triangulation of lines, Measurement matrix, 3D reconstruct

0 引 言

在多视图3D重构和基于图象的绘制研究领域中，由多幅图象上的测量值来计算空间中运动物体轨迹的3D重构问题是当前的研究热点问题之一. 它大大超出了传统意义上静止物体重构的研究范围[1~7]. 本质上，静止物体的重构方法就是在多幅视图中，求对应点(空间同一点在多幅图象中的影像)反向投影射线在空间中的交点的方法，即通常人们所说的"三角形法"[3]；但对于摄像机和景物物体都运动的情形(下文中将称之为动态重构)，则对应点的反向投影射线在空间中不再相交于一点(见图1)，传统的"三角形法"也不再适用. Shashua 等首先

基金项目：国家自然科学基金项目(60143003)
收稿日期：2001-07-12；**改回日期**：2002-06-11

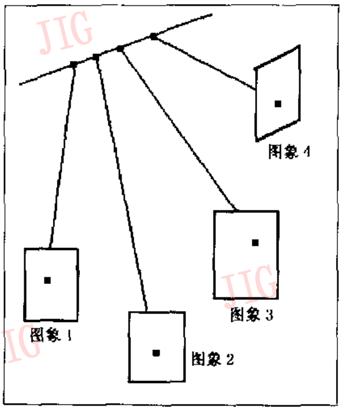


图 1　不同于传统的 3D 重构，从图象上反射的光线不再相交于一点

提出解决这个问题的一种途径——"轨迹三角形法"[1].

这里所指的动态重构，一般包含分割、计算摄像机矩阵以及约束条件下的运动轨迹重构 3 个步骤.

第 1 步，由于在 3D 场景的图象序列中，同时包含有静止(点)和运动(点)的影像，故需首先通过"分割"把图象上运动点与静止点的影像区分开；

第 2 步，利用静止点的影像来计算摄像机的射影矩阵. 这种摄像机的射影矩阵计算，本质上是一个参数估计问题，在文献[3,4]中均有讨论，并有成功的应用. 顺便指出，文献[7]提出了一种将静止点和运动点的影像相结合，用来计算射影矩阵的新方法，这样可以省略第 1 步；

第 3 步要考虑的问题是重构物体在 3D 空间中的运动轨迹. 在一般情况下，如果仅仅知道摄像机射影矩阵，那么这个问题是没有解的，除非给出进一步的约束，而针对具体的实际问题，比如描述天体运动、导弹(或炮弹)的运动轨迹等，则可以借用它们的物理或几何约束来求解. 但为了一般性的研究，则可仅从几何意义上来讨论这个问题，如当运动点的轨迹为一些简单曲线(比如直线、平面二次曲线)时，则从运动点的图象来恢复运动轨迹是可行的. 本文将主要研究运动轨迹是直线时的 3D 重构问题，因为直线运动是最基本的运动，日常生活的大部分运动均可以看作是直线运动，比如人的行走、汽车运动、飞机起跑和飞行过程等，而且对于一般运动的轨迹，在一小段时间内，也可以局部地看作是直线运动，故对其研究有一定普遍意义. 当然，在今后的研究中，应进一步考虑运动轨迹是二次、三次(或更高次)的情形.

在文献[1]和[2]中，给出了直线运动轨迹的 3D 重构方法，该方法利用文献[8]中的方法，借助于 Grassmann-Carley 代数，把关于点的 3×4 摄像机射影矩阵转换成关于直线的 3×6 摄像机射影矩阵，然后利用点与直线的相关性来求出在 Plücker 坐标表示下的 3D 空间中的直线(运动轨迹)，但由于该方法采用了某些目前还不被大家熟悉的数学——Grassmann-Carley 代数，应用有一定局限，故本文将采用另一种途径来处理这个问题，它可在一般的射影坐标系下实现，而在具体实现上，则采用了分层重构的思想，并主要分为两个步骤来进行. 因为如果运动点在直线上，那么它们的"测量矩阵"秩必须为 2，所以第 1 步是寻找含有运动点的直线所在平面(束)的方程；第 2 步，利用已知的平面(束)求直线的 Plücker 坐标. 由于"测量矩阵" 的秩约束已被许多研究者用来推导多视图上对应点的线性关系(例如 2 幅视图中的基础矩阵，3 幅、4 幅视图中的三焦点张量、四焦点张量[3,9]等)，因此本文中把它用于直线运动轨迹的动态重构，是赋予它的一个新的应用. 同文献[1]、[2]中的工作相比，本文的方法更直接，而且更重要的是，这种方法为研究高次曲线以及系统地研究这类问题打下了基础.

1　直线运动轨迹的恢复——轨迹的三角形法

在射影空间中，由于一条直线有 4 个自由度，并可用 Plücker 坐标表示[3]，因此在一般情况下，求解空间一条直线最少需要 4 幅视图. 在文献[1]、[2]中，Shashua 等指出，在 4 幅视图下，可能有两个解，5 幅视图有唯一的解(关于直线所在的平面需要 3 个，确定平面上的直线需要两个). 由此可见，可以把要研究的问题描述如下：当 3×4 的摄像机射影矩阵 $\boldsymbol{M}_i$ 和沿直线运动的空间物体，在 $k(k\geq 5)$ 幅视图中的影像点 $\boldsymbol{p}_i, i=1,\cdots,k$ 都已知时，即可求物体在 3D 空间中直线运动轨迹 $\boldsymbol{L}$. 更具体的数学描述如下：在 3D 空间中，若运动点和摄像机射影矩阵分别为 $\boldsymbol{P}_i=[x_i, y_i, z_i]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{M}_i=[\boldsymbol{H}_i, \boldsymbol{t}_i]$，则图象上的测量值为 $\boldsymbol{p}_i \cong \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{P}_i$，其中，$\cong$ 表示等式两边可以相差一个常数，其目的就是在假定摄像机射影矩阵 $\boldsymbol{M}_i$ 和图象上的测量值 $\boldsymbol{p}_i$ 已知的条件下，就可求 $\boldsymbol{P}_i$ 所在空间的直线轨迹 $\boldsymbol{L}$.

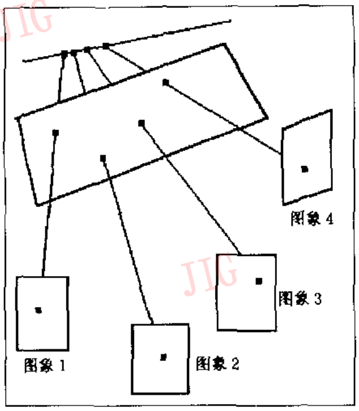


图2 若平面 S 不过直线 L，则从图象上的反射光线与平面的交点不在一条直线上

这个问题可以化为求解3个参数 n_x,n_y,n_z(表示直线所在平面的法线 $\boldsymbol{n}$ 的3个参数)次数为4的非线性方程组的证明如下：设直线轨迹 $\boldsymbol{L}$ 所在的平面为 $\boldsymbol{S}$，定义 $\boldsymbol{A}_i$ 为从图象 $\boldsymbol{I}_i$ 通过平面 $\boldsymbol{S}$ 到某一个参考像平面 $\boldsymbol{I}_r$ 的单应(homography 指射影空间中的一种可逆变换)，因为平面 $\boldsymbol{S}$ 过直线 $\boldsymbol{L}$，所以在这个参考像平面上，$\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{p}_i(i=1,\cdots,k)$ 必须在同一条直线上. 不失一般性，可以假定这个像平面为 $\boldsymbol{I}_r=\boldsymbol{I}_1$，且摄像机射影矩阵为 $\boldsymbol{M}_1=[\mathbf{I},\mathbf{0}]$. 不妨假定平面 $\boldsymbol{S}$ 不过世界坐标系的原点，则可以将平面 $\boldsymbol{S}$ 的方程表示为 $\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-1=0$，其中，$\boldsymbol{n}=(n_x,n_y,n_z)^{\mathrm{T}}$ 表示平面 $\boldsymbol{S}$ 的法向量，$\boldsymbol{P}$ 表示3D空间中，在平面 $\boldsymbol{S}$ 上的一个点，则存在下面的关系

$$\boldsymbol{A}_i=(\boldsymbol{H}_i+\boldsymbol{t}_i\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}})^{-1}$$

记 $\hat{\boldsymbol{p}}_i\cong(x_i,y_i,w_i)^{\mathrm{T}}\cong\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{p}_i,i=1,\cdots,k$，若平面 $\boldsymbol{S}$ 是直线所在的平面，则 $\hat{\boldsymbol{p}}_i$ 在一条直线上(见图1)，从而下面的测量矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的秩不大于2：

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & w_1 \\ x_2 & y_2 & w_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_k & y_k & w_k \end{bmatrix} \tag{1}$$

由于 $\boldsymbol{C}$ 的秩最高为2，所以其所有 3×3 子式必须为0. 由此展开，可得一组非线性方程，整理后，可得单参数平面簇(过运动点所在的直线)所满足的方程，然后任取两个不同平面，通过下面表达式，即可求出直线的 Plücker 坐标[3]

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

若矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 的每一个元素关于参数 $\boldsymbol{n}=(n_x,n_y,n_z)^{\mathrm{T}}$ 的次数为2(由于 $\boldsymbol{A}_i$ 的定义可以相差一个常数，因此这里只要求 $\boldsymbol{H}_i+\boldsymbol{t}_i\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}$ 的伴随矩阵)，则式(1)的所有 3×3 子式的展开式的最高次数为6，但由于测量矩阵第1行与所求参数无关，所以在 3×3 行列式中，可以始终选取第1行，这样就得到关于参数 n_x，n_y，n_z 的次数为4的方程组，求解这个方程组，即可得关于 n_x,n_y,n_z 的单参数解. 具体算法总结如下：

算法1

(1) 在 $\boldsymbol{n}=(n_x,n_y,n_z)^{\mathrm{T}}$ 的定义下，求解 $\boldsymbol{A}_i=(\boldsymbol{H}_i+\boldsymbol{t}_i\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}})^{-1}$，并计算 $\hat{\boldsymbol{p}}_i\cong\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{p}_i,i=1,\cdots,k$.

(2) 在测量矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的第2行到第 k 行中，任取两行并同第1行组成 3×3 的行列式，展开即得到一个方程组，再求解这个方程组.

(3) 利用式(2)求直线的 Plücker 坐标.

算法1是要求解一个三元高次方程组，虽然可以用单纯行法来处理它，但求解它仍是一个非常困难的问题，为此，本文采用对图象进行平面射影变换，使得摄像机射影矩阵的最后一列只有一个非零元素的方法. 具体推导如下：设摄像机成像方程为

$$\boldsymbol{p}_i\cong\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{P},i=2,3,\cdots$$

两边同乘以一个 3×3 非奇异矩阵 $\boldsymbol{B}_i$，得

$$\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{p}_i\cong\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{P}$$

其中，$\boldsymbol{B}_i$ 的第1行为 $\boldsymbol{M}_i$ 的第4列的转置(若 $\boldsymbol{M}_i$ 的第4列为零向量，则跳过这一步)，由于 $\boldsymbol{B}_i$ 第2行与第3行的转置分别为与 $\boldsymbol{M}_i$ 第4列正交的两个列向量，因此可得到 $\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_i$ 的第4列为 $(c,0,0)^{\mathrm{T}}$，其中，c 是一个非零元素. 在这种情况下，由于 $\boldsymbol{A}_i$ 只与 n_x 的数值有关，因此只要求解一个一元高次方程组即可. 由此即得到下面的算法：

算法2

(1) 对摄像机射影矩阵 $\boldsymbol{M}_i$ 进行平面射影变换，使得摄像机射影矩阵的最后一列的第1个元素非零，其他元素为零.

(2) 在 $\boldsymbol{n}=(n_x,n_y,n_z)^{\mathrm{T}}$ 的定义下，求解 $\boldsymbol{A}_i=(\boldsymbol{H}_i+\boldsymbol{t}_i\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}})^{-1}$，并计算 $\hat{\boldsymbol{p}}\cong\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{p}_i,i=1,\cdots,k$.

(3) 在测量矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的第2行到第 k 行中，任取两行同第1行组成 3×3 的行列式，展开得一方程组，求解这个方程组，即得到 n_x 的值.

(4) 类似地求解 n_y,n_z 的值

(5) 利用式(2)求直线的 Plücker 坐标.

在数据有噪声的情形下，直接求解方程组是不准确的. 在噪声是各向同性的高斯分布的假设下，将对每一个所要求解方程取平方和，然后求最小值.

2　实　验

为了验证本文算法理论的正确性，用模拟与真实场景分别进行了实验.

(1) 模拟场景实验　实验是仅用本文算法对经过平面射影变换的摄像机进行验证，即假设摄像机的射影矩阵(除第 1 个外)的最后一列为$(0,0,1)^{T}$，而前面的 3×3 子矩阵则由计算机随机产生，那么空间中物体运动轨迹的直线是$\begin{cases}x=0\\z=c\end{cases}$($c$ 为常数). 实验时，首先在直线上依次选取个点，并将它们经过摄像机投影到像平面，然后再依算法 2 进行计算，即分别对 c 取 25、50、…，1 000(即每隔 25 取一个值)进行计算，计算结果见图 3 中的点，其中，横坐标表示实际值，纵坐标表示计算值. 图 3 中的直线是 $y=x$. 由图 3 可看出，计算的结果误差非常小. 另外，实验还表明，当 c 比较大时($c\geq 100$)，结果较好，当 $c\leq 10$ 时，结果较差一些，这主要是由于平面与摄像机的距离比较近，机器误差对算法影响比较大所致. 另外，还模拟了噪声对算法的影响，实验表明，若直线离摄像机越近，或所取的 k 个点越集中，则对噪声越敏感；反之，则受噪声的影响比较小.

(2)真实运动汽车场景的重构实验，在图 4 中，前 3 幅(选自 9 幅实拍图象中的第 1、5、9 幅)为移动摄像机所拍摄的运动汽车场景图象. 该场景图象中的边长为 6cm 的立方体是用来标定摄像机的. 实验时，首先对第 1 幅照片上的汽车用人工选择一点，并在其他图象上追踪这一点；然后利用本文的算法 2 来恢复 3D 空间中的直线；最后把这条直线投射到第 1 幅图象上去.

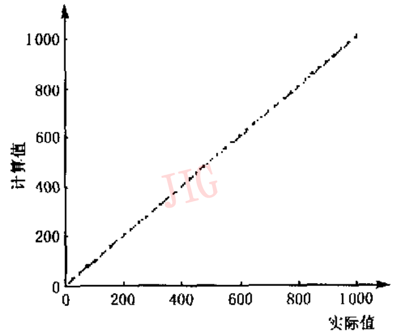
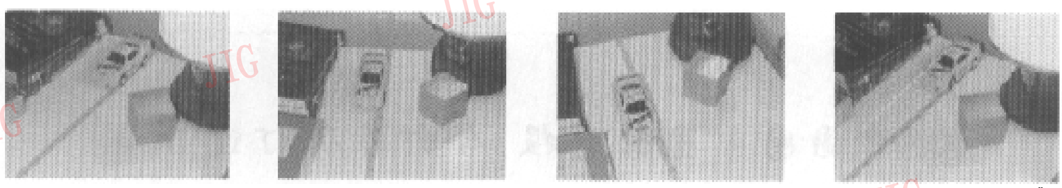


图 3　模拟结果

由于在文献[1]，[2]中，没有提供原始的数据，另外，受实验条件所限，所以就没有比较新旧算法的优劣性，但本文的算法遮理论上是比较好的，因为它能推广到运动轨迹是高维的情形(二次曲线，三次曲线)，从而为系统地研究运动物体轨迹恢复打下了基础.



(a) 运动汽车场景 1　(b) 运动汽车场景 5　(c) 运动汽车场景 9　(d) 重构结果

图 4　实拍的运动汽车图象及重构图象

3　总结及展望

本文介绍了一种新的 3D 空间直线运动轨迹的动态重构方法——利用秩 2 约束，把场景中物体的直线运动轨迹描述展开成一组非线性方程组，并通过平面射影变换，把三元四次方程变换成 3 个一元四次方程，同时从理论和实际算法两个方面实现了 3D 空间的直线运动轨迹的重构. 继“测量矩阵”的秩约束在 2 幅视图中的基础矩阵以及在 3 幅、4 幅视图中的三焦点张量、四焦点张量中应用后，给出了秩约束的一个新的应用. 目前研究表明，这个方法不仅可以用来处理运动轨迹为二次曲线、高次曲线的情况，并且有希望在一定条件下，将其推广到运动轨迹是空间曲线的情形.

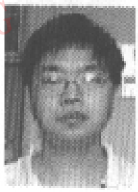
参 考 文 献

1　Avidan S, Shashua A. Trajectory triangulation of lines: Reconstruction of a 3d point moving along a line from a monocular image sequence[A]. In: Proceedings of the IEEE conference on Computer Vision and Pattern Recongnition [C], Ft. Collins, Colorado, USA, June 1999.

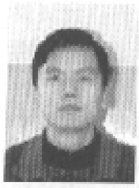
2　Avidan S, Shashua A. Trajectory triangulation: 3D

reconstruction of moving points from a monocular image sequence[J]. Proceedings of IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000,22(4):348~357.
3 Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. Cambridge University Press, UK 2000.
4 Meer P, Lcedan Y. Estimation with bilinear constraints in computer vision [A]. In: Proceedings of the International Conference on Computer Vision[C], Bombay, India, January 1998:733~738.
5 Toor P H S, Zisserman A, Murrray D. Motion clustering using the trilinear constraint over three views[A]. In: Proceedings of Workshop on Geometrical Modeling and Invariants for Computer Vision [C]. Xi'an, China, 1995.
6 Segal D, Shashua A. 3D reconstruction from tangent-of-sight measurements of a moving object seen from a moving camera [A]. In: Proceedings of the 6th European conference on Computer Vision[C], Dublin, Ireland, 2000:621~631.
7 Shashua A, Avidan A, Werman M. Trajedctory triangulation over conic sections [A]. In: Proceedings of the International conference on Computer Vision [C], Corfu, Greece, September 1999: 330~336.
8 Faugeras O D, Mourrain B. On the geometry and algebra of the point and line correspondences between N images [A]. In proceedings of the International Conference on Computer Vision [C], Cambridge, MA, USA, June 1995:951~956.
9 Delamarre Q, Faugeras O. 3D articulated modles and multi-view tracking with silhouettes [A]. In: Proceedings of the International conference on Computer Vision [C], Corfu, Greece, September 1999:716~721.

胡茂林 1965 年生,1991 年获中国科学技术大学数学系博士学位,现为安徽大学副教授.主要研究方向为计算机视觉、图象处理、偏微分方程.



李世航 1970 年生,1990 年获安徽大学物理系学士学位,现为安徽大学讲师.主要研究方向为计算机视觉、图象处理.



阮宗才 1970 年生,现为安徽大学电子学院博士生.主要研究方向是计算机视觉、虚拟现实技术等.

韦　穗 1946 年生,教授,博士生导师,1969 年毕业于南京工学院电子工程系,长期从事计算机视觉、图象处理方面的研究.多次主持过国家 75、85 攻关."863"计划和国家自然科学基金项目,曾获中国科学院科技进步二等奖.

《中国图象图形学报》合订本征订通告

本刊目前装订了一批 1996~2001 年的期刊合订本,因数量有限,欲购者请尽快到本刊编辑部订购.各卷合订本的价目表如下:

1996 年第 1 卷,定价:70 元
1997 年第 2 卷,定价:140 元
1998 年第 3 卷(上、下二册),每册定价:80 元
1999 年第 4 卷(上、下二册),每册定价:90 元
2000 年第 5 卷(上、下二册),每册定价:90 元
2001 年第 6 卷(上、下二册),每册定价:160 元

《中国图象图形学报》编辑部地址:中关村东路 95 号中国科学院自动化研究所
本刊通信地址:北京 2728 信箱　邮编:100080