

基于多分辨率级小波变换的图象压缩方法

潘迅宇 潘树陆 王相海 潘金贵

(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室, 南京大学计算机科学与技术系, 南京 210093)

摘要 随着国际互联网的出现,使得越来越多的图象信息传输交流越来越便捷,但传输速度始终是制约网络发展的重要因素,这也使得对图象进行压缩的要求更加迫切.小波变换的良好空间-频率局部化特性,使得原始图象的能量大部分聚集到了低频子带.为了提高图象压缩的效率和重建图象的质量,利用原始图象在小波分解中不同分辨率级能量分布不均匀的特点,提出了一种对各分辨率级进行分级处理的设计方法,即通过对各分辨率级量化因子的评价,为该级获取一个最佳的量化因子来进行压缩.实验证明,该方法在提高图象的压缩效率和重构质量方面取得了良好的效果.

关键词 图象处理(510·4050) 图象压缩 小波变换 量化因子 多分辨率级压缩

中图法分类号: TN919.81 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)09-1089-06

The Method of Wavelet Image Compression Based on Multiresolution Levels

PAN Xun-yu, PAN Shu-lu, WANG Xiang-hai, PAN Jin-gui

(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University Department of Computer Science and Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract The good spatial-frequency localization characteristics of wavelet transform make the energy of image congregate mostly in lower frequency subimage. This paper utilizes the property of the asymmetrical energy distribution on different multiresolution levels, and introduces a method which is called multiresolution levels compression (MLC) to process the image on the levels of different multiresolution. By the estimate and studying of the quantization coefficients during wavelet transform on every decomposed level, the experiment can get the best quantization coefficient for any particular level. Theoretical analysis and experimental results demonstrate that a method of higher compression rate is implemented. In the experiment, the best quantization coefficient of every level is determined by the data analysis of human. For the aim to process huge amount of images such as the images from the Internet, the technology of artificial intelligence and machine learning can be used to let the computer use MLC method by studying a certain number of image examples and then process more images automatically. The ability to use the MLC method would also improve according to the amount of images the computer has studied. This is the new direction to perform in the near future.

Keywords Image compression, Wavelet transform, Quantization coefficients, Multiresolution levels compression (MLC)

0 引言

由于基于小波变换的图象压缩方法可以归纳到子带编码的框架之下,因此搞清楚小波压缩算法的着眼点不仅对理论的研究工作具有正确的指导作

用,而且对实际的软件开发也有着极其重要的意义.

由图象的小波分解系数矩阵中可以看出,小波变换具有良好的空间-频率局部化特性,具体表现在以下3个方面:

(1) 频率压缩特性 从频率分解看,原始图象的能量大部分聚集到了低频子带;

(2) 空间压缩特性 从小波分解系数的空间分布特征看,其高频子带的小波能量大部分集中在原始图象的边缘、轮廓等对应的位置;

(3) 小波分解系数分布的相似性 同一方向各级高频子带的小波系数幅值分布大体一致.

基于小波变换的图象压缩方法的核心问题在于如何对系数矩阵进行量化以及如何对量化后的结果进行编码.

本文基于小波变换良好的空间-频率局部化特性,利用小波变换能使原始图象能量大部分聚集到低频子带的特点,提出了一种按照小波分解后的分辨率级,对图象进行分级量化的方法,该方法可在同等条件下,得到较高的压缩比和图象重构质量.

1 小波变换理论及 Mallat 算法概述

1.1 小波函数

小波变换的基本思想是将任意函数 f 表示为小波的叠加,这种函数 f 的小波叠加表示就是将函数 f 分解为不同的尺度级.在每一个尺度级,函数 f 又在与这一尺度级对应的分辨率下被分解.尺度级对应着频率,且频率越高,对应的分辨率越高.在实际应用中,经常需要将函数 f 写为离散的叠加形式,即求和而不是积分,一个离散化的方法是设 $a = a_0^m, b = nb_0 a_0^n$. 其中, $m, n \in \mathbb{Z}, a_0 > 1, b_0 > 0 (a_0, b_0$ 为常数). 函数 f 的小波分解为

$$f = \sum C_{m,n}(f) \psi_{m,n} \quad (1)$$

其中, $\psi_{m,n}(t) = \psi_{a_0^m, b_0^n}(t) = a_0^{-m/2} \psi(a_0^{-m}t - nb_0)$.

对于 $a_0 = 2, b_0 = 1$, 因为存在 ψ , 使得 $\psi_{m,n}$ 组成一个正交基, 所以, 可以得到

$$C_{m,n}(f) = \langle \psi_{m,n}, f \rangle = \int \psi_{m,n}(x) f(x) dx \quad (2)$$

式中, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为内积.

Stromberg, Meyer, Lemarie, Battle 和 Daubechies 构造了许多不同的如式(2)所示的小波正交基,但所有这些正交小波基分解都对应着一种 Mallat 提出的的多分辨率分析 (MRA, Multiresolution Analysis).

1.2 多分辨率分析

在多分辨率分析中,存在相应的母函数 ψ 和尺度函数 φ 两个函数.由尺度函数 φ 生成的伸缩平移系为 $\{\varphi_{m,n}(x) = 2^{-m/2} \varphi(2^{-m}x - n)\}$, 而且对于固定的 $m, \varphi_{m,n}$ 是正交的. 设 $V_m = span\{\varphi_{m,n} | m, n \in \mathbb{Z}\}$, 即

$V_m(m \in \mathbb{Z})$ 描述了如下逼近空间

$$\dots V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \dots \quad (3)$$

每一个 $V_m(m \in \mathbb{Z})$ 具有 2^m 的分辨率. 对于每个 $m \in \mathbb{Z}$, 可定义 $W_m = span\{\psi_{m,n} | m, n \in \mathbb{Z}\}$, 其中, W_m 是 V_m 在 V_{m-1} 中的正交补, 即

$$V_m \oplus W_m = V_{m-1}, V_m \perp W_m \quad (m \in \mathbb{Z}) \quad (4)$$

式中, \oplus 为空间正交补运算. 由上式可得,

$$V_0 = V_1 \oplus W_1 = V_2 \oplus W_2 \oplus W_1 = V_3 \oplus W_3 \oplus W_2 \oplus W_1 \dots$$

对于 $\forall f(t) \in V_0$, 可以将它分解为细节部分 W_1 和大尺度逼近部分 V_1 , 然后还可将大尺度逼近部分 V_1 进一步分解. 如此重复就可得到任意尺度(分辨率)上的逼近部分和细节部分, 这就是多分辨率分析的框架.

1.3 系数分解的快速算法——Mallat 算法

根据多分辨率的概念, $\varphi(t)$ 和 $\psi(t)$ 分别是尺度空间 V_0 和小波空间 W_0 的一个标准正交基函数, 由于 $V_0 \subset V_{-1}, W_0 \subset V_{-1}$, 所以 $\varphi(t)$ 和 $\psi(t)$ 均属于 V_{-1} 空间, 这样 $\varphi(t)$ 和 $\psi(t)$ 也可用 V_{-1} 空间的正交基 $\varphi_{-1,n}(t)$ 线性展开为

$$\varphi(t) = \sum_n h_n \varphi_{-1,n}(t) = \sqrt{2} \sum_n h_n \varphi(2t - n)$$

$$\psi(t) = \sum_n g_n \varphi_{-1,n}(t) = \sqrt{2} \sum_n g_n \varphi(2t - n)$$

由于系数 $\langle \psi_{m,n}, f \rangle$ 描述了具有 2^{m-1} 分辨率的 f 的逼近, 其可过渡到具有 2^m 分辨率的 f 系数, 于是, 可以得到下述计算 $C_{m,n}(f) = \langle \psi_{m,n}, f \rangle$ 的算法

$$C_{m,n}(f) = \sum_k g_{2n-k} a_{m-1,k}(f)$$

$$a_{m,n}(f) = \sum_k h_{2n-k} a_{m-1,k}(f)$$

一般称 $a_{m,n}$ 为剩余系数(或尺度系数), $C_{m,n}$ 为小波系数. 因为 h 和 g 对应正交小波基, 所以重构算法可以描述为

$$a_{m-1,l}(f) = \sum_n [h_{2n-l} a_{m,n}(f) + g_{2n-l} C_{m,n}(f)]$$

图1是上述算法基本思想的示意图.

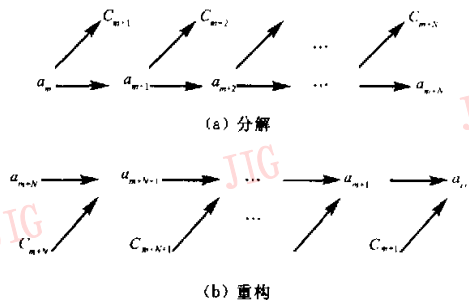


图1 Mallat 算法分解与重构示意图

将一维小波推广到二维有如下两种方式:一种是可以分离的二维小波分解,即在图象的水平和垂直方向各自独立地进行一次一维小波变换^[1,2],如图 2 所示.另外一种更一般的方式是直接使用二维滤

波器组来分解,因为这种二维滤波器组不能够再分解为两个一维滤波器的笛卡尔积^[3,4],所以也不再具有水平和垂直方向的选择性,虽然它的分辨率较高,但计算量非常大,因此较少采用.

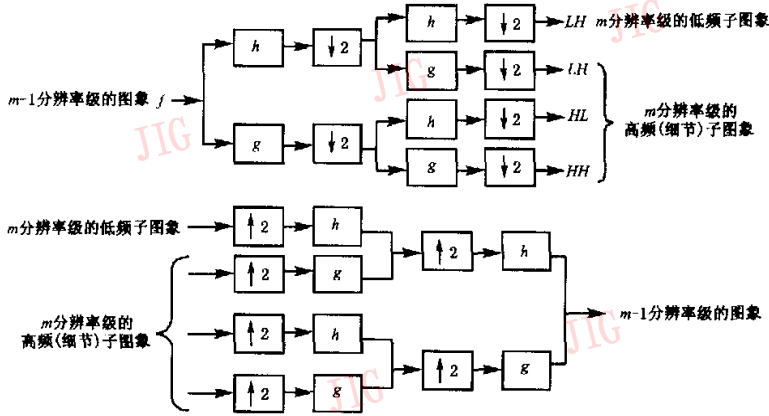


图 2 多分辨率图象的分解与重构算法

上述可分离的二维小波分解过程可以在子图象中重复下去:其中如果每次只对低频子带作小波分解,则称为金字塔式分解;如果每次分解均对所有的子图象进行,则称为一致的分解;居于两者之间的一般分解方式称为小波包(Wavelet packet)分解.

到地地选取.图 3 中给出图象经小波分解后,子图象按其重要性总体的排序.

2 基于多分辨率级的分级量化

2.1 主要思想

通过图象的二维小波分解不仅可以得到一个图象的多分辨率表示,而且不同分辨率级子带所表现出来的能量分布特点是不同的.由于随着小波分解级数的增加,在每一分解级上的能量分布总体上表现出由低到高的趋势,因此,在进行量化时,可以根据不同分解级的自身特点,对各级分别进行不同量化因子量化效果的评价,以确定一个最佳的量化因子,并可利用能量分布递增的特点,先对能量分布较少而所占空间较大的高频部分进行量化.具体操作时,可以从分辨率级最低的分解级 m 开始,先不对较其分辨率高的级次进行量化,而只对该级量化因子的量化效果进行评价.当获取了一个最佳量化方案后,则对该级保持使用这一量化方案,并在此基础上对 $m+1$ 级量化因子的量化效果进行评价.依此类推,直到完成整个图象的量化过程.在同一级次的量化因子选取上,可以按照子带重要性的大小由高

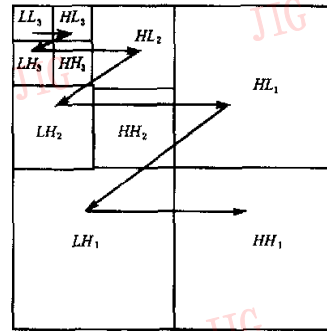


图 3 子带重要性排序示意图

2.2 实验结果与分析

2.2.1 实验准备

为了验证本文算法的有效性,利用具有代表性的灰度图象 Lena 进行了实验.由于在进行小波变换的时候,需要将一维小波变换推广到二维来加以处理,因此采用了目前最为常用的可分离的二维小波分解方法.由于该方法充分利用了人眼的视觉特性,且计算量小,因此在实际的实验中效果较为显著.

在进行多分辨率级分解时,本文采用了金字塔式的分解方式,即每级分解只对低频子带作小波分解.这样做的原因,一方面是为了充分利用小波变换后原始图象的能量大部分聚集到低频子带的这一特

性,另一方面也为了进一步减少计算量.

图象的小波编码中,在进行信息量化处理时,对小波系数进行适当量化后的符号流通常使用二维 Huffman 编码,但目前国际上多使用性能更佳的算术编码^[5]来代替 Huffman 编码,在本文的实验中也是使用算术编码.

在选取高通和低通滤波系数 g, h 时,采用的是一种长度为 23 的正交小波基滤波系数.

2.2.2 实验过程

(1) 小波变换处理

实验首先对原始图象采用了 3 级小波处理,在每一级仅对图象左上角的低频子带部分进行分解操作.最终得到的经小波处理后的 Lena 图如图 4 所示.

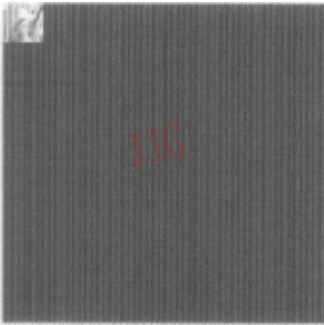


图 4 经三级小波分解后的 Lena 图

(2) 分级选取量化因子

按照分辨率由低到高的顺序,首先对经小波分解过的 Lena 图从 $m=1$ 分辨率级开始,进行量化因子量化后重构图象评价.先赋予 HH_1 至 HL_1 子带相同的量化因子,而此时对 $m>1$ 的分辨率级部分则不予量化,即均赋予量化因子 1.表 1 为不同量化因子量化后重构图象的 PSNR、压缩比及性能压缩比的测试结果数据.

表 1 对 $m=1$ 分辨率级使用不同量化因子的量化效果评价

HH_1 至 HL_1 所取因子	PSNR(dB)	压缩比(bpp)	性能压缩比
0.00	30.1453	1.03	/ /
0.02	30.3286	1.03	/ /
0.04	31.2654	1.03	/ /
0.05	31.4590	1.06	31.21
0.10	31.9629	1.16	9.96
0.20	32.5645	1.47	3.92
0.50	33.4429	2.59	1.51
0.90	33.7101	3.44	1.05

还原后重构图象质量用峰值信噪比 PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) 进行评价,其定义为

$$PSNR = 10\log_{10}\left(\frac{255^2}{MSE}\right)$$

其中,均方误差 MSE 定义为

$$MSE = \frac{1}{M^2} \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{M-1} [x(j,k) - \hat{x}(j,k)]^2$$

这里 M^2 为图象大小, $x(j,k)$ 和 $\hat{x}(j,k)$ 分别表示原始图象和重构图象对应像素点的像素值.并用实际的比特率 (bpp) 表示图象的压缩比率.

通过实验发现,图象的重构效果与其被压缩的程度成反比,或至少是一种近似反比的关系,因此,为了便于将来进行分析比较,本文定义了一个参考指标,即表中的性能压缩比.它是分别将 PSNR 和压缩比 C 值作为具有相等权重的两个重要参数值,其体现了在某一实验条件下,所能取得的最佳实验效果.这个值可作为将来选取量化因子的重要参考依据,它可通过公式计算求得.在这里,设未经量化而直接重构的图象的 PSNR 值为 P_{max} ,相应地,对原图象进行直接熵编码得到的压缩比为 C_{max} .而根据本文所提出的多分辨率级压缩方法 (Multiresolution Levels Compression, MLC) 的主要思想,当将所有能量分布较少,而占较大空间的高频子带区域的变换系数均置为 0 时,反映图象还原质量的 PSNR 将会取最小值 P_{min} ,相应地,反映图象压缩程度的压缩比 C 也将取最小值 C_{min} ,并设当前的 PSNR 值和压缩比分别为 P 和 C .于是性能压缩比 B 可通过以下公式求得:

$$B = [(P - P_{min}) / (P_{max} - P_{min})] / [(C - C_{min}) / (C_{max} - C_{min})]$$

在实验结果的比较过程中发现,在同一分辨率级的子带中,水平方向和垂直方向子带的重要性基本一致,为便于处理,对它们可以赋予相同的量化因子.

由表 1 可见,当量化因子取 0.05 时,图象的性能压缩比达到最佳,这个时候的图象在保持较高压缩比的情况下,重构效果也比较理想.因此,一般应该选取 0.05 作为 HH_1 子带的最佳量化因子进行压缩,但由于根据图 4 中子带重要性的排序,又应给 LH_1 和 HL_1 子带赋予比较大的量化因子,所以选取性能压缩比仅次于 0.05 的量化因子 0.06 作为 LH_1 和 HL_1 子带的量化因子.本文把 0.06 作为 $m=1$ 分辨率级上子带的最终量化因子取值,在此基础上,开始对 $m=2$ 分辨率级进行量化.此时, HH_1 至 HL_1 子带仍然按照上面得到的佳量化因子进行量化,而赋予 HH_2 至 HL_2 相同的量化因子,对于 $m>2$ 分辨率级的部分则不予量化,而直接赋予量化

因子 1. 表 2 为在对 $m=2$ 级量化因子的量化效果进行评价时所得的一组测试数据.

表 2 对 $m=2$ 分辨率级使用不同量化因子的量化效果评价

HH_2 至 HL_2 所取因子	PSNR(dB)	压缩比(bpp)	性能压缩比
0.00	27.1866	0.26	/ /
0.02	27.5472	0.26	/ /
0.04	28.8839	0.29	8.45
0.05	30.0075	0.29	14.05
0.10	30.5991	0.50	5.66
0.20	30.8826	0.59	3.07
0.50	31.3796	0.81	1.57
0.90	31.5207	1.03	1.04

同样,根据表 2 可以确定 0.05 作为 HH_2 子带的最佳量化因子,将 0.06 作为 LH_2 和 HL_2 子带的最佳量化因子,并把这一数值作为 $m=2$ 分辨率级子带的最终量化因子取值,在此基础上,再对 $m=3$ 分辨率级进行量化.此时, HH_2 至 HL_2 子带仍然按照上面得到的最佳量化因子进行量化,而赋予 HH_3 至 HL_3 相同的量化因子,对于 $m>3$ 分辨率级的部分则不予量化,即均赋予量化因子 1. 表 3 为在进行 $m=3$ 级量化因子效果评价时所得的一组测试数据.

表 3 对 $m=3$ 分辨率级使用不同量化因子的量化效果评价

HH_3 至 HL_3 所取因子	PSNR(dB)	压缩比(bpp)	性能压缩比
0.00	25.1418	0.10	/ /
0.02	25.9265	0.10	/ /
0.05	26.8961	0.10	/ /
0.08	27.7187	0.13	3.90
0.10	29.0510	0.13	5.92
0.20	30.0332	0.16	3.70
0.50	30.1027	0.23	1.73
0.90	30.2047	0.29	1.21

通过对表 3 的观察,用同样的方法,为 HH_3 子带赋予最佳量化因子 0.10,为 LH_3 和 HL_3 子带赋予最佳量化因子 0.2. 对于低频子带 LL_3 ,由于原始图

象的大部分能量都集中在这里,为提高图象重构的质量,对该子带不予量化,直接赋予量化因子 1. 至此,就得到了一个综合各子带量化因子的最佳量化方案.

传统的基于离散余弦变换(DCT)的 JPEG 图象压缩技术及其需要采用 Z 字形编码、差分脉冲编码调制、游程长度编码等一系列计算步骤.特别是,由于其使用的是一种区块(block-based)压缩技术,因此区块之间的相互联系大大影响了图象的压缩效率并产生了明显的区块效应.虽然改进的重叠正交变换(Lapped Orthogonal Transforms, LOT)试图通过平滑的区块重叠技术来减少区块效应,但是其明显增加的计算复杂性,使得它只取得了有限的成果.而基于小波变换的多分辨率级压缩方法(MLC)则由于充分利用了小波变换良好的空间-频率局部化特性,且避免了 JPEG 所遇到的区块效应,因而极大地提高了图象的压缩效率. MLC 方法在小波变换基础上只通过一阶线性的计算公式即可选取各分辨率级上的最佳量化因子,使得算法在计算复杂性相对较低的情况下,极大地提高了图象的压缩比和重构质量.表 4 为多分辨率级压缩方法(MLC)与传统方法在具有相同压缩比率的情况下的性能比较.

表 4 分辨率级压缩方法与传统压缩方法的性能比较

压缩方法	PSNR(dB)	压缩比(bpp)
多分辨率级压缩(MLC)	30.0213	0.14
JPEG	28.5016	0.14
分形 DCT	26.2146	0.14

本文中仅对原始图象进行了 3 级分解,事实上,量化因子的选取过程可随着对原始图象小波分解级数的增加而不断进行下去.

图 5 为使用 MLC 方法处理的 Lena 图的重构图象与原始图象的比较.从图 5 中可以看出,利用该压缩方法取得了相当不错的还原效果.



(a) 原图象 (b) 重构图象

图 5 Lena 原图象与采用本文量化方案压缩后重构图象的比较

3 结束语

本文通过对基于小波变换的图象压缩理论的研究和探索,并根据图象能量在高低频率区域分布不同的特点,提出了一种按照小波分辨率级次对图象进行分级量化的思想,并结合实际图象给出了具有代表性的量化因子方案.实验证明,该图象压缩设计方法即使在高压缩比的情况下,仍能够取得良好的图象重构质量,从而取得了令人满意的效果.

在进行分级量化过程中,主要是依靠人为的分析和判断能力,通过对各种性能指标进行综合比较后得出的最佳量化方案来选取量化因子.为了提高图象的处理速度和扩大图象的处理种类,可将图象处理与人工智能技术相结合用来解决基于小波变换的图象压缩编码问题.

参考文献

- 1 Antonini M, Barlaud M, Mathieu P *et al.* Image coding using wavelet transform[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1992, 1(2): 205~220.
- 2 夏勇,田捷,戴汝为.静止图象的小波压缩研究进展[J].模式识别与人工智能,1999, 12(1): 45~551.
- 3 Kovacevic J, Vetterli M. Nonseparable multidimensional perfect reconstruction filter banks and wavelet bases for R^n [J]. IEEE Transactions Information Theory, 1992, 38(2): 533~555.

- 4 Simoncelli E P, Adelson E. Non separable extensions of quadrature mirror filters to multiple dimensions[J]. Proceedings of IEEE, 1990, 78(4): 652~664.
- 5 Witten I H, Neal R, Cleary J C. Arithmetic coding for data Compression [J]. Communication of the Association for Computing Machinery, 1987, 30(6): 520~540.



潘迅宇 1977年生,2000年获南京大学计算机科学与技术系理学学士学位,现为硕士研究生.主要研究方向为人工智能、图象处理和网络技术.



潘树陆 1941年生,副教授.主要从事计算机图形、图象及多媒体研究工作.

王相海 1965年生,教授,2000年获吉林大学博士学位,现在南京大学计算机科学与技术系做博士后研究.主要研究领域为计算机图形学、视频图象处理.

潘金贵 1951年生,教授,博士生导师.主要研究领域为中间件、Agent技术、多媒体远程教育、多媒体移动教学.