

## 图象压缩双正交小波滤波器的优化设计

罗强<sup>1)</sup> 任庆利<sup>2)</sup> 罗莉<sup>3)</sup> 杨万海<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(西安电子科技大学电子工程学院, 西安 710071) <sup>2)</sup>(西安交通大学电气工程学院, 西安 710049)  
<sup>3)</sup>(国防科技大学计算机学院, 长沙 410043)

**摘要** 为了提高图象压缩效果,提出了一种比较新颖的基于图象压缩系统的构造最优双正交小波滤波器的设计方法,即在图象编码中,从选择小波基的原则出发,并以最常用的 Antonini's 9/7 小波基为参考,选择 SPIHT 为压缩方法,以压缩效果为准则来构造最优的双正交小波基,并且采用 Lena 为标准训练图象;然后以压缩比为参数,通过得到最大的峰值信噪比来寻找最优的双正交小波基,从而将复杂的多输入,两输出问题简化为多输入单输出的最优化问题;最后用遗传算法解决这种最优化的问题,得到了最优的双正交小波基.训练和检验的结果表明,这种最优的双正交小波基比 Antonini's 9/7 小波基压缩效果有所提高.

**关键词** 通信图象处理(510·4050) 图象压缩 双正交小波滤波器 消失矩 完全重构 遗传算法  
**中图分类号**: TN919.8 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2003)03-0356-05

### Optimization Design of Biorthogonal Wavelet Filter Banks for Image Compression

LUO Qiang<sup>1)</sup>, REN Qing-li<sup>2)</sup>, LUO Li<sup>3)</sup>, YANG Wan-hai<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(School of the Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071)

<sup>2)</sup>(School of the Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

<sup>3)</sup>(School of Computer, National University Of Defence Technology, Changsha 410043)

**Abstract** In this paper, a new approach for optimization design of biorthogonal wavelet filter in image compression is presented. In the process of image encoding, we start with the principle of choosing wavelet bases, make the widely used Antonini's 9/7 wavelet basis the baseline solution, exploit the image compression method of the set partitioning in hierarchical tree (SPIHT), find the optimization filter coefficients of a biorthogonal filter bank that gives the image compression the best performance. We use Lena as the standard train image, make the compression rate as parameter, apply the genetic method and find the optimization of biorthogonal wavelet filter banks that maximizes the PSNR. It is an optimization problem. In train and test, the results are that the image compression performance is better to use the new optimization biorthogonal filter banks than the Antonini's 9/7 biorthogonal filter banks.

**Keywords** Biorthogonal wavelet filter, Vanishing moment, Perfect reconstruction, Genetic algorithm

## 0 引言

自从 Meyer 1986 年构造出第 1 个非 Haar 系的双正交小波基<sup>[1]</sup>以来,在随后 10 年里,人们一直致力于构造各种各样的小波基,如 Lemric 和 Battll 等相继构造了具有指数衰减的小波基;Daubechies 构造了具有紧支撑的正交小波基<sup>[2]</sup>;Cohen 提出了双

正交小波基的构造思想<sup>[3]</sup>;Sweldens 提出了基于提升方案的构造小波基的新方法,同时人们利用小波变换的理论与方法对图象压缩编码也进行了广泛而深入的研究,并提出了许多新的算法,如零树嵌入法<sup>[4]</sup>、SPIHT 算法<sup>[5]</sup>和 SLCCA 算法等,从而逐渐成为图象压缩领域的一个重要组成部分.

小波变换图象编码属于一种变换编码技术,尽管它本身并不产生数据压缩,但却为数据压缩提供

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(69933030);国防科技重点实验室基金试点项目(00JS94.5.1.KG0104)

收稿日期:2002-03-28;改回日期:2002-08-23

了良好的可利用的性质. 由于小波变换能将一个信号分解成对空间和尺度(即时间和频率)的贡献, 同时不损失原信号包含的信息, 因此小波变换是具有放大、缩小和平移功能的“数学显微镜”, 其对非平稳、突发的奇异信号, 具有较强的分析能力; 另一方面, 小波变换展开的系数能量较为集中, 且它的多分辨率特点与人眼视觉特性也非常相似, 这正是图象压缩所需要的<sup>[6]</sup>, 但在应用小波分析理论解决图象压缩时, 面对种类如此繁多的小波基, 到底如何选择小波基是必须考虑的.

## 1 双正交小波基在图象压缩中的特点

根据最常见的双通道滤波器原理(见图1), 信号  $x(n)$  经过两通道分析滤波器  $h_0(n)$  和  $h_1(n)$  滤波后产生两路信号, 再隔 2 抽样成分析信号; 而重构是将抽样后的分析信号隔 2 加零, 再经两路通道综合滤波器  $g_0(n)$  和  $g_1(n)$  滤波叠加起来恢复信号  $x'(n)$ . 其用  $z$  变换表示, 可以写成

$$X'(z) = \frac{1}{2} \{ [H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)]X(z) + [H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)]X(-z) \} \quad (1)$$

从式(1)可见, 由于重构信号  $X'(z)$  是原信号  $X(z)$  和混叠信号  $X(-z)$  的函数, 因此其又可以表示为

$$X'(z) = F_0(z)X(z) + F_1(z)X(-z) \quad (2)$$

另外, 小波滤波器组要满足完全重构的充要条件为  $F_0(z)$  是单位纯延迟系统, 而  $F_1(z)$  必须为零. 这样就可以使小波滤波器重构信号消除混叠失真、幅度失真和相位失真, 而完全与原信号相等.

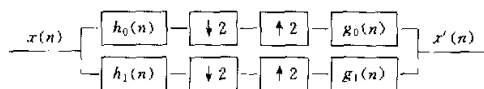


图1 信号的小波分析-综合滤波流程框图

如果小波滤波器只具有完全重构特点, 这对图象压缩是不够的, 还必须具备线性相位特性, 因为, 线性相位是图象压缩所要求的小波基应具备的最基本条件之一. 完全重构可以避免图象重构的失真, 而线性相位则可以避免图象边缘在视觉中产生错位. 由于有限长度的正交共轭小波滤波器不能同时兼备完全重构和线性相位两个特性, 因此, 无论用何种压缩方法, 即使在图象压缩中使用了有限长度的正交共轭小波滤波器, 它都不会产生最佳的压缩效果, 因它不是最适合的图象压缩的小波基<sup>[7,8]</sup>.

为了获得实系数的具有线性相位和完全重构的有限长度滤波器, 必须构造双正交小波基. 为了消除混叠现象, 在选择的综合滤波器与分析滤波器之间应有如下的关系:

$$\begin{cases} g_0(n) = (-1)^n h_1(-n) \\ g_1(n) = (-1)^n h_0(-n) \end{cases} \quad (3)$$

由于实系数完全重构的双正交小波滤波器组(滤波器的结构都是关于零点对称)存在如下正交关系:

$$\langle g_i(n-2k), h_j(n-2l) \rangle = \delta_{i,j} \delta_{k,l} \quad (4)$$

因此, 具有线性相位和完全重构的双正交小波滤波器组  $H_0(z)$  和  $H_1(z)$  只能是以下 3 种结构之一:

- (1) 两个滤波器  $H_0(z)$  和  $H_1(z)$  都具有对称结构, 且长度均为奇数, 两个滤波器长度之和为 4 的倍数.
- (2) 两个滤波器  $H_0(z)$  和  $H_1(z)$  都为偶长度, 一个滤波器对称, 而另一个滤波器则反对称的, 两个滤波器长度之和为 4 的倍数.
- (3) 一个滤波器为偶长度, 而另一个滤波器为奇长度, 这种滤波器结构没有实际使用价值.

构造小波滤波器的一个典型特征是小波的消失矩. 若存在一个正整数  $K$ , 使得

$$\int_{\mathbb{R}} x^i f(x) dx = 0, i = 0, 1, \dots, K-1$$

则称函数  $f(x)$  具有  $K$  阶消失矩. 于是, 对于尺度函数  $\varphi(x)$  的  $K$  阶消失矩可表示为

$$\int_{\mathbb{R}} x^i \varphi(x) dx = 0, i = 0, 1, \dots, K-1 \quad (5)$$

由此可以推导出

$$\left. \frac{d^i H_0(\omega)}{d\omega^i} \right|_{\omega=0} = 0, i = 0, 1, \dots, K-1 \quad (6)$$

若对偶小波函数  $\hat{\varphi}(x)$  有  $L$  阶消失矩, 同理可以推导出

$$\left. \frac{d^i G_0(\omega)}{d\omega^i} \right|_{\omega=0} = 0, i = 0, 1, \dots, L-1 \quad (7)$$

由于消失矩的大小反映了小波基函数衰减到 0 的快慢程度, 即当消失矩阶数很大时, 精细尺度下的高频部分数据有许多是很小的, 这就是说, 包含的信息量很小, 可以忽略掉, 这正是数据压缩所利用的依据, 因此, 这就要求小波函数的消失矩阶数越高越好, 即要求小波滤波器长度越长越好. 但是, 在实际系统中, 却要求小波滤波器越短越好, 这是因为短的滤波器可以减小截断误差, 另一方面, 滤波器长度是影响变换计算复杂度的最重要的因素, 由此可见, 小

波滤波器长度要适中,消失矩以2阶为最好。

## 2 最优化的问题

从构造双正交小波滤波器方法出发,在图象压缩中,将其用于寻找最优的小波基,以最终的编码效果,即压缩比和峰值信噪比为衡量准则。在构造合适的小波滤波器系数时,由于大部分情况下,含有多个自由变量,因此在图象编码中,采用固定的压缩比,再应用某种压缩方法来对标准图象进行压缩,最后通过求解最大峰值信噪比来得到最佳的小波滤波器。这样,就使复杂的多输入两输出简化为多输入单输出的优化问题。

由于图象信号是一个非平稳的信号,因此图象压缩是一个二维空间的非线性问题,其中构造双正交小波滤波器与图象压缩是互不相关的。现在构造的双正交小波滤波器是以系数为自变量,将压缩方法作为联系枢纽,以压缩比为参变量,再通过将反映压缩效果好坏的峰值信噪比作为因变量来构成一个多维曲面,由于其起伏变化无穷,无法用函数表示,因此要通过使因变量峰值信噪比达到最大来求解它所对应的小波滤波器是一个极其复杂的问题,也是优化问题,这不仅与所采用的优化方法有关,而且与起始点紧密相关,由于它容易进入局部极大值,甚至更糟,即难以找到极大值,因此,为了加速优化的速度,必须从最常用的小波函数入手,这是因为它可能接近最优小波基。在图象编码中,由于用得最多的小波滤波器为 Antonini's 9/7 小波基,因此可以它为基点来构造新的双正交 9/7 小波滤波器。

具体实现步骤如下:

(1) 设小波函数和对偶小波函数长度分别为 9 和 7,并且具有关于零点的对称结构。

(2) 由对偶小波函数的消失矩和完全重构的条件来建立如下线性方程组

$$\begin{cases} g_0(0) + 2 \sum_{n=1}^3 g_0(n) = \sqrt{2} \\ g_0(0) + 2 \sum_{n=1}^3 (-1)^n g_0(n) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

若  $g_0(0)$  和  $g_0(1)$  为参变量,则可求  $g_0(2)$  和  $g_0(3)$  的通解。

(3) 若  $g_0(0)$ 、 $g_0(1)$ 、 $g_0(2)$  和  $g_0(3)$  为已知的,则可由小波函数与对偶小波函数正交性来构成下列一组线性方程

$$\begin{cases} g_0(0)h_0(0) + 2 \sum_{n=1}^3 g_0(n)h_0(n) = 1 \\ \sum_{n=-1}^4 g_0(|n-2|)h_0(n) = 0 \\ \sum_{n=1}^4 g_0(4-n)h_0(n) = 0 \\ \sum_{n=3}^4 g_0(6-n)h_0(n) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

可根据小波函数的完全重构和消失矩的条件来建立如下方程组

$$\begin{cases} h_0(0) + 2 \sum_{n=1}^3 h_0(n) = \sqrt{2} \\ h_0(0) + 2 \sum_{n=1}^3 (-1)^n h_0(n) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

从方程组(9)中去掉最后一个等式,联立方程组(9)和(10),先判断有无解;若有解,即解出  $h_0(0)$ 、 $h_0(1)$ 、 $h_0(2)$ 、 $h_0(3)$  和  $h_0(4)$  的通解。

(4) 由于  $g_0(0)$  和  $g_0(1)$  是参变量,若  $g_0(0)$  和  $g_0(1)$  有变化,则  $g_0(2)$ 、 $g_0(3)$ 、 $h_0(0)$ 、 $h_0(1)$ 、 $h_0(2)$ 、 $h_0(3)$  和  $h_0(4)$  也跟着变化,即小波函数和对偶小波函数也发生变化,因此,需采用对  $g_0(0)$ 、 $g_0(1)$  初始值作一定的限制的方法,使它们在 Antonini's 9/7 小波基所对应系数附近变化。 $g_0(0)$  在对应系数附近  $[-0.5, 0.5]$  随机选取,而  $g_0(1)$  在对应系数附近  $[-0.3, 0.3]$  随机选取。若方程组(8)、(9)和(10)无解,则抛弃这对初始值,再重新随机选取,直到符合要求为止。

(5) 以遗传算法作为求解最优化问题的方法<sup>[9,10]</sup>,而采用 SPIHT 方法为图象压缩方法来对标准 Lena 图象进行编码,当固定压缩比时,其测量峰值信噪比为:

$$\max \{ PSNR(h_0, g_0) - [ \sum_{n=3}^4 g_0(6-n)h_0(n) ]^2 \}$$

并求得  $g_0$  和  $h_0$ 。

## 3 实验结果

依上述步骤,对  $512 \times 512$  大小的 Lena 标准测量图象进行训练,而固定压缩比分别为 16、32、64 等 3 种情况。在遗传算法中,定义人口数为 10,交叉率为 0.65,变异率为 0.008。由于小波系数之间的相互制约,寻找合适的小波系数很费时,再加上 SPIHT 方法也比较耗时,因此,这种方案比较花费时间。尽管计算比较艰难,但经过许多代的繁殖,最后所有值都趋于

稳定. 求解得到的新的9/7小波滤波器系数如表1所示, 3种压缩情况的峰值信噪比如表2所示.

表1 新的9/7小波滤波器的系数

序数	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
小波	4.085E-2	-2.798E-2	-1.038E-1	3.816E-1	8.327E-1	3.816E-1	-1.038E-1	-2.798E-2	4.085E-2
对偶		-6.722E-2	-4.604E-2	4.271E-1	7.992E-1	4.271E-1	-4.604E-2	-6.722E-2	

表2 Antoninis9/7小波滤波器与新的9/7小波滤波器图象压缩结果(峰值信噪比)对比 单位: dB

压缩比	Antoninis 9/7 小波基	新的9/7小波基
64:1	30.54	31.46
32:1	33.62	34.75
16:1	36.93	38.62

用这种新的双正交小波滤波器来对其他标准测试图象进行编码. 如对512×512大小的Goldhill和Barbara图象进行压缩, 其与Antoninis 9/7小波滤波器的压缩结果对比如表3所示.

表3 两种小波滤波器压缩结果的峰值信噪比

单位: dB

图象名称	压缩比	Antoninis 9/7 小波滤波器	新的9/7双正交小波滤波器
Goldhill	64:1	28.31	28.76
	32:1	30.45	31.34
	16:1	33.23	34.56
Barbara	64:1	24.92	25.01
	32:1	27.52	27.83
	16:1	31.42	31.94

从表2和表3可以看出, 不管是训练图象还是检验图象, 最优的9/7双正交小波滤波器较Antoninis 9/7小波滤波器的压缩效果都有一定的提高, 但是训练图象的压缩效果比没有训练图象的压缩效果提高明显. 由此可见, 最优小波滤波器的设计跟具体图象的结构内容有很大的关系, 尽管新的9/7小波滤波器是进行标准Lena图象压缩的最优双正交小波滤波器, 然而还不能说, 它对所有的图象压缩都是最优的双正交小波滤波器<sup>[11]</sup>, 它仅是比Antoninis 9/7小波滤波器压缩效果好.

## 4 结论

根据Antoninis9/7小波滤波器设计, 提出了一种基于图象压缩的构造最优双正交小波滤波器的设计方法. 试验结果证明, 此方法在试验中可行, 检验有效. 虽然用此方法来寻找最优的双正交小波滤波器比较费时和运算量大, 但是压缩效果却有提高. 而此方法的快速算法将有待以后研究.

在图象编码中, 通常采用最优的小波滤波器选

择原则, 即看重它的线性相位、完全重构、消失矩和正则性等特性, 但大多数场合都是根据经验来选择一组比较合适的小波滤波器<sup>[7]</sup>. 在一般图象编码中, 最常用的是Antonini's9/7小波基, 但是它不是最优的. 为此, 提出了一种比较新颖的基于图象压缩系统的构造最优化正交小波滤波器的设计方法.

在图象编码中, 通常用最优的小波滤波器选择原则即看重它的线性相位、完全重构、消失矩和正则性等特性, 但大多数场合都是根据经验来选择一组比较合适的小波滤波器. 在一般图象编码中, 最常用的是Antonini's9/7小波基, 但是它不是最优的. 为此, 本文从选择小波基的原则为出发点, 以Antonini's9/7小波基为参考, 采用SPIHT压缩方法, 以压缩效果为准则来构造出最优的双正交小波基, 并且采用标准Lena为标准训练图象, 以压缩比为参数, 得到最大的峰值信噪比来寻找最优的双正交小波基, 即简化为最优化问题. 解决这种最优化问题方法比较多, 本文采用遗传算法, 并用寻找最优的双正交小波基, 来检验它对其它标准图象的压缩效果<sup>[11]</sup>, 即与Antonini's9/7小波基的压缩结果作一对比.

## 参考文献

- 1 Meyer Y 著. 小波与算子(第一、二卷)[M]. 王耀东译. 北京: 世界图书出版公司, 1994.
- 2 Daubechies I. Ten lecture on wavelets[M]. Philadelphia, Penn. USA, CBMS-NSF Series in Appl. Math. (SIAM), 1991
- 3 Cohen A, Daubechies I, Feauveau J C. Biorthogonal bases of compactly supported wavelets[J]. Commun on Pure and Math. 1992, 45: 485~560.
- 4 Shapiro J M. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients[J]. IEEE trans Signal Process., 1993, 41(12): 3445~3462.
- 5 Said A, Pearlman W A. A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical tree[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology., 1996, 6(3): 243~250.
- 6 Pankaj N T. Wavelet image and compression[M]. Boston, MA, USA, Klumer Academic Publisher, 1998: 1~4.
- 7 钟广军, 成礼智, 陈火旺. 基于提升方案的简单的9/7小波滤波器[J]. 电子学报, 2001, 29(2): 12.
- 8 Shang Y, Li L, Wah B. Optimization design of biorthogonal filter banks for image compression[J]. IEEE trans. Information Sciences 2001, 132(6): 23~51.

- 9 Hart W E, Belew R K. Optimizing an arbitrary function is hard for the genetic algorithm [A], In: ICGA'91 [C], Morgan Kaufman 1991; 191~195.
- 10 Vose M D, Liepins G E. Generalizing the notion of schema in genetic algorithms[J], Artificial Intelligence., 1991,50(7):385~396.
- 11 Chai B B, Vass J, Zhuang X. Significance linked connected component analysis for wavelet image coding[J]. IEEE Trans. Image Process. 1999,8(6):774~784.



**罗 强** 1966年生,1987年获二炮工程学院电子工程专业学士学位,1993年获西北核技术研究所硕士学位,现为西安电子科技大学博士生。主要研究领域为智能仪器仪表、神经网络、可靠性工程、分形、小波和图象处理等。发表论文60余篇。



**罗 莉** 1970年生,副教授,博士后。研究领域为硬软件设计、可靠性、神经网络、图象处理等。发表论文40余篇。

**杨万海** 1941年生,西安电子科技大学工程学院院长、博士生导师。主要研究领域为信息融合、神经网络、图象处理等。

## 首届全国信息获取与处理学术会议

### 征 文 通 知

首届全国信息获取与处理学术会议将于2003年9月初在沈阳召开,本次会议由中国仪器仪表学会主办,沈阳市仪器仪表与自动化学会承办。本次会议将同时作为中国科协9月初在沈阳召开的2003年学术年会的分会场,本次会议顾问委员会由王大珩、杨家骥、庄松林、金国藩、张钟华、卢佩章、王立鼎、黄尚廉、王威琪等九位院士组成。

#### 1. 征文范围

(1)各种测量、计量、检测、监测、探测、测试、实验、试验(以下统称测量)等方法研究;(2)各类传感器、敏感元件、仪器仪表、测量装置的新原理、新技术、新元件、新材料、新工艺的研究;(3)测量过程中的信号传输(如现场总线技术等);(4)模式识别(图像、语音、生物特征识别等);(5)数据处理;(6)化学分析方法与仪器;(7)环境监测技术;(8)天体、大地、海洋测量;(9)地质矿产勘探、地热、地震、火山、地磁、地电、水文观测,大气探测,矿山安全检测;(10)临床医学影像检查、实验室检验;(11)金属材料与金属腐蚀试验、实验应力分析;(12)生产过程自动化;(13)其它。

#### 2. 征文要求

(1)论文未公开发表;(2)来稿请严格按照《沈阳测控信息网》提供的排版格式要求排版,打印两份,包括中英文摘要,参考文献,全文控制在二个版面;(3)受各类基金资助的论文,请注明项目名称及编号;(4)请用A4纸打印,内容包括论文题目,作者姓名,简历,单位,通讯地址,邮编,电话,传呼,手机,E-mail等信息;(5)来稿请通过电子邮件和邮局同时投寄;(6)版权纠纷,作者自负。

#### 3. 重要信息

本次会议将评选优秀论文,由中国仪器仪表学会颁发优秀论文证书。

本次会议录用论文将刊登在中国仪器仪表学术性刊物《仪器仪表学报》2003年第4期增刊上。

为便于交流,在本次会议的会刊中将刊登参会作者的简历。

本次会议将另外征集600字以内的摘要论文(中文),可以与本次会议投稿内容相同,2002年9月之前由中国科学技术出版社出版,不额外收取费用,具体要求请见《沈阳测控信息网》近期信息。

有关本次会议具体时间、地点等相关信息请关注《沈阳测控信息网》。

4. 重要日期:论文截稿日期为2003年4月15日,论文录用通知发出日期为2003年4月20日。

5. 投稿地址:沈阳市铁西区南十三路1号29信箱(邮编110023)沈阳市仪器仪表与自动化学会贾冬娜收。

电话:024-25691417,25415320 传真:024-25415320

电子信箱:webmaster@syias.org.cn 或 webmaster@meeting.org.cn.

《沈阳测控信息网》网址 <http://www.syias.org.cn>.