

二元树复小波变换及其在图象方向滤波中的应用

唐良瑞

(北方工业大学工学院, 北京 100041)

蔡安妮 孙景鳌

(北京邮电大学电信工程学院, 北京 100876)

摘要 复小波变换虽然具有良好的方向选择性和平移不变性, 但不具备完全重构性条件, 而二元树复小波变换(DTCWT)正好解决了这一难题. 在分析二元树复小波分解后的12个高频子带方向性的基础上, 利用其良好的方向选择性提出了一种对线形纹理图象进行增强滤波的方法. 该方法借助于小波变换域的方向解析性, 在各子带中保留图象中各局部主方向的信息而滤除其他方向的噪声. 利用该方法进行滤波还可以避免对信号和噪声频率特性和统计特性进行估计, 从而大大减小了滤波的复杂程度. 以指纹图象为例的实验结果表明, 该方法效果较好, 便于实现, 尤其适用于噪声特性复杂的纹理图象的滤波.

关键词 计算机图象处理(520·6040) 图象增强 二元树复小波变换 方向滤波

中图分类号: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2003)04-0434-07

Dual-tree Complex Wavelet Transform and It's Application to Directional Filtering of Image

TANG Liang-rui

(College of Eng., North China Univ. of Tech., Beijing 100041)

CAI An-ni, SUN Jing-ao

(College of Telecom. Eng., Beijing Univ. of Posts and Telecom., Beijing 100876)

Abstract Complex wavelets can provide both shift invariance and good directional selectivity, which are lack in the traditional wavelet transform, but can not satisfy the condition of perfect reconstruction. Dual-tree complex wavelet transform (DTCWT), which employs a dual-tree of wavelet filters to obtain the real and imaginary parts of complex wavelet coefficients, can solve this problem. In this paper, the principle of DTCWT is discussed, and the directional characteristics of the twelve high-frequency sub-bands after DTCWT are studied. Based on the good directional characteristics of DTCWT, we propose a directional filtering method for enhancement of curve-like texture images. Image filtering by using this method, the information of the local main direction in each sub-band of wavelet transform domain is reserved, and the noise distributed in other directions is removed. This method is proven to be not only less complex, since it avoids the frequency and statistical estimations on characteristics of both the signal and noise, but also on better directional selectivity than real wavelet transform. The experimental results on texture image enhancement demonstrate that this method is more efficient and also more suitable for complicated textures images.

Keywords Computer image processing, Image enhancement, Dual-tree complex wavelet transform, Directional filtering

0 引言

由于小波的多分辨率特性, 小波变换已经被成功地应用于图象编码、滤波等领域. 从物理意义上说, 图象的小波变换可视为一组带通滤波器的输出

响应, 高频用宽带, 低频用窄带, 且这些滤波器的中心频率按2的幂次变换. 图象经小波分解后, 小尺度上的小波系数主要对应图象信号中的高频成份, 大尺度上的小波系数主要对应图象信号中的低频成份, 而高频成份是由图象信号较大突变产生的, 低频成份是由缓慢变化引起的, 因此, 在小波变换域中按

照尺度由小到大,分别检测到图象中大的突变和缓慢变化的部分^[1];然后根据噪声的特征,将对应于噪声频段的小波分解系数置零,再利用处理后的小波系数进行小波重建,即得小波频率滤波后的图象。

不过,在传统小波分解中,每一个尺度空间只能被分解成有限的 3 个方向(水平、垂直和斜方向),其方向选择性非常有限。在某些图象应用中,往往希望通过处理后图象在某些方向上的纹理或边界得到增强,这种处理称为方向滤波。图象纹理或边界的方向变化一般都是连续的,其取值范围为 $[0, \pi]$,传统小波变换有限的方向选择性很难满足分析这样连续方向的要求。而二元树复小波变换^[2,3]不仅保持了传统小波变换良好的时频局部化的分析能力,还具有好的方向分析能力,它能反映出图象在不同分辨率上沿多个方向的变化情形,更好地描述图象的方向属性。

通过对二元树复小波分解后的 12 个高频子带的方向性进行分析和研究,利用其良好的方向选择性对图象进行有效的方向滤波,以改进目前使用的图象增强技术。在以指纹图象增强为例的实验中,这种方法获得了较好的效果,且便于实现。该方法尤其适用于噪声特性复杂的线形纹理图象的滤波。

1 二元树复小波变换

1.1 复小波变换

复小波变换的滤波系统与实小波变换的滤波系统在结构上完全相同,不同之处只是在于复小波变换中使用的滤波器的系数都是复数,而且输出结果也都是复数。在可分离的二维实小波变换中,二维小波滤波器是一维行滤波器和列滤波器的乘积,而复小波变换中小波滤波器只在 $[0, \pi]$ 范围内有响应,如果要以相同的方式来构造二维复小波变换,则等价滤波器只能覆盖单位频率单元的第 1 象限,但是实数图象数据却包含有第 1 象限和第 2 象限的非冗余信息,为了不丢失信息,有必要扩展二维可分离操作,使等效滤波器能覆盖负的水平频率轴^[2]。为此,至少需要使行、列滤波器中的一个滤波器的系数为共轭复数。图 1 给出了二层的二维复小波变换过程, Lo, Hi 分别表示行、列小波滤波器。在第 1 层滤波器 $Lop(z)$ 和 $Hip(z)$ 中,由于其输入的是实数,因此它包含有一个附加的前置滤波器,以确保当 $z = -j$ 时,输出的结果为 0。

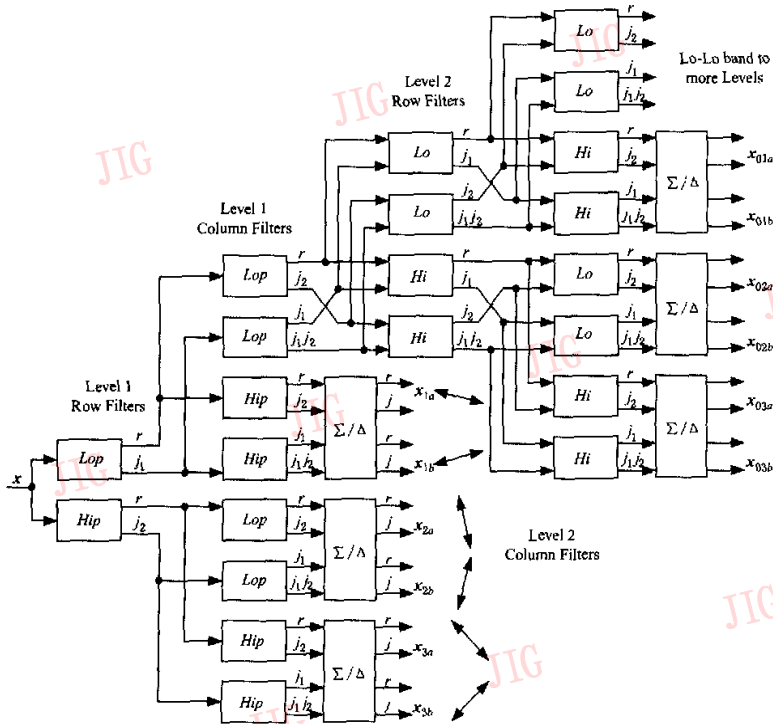


图 1 二层的二维复小波树

实际计算时,获取共轭复数滤波变换对的最有效方法是对行、列进行滤波处理时,将其各自的虚部单元分别记为 j_1 和 j_2 (如图 1 所示);通过滤波,将产生对应于 $r, j_1, j_2, j_1 j_2$ 的四元复数向量组,其中 r 代表实数单元.如果令 $j_1 = j_2 = j$ 或 $j_1 = -j_2 = -j$,则每个四元复数向量组又可以被转化为一对常见的二维复数向量,这样将产生两个复数形式的输出结果,它们分别对应于第 1 象限、第 2 象限的方向选择性滤波器,其对应的每一层的输出是 6 个具有方向选择性的子带,它们能够明确地指向 $\pm 15^\circ, \pm 45^\circ$ 和 $\pm 75^\circ$ (如图 1 中的双向箭头所示).

然而,对于上述类型的复小波树来说,完全重构的设计十分困难.虽然这样的滤波器在小波树的第 1 层可以很容易地设计成满足完全重构性条件,即只限制输出信号必须为实数,但在更高的分解层中,因为输入输出都是复数,就不能采用类似的约束条件.而且,对于第 1 层以上各层的完全重构,必须让由 4

个滤波器构成的滤波器组在全频段上具有平坦的响应特性.这在 4 个滤波器都可能抑制负频率的情况下,根本不可能实现.因此,就需要构造一种不同形式的复小波变换树.

1.2 二元树复小波变换

二元树复小波变换在保留了复小波变换其他诸多优良特性的同时,通过采用二元树滤波的形式,保证了完全重构性.因此,二元树复小波变换是一种具有平移不变性、良好的方向选择性、有限的冗余和高效的计算效率这几种优良特性的小波变换形式.

图 2 给出了二元树复小波变换示意图,它包含了两个平行的小波树,即树 a 和树 b 两个分支.如果滤波器 H_{0b} 和 H_{1b} 与滤波器 H_{0a} 和 H_{1a} 之间的延迟恰是一个样值的间隔,那么就可以确保 b 树中第 1 层的向下采样取到 a 树中因隔点采样运算而舍弃的、不能保留的采样值.

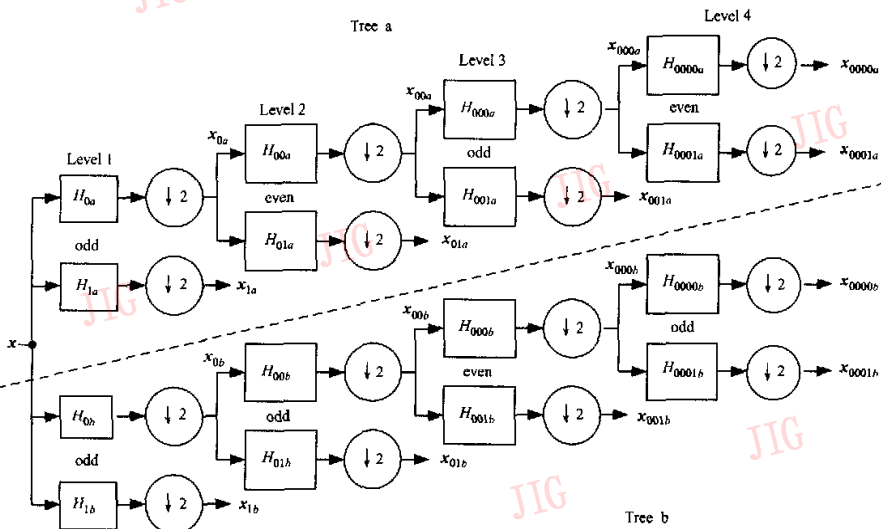


图 2 用于一维信号处理的 4 层二元树复小波变换

另外,为了保证两棵树的所有样值序列都具有统一的间隔(所有这些样值都来自于两棵树的第 1 层原始输入),一棵树中的滤波器必须与另一棵树中的滤波器之间保持相对于各自采样速率的半个样值间隔的差距.对于线性相位滤波器而言,这就要求一棵树中的滤波器应当为奇数长,而另一棵树中的滤波器为偶数长.如果在每棵树的不同层次间交替采用奇偶滤波器,那么这两棵树将会呈现较好的对称性.

为了实现图 2 所示的二元树复小波变换的反变

换运算,可以通过对图中的每棵树都使用传统实小波树中所使用的、具有完全重构性的双正交滤波器,来实现其各自的反变换运算.在重建图象的最后,需要对两棵树的输出结果进行平均,以保证整个系统近似的移位不变性.

如果仅仅从完全重构这个角度来看,二元树复小波变换与常规的复小波变换完全不同,但是,如果将图 2 中的两棵小波树的输出分别解释为经由复小波变换而得到的实部和虚部的系数时,这种变换就

可以被看作是“复小波变换”了。如果二元树复小波变换中的滤波器取自于能够保证完全重构性的、线性相位的双正交滤波器组,并且保证奇数长的高通滤波器关于其采样序列的中点偶对称,而偶数长的高通滤波器关于其采样序列的中点奇对称,那么,由二元树复小波变换得到的冲激响应将与前面的复小波变换得到的实部和虚部看起来十分近似。

如前所述,二维复小波变换具有良好的方向选择性,因为它可以区分频域空间的各个不同部分,将产生6个方向的复系数带通子图,它们分别明确地指向 $\pm 15^\circ$, $\pm 45^\circ$ 和 $\pm 75^\circ$ 方向。因此,一个二维的二元树复数小波变换也应该可以产生6个分别指向 $\pm 15^\circ$, $\pm 45^\circ$ 和 $\pm 75^\circ$ 的带通子图。为了获取指向这些方向的冲激响应,就不能把图2中的两棵小波树的输出解释成两对通常意义上的实数结果,而必须将树a和树b的尺度函数的输出系数(即低通滤波器的输出)看作是一个复数对,而把两棵树的小波函数的输出系数(即高通滤波器的输出)看作是来自于另一个复数对。

因为二元树复小波变换的理论基础仍然是复小波变换,只是改变了复小波变换的滤波系统的结构,取而代之以采用二元小波树的形式,从而在滤波结果上实现对复小波变换的逼近。因此,不论是在二元树复小波变换的二维扩展方式上,还是在其扩展后造成的数据冗余和计算量上,它的特性都与复小波变换的特性一致。

2 图象滤波中的应用

近年来,基于小波变换的图象降噪方法,由于其突出的优点而引起了人们的关注。比如, Mallat等^[4,5]较早利用了小波变换系数的局部最大值来分析图象中的奇异点,该算法消除了因总体上幅度随尺度减少而增加的极大值点和不传播到较大尺度的极大值点,并用选择性投影算法重构出降噪图象; Donoho等^[6,7]提出了基于小波系数的非线性收缩三步降噪法;另一些研究者利用基于小波的多尺度边界集合,通过直接或间接放大边界集合中的系数来突出图象边界^[8,9];还有一些研究者采用小波门限的降噪方法^[10,11],等等。

以上这些小波滤波方法可以较为有效地抑制某些分布噪声,并且能够较好地保留图象边界,但它们都没有利用到小波变换的方向解析性,其滤波结果的好坏也较大地依赖于门限的选取及图象中噪声的分布特性

和对信号、噪声特征的正确估计。基于小波变换的方向滤波方法,借助于小波变换域的方向解析性,在各子带中保留图象中各局部主方向的信息而滤除其他方向的噪声^[12]。但传统的二维小波变换只能描述图象在水平方向和垂直方向上的属性(方向选择性较差),不能反映其他方向上的特征,而二元树复小波变换不仅保持了传统小波变换良好的时频局部化的分析能力,还具有较好的方向分析能力,它能反映出图象在不同分辨率上沿多个方向的变化情形,更好地描述了图象的方向属性。利用它来实施方向滤波,完全可以克服实小波变换方向选择性差的缺陷,基于二元树复小波变换的方向滤波步骤如图3所示。

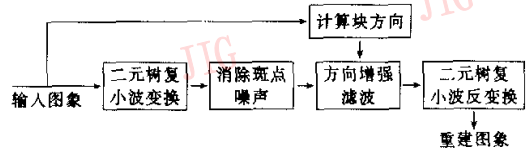


图3 基于二元树复小波变换的方向滤波框架图

(1) 方向计算

在线形纹理图象中,局部呈现出一致的方向性,而从总体上来看,图象的方向是连续变化的,其取值范围为 $[0, \pi]$ 。为了减少计算时间和节约存储空间,需要对连续方向进行量化,这里将方向量化成 0° , $\pm 15^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm 75^\circ$, 90° 8个方向。

由于邻域点的方向性大致相同,因此可将图象分成 $m \times n$ 个互不重叠的图象块(比如 16×16 个像素点),然后统计图象块内点方向分布情况,对应像素点最多的方向称为该块的方向。

(2) 消除斑点噪声

对于被噪声污染的图象,为了很好地保持边缘信息,需要在抑制噪声方面作一些工作。Antonini指出,除了最低频分量小波系数外,其他各分量小波系数的分布可用广义高斯正态函数来描述,都几乎对称地分布在零点的两侧^[13]。小尺度上大部分系数的值都较小,为了保持主边缘,根据小波系数分布呈高斯正态分布,一种直观而有效的消除噪声方法是直接对小波系数取一阈值,仅由保留下来的较大的系数重构原信号,因此阈值的选取成了这类算法的关键。Donoho给出了基于正交小波变换的阈值 T ^[4]

$$T = 2\sigma \log N \quad (1)$$

其中, σ 为噪声标准差, N 为信号采样点数。实际上,该阈值在 N 过大时显得太大,在 N 较小时则过小,因此往往不采用因子 $2\log N$,而代之以一常数 c ,即

$$T = c\sigma \quad (2)$$

Carlotto 实行的是“软阈值”^[14],即将绝对值大于 T 的小波系数按下式计算

$$\hat{W}(i) = \text{sgn}(W(i)) \cdot (|W(i)| - T)_+ \quad (3)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

其中, W 表示小波系数, $(\cdot)_+$ 表示括号内的值若小于 0, 取值为 0, 若大于 0, 取值不变。

实际上, 往往取“硬阈值”效果更好, 即将大于 T 的变换值保持不变。这里采用 Pan 等人给出的阈值计算方法^[15]

$$T_m = c\sigma_m \quad (4)$$

其中, m 为尺度, σ_m 为尺度 m 上的噪声方差。一般来说最佳的 c 值会随不同的信号、不同强度的噪声而变化, 人为选定的 c 不一定总能够很接近最佳点。对一般信号而言, 将 c 取在 3~4 之间是合理的, 本文取 $c = 2\sqrt{2}$ 。

(3) 增强滤波

对图象块 $g_i(x, y) (i \in [1, m \times n])$ 分别进行 N 层二元树复小波分解, 得到由不同尺度下一个低频复数分量 $\{A_i^{(j)} | j = 1, 2, \dots, N\}$ 及 6 个不同方向的复数分量 $\{D_i^{(j, \alpha)} | j = 1, 2, \dots, N; \alpha = \pm 15^\circ, \pm 45^\circ, \pm 75^\circ\}$ 组成的变换域图象 $I_i(x, y)$ 。对于高频分量, 直接在频率域内, 增强或减弱 6 个方向的复数分量的某些方向边缘信息, 可得到尺度 j 上的边缘图象序列 $e_i^{(j)}$

$$e_i^{(j)} = \{k_\alpha D_i^{(j, \alpha)} | \alpha = \pm 15^\circ, \pm 45^\circ, \pm 75^\circ\} \quad (5)$$

式(5)中的 k_α 都取 1 时, 没有增强任何方向的边缘分量。

设 $e_i^{(1)}, e_i^{(2)}, \dots, e_i^{(N)}$ 分别为 N 个尺度上的边缘, 增强后的边缘序列为 e_i

$$e_i = \{l_1 e_i^{(1)}, l_2 e_i^{(2)}, \dots, l_N e_i^{(N)}\} \quad (6)$$

实际上, 通过式(5)中 k_α 和式(6)中 l_1, l_2, \dots, l_N 的不同取值, 可以得到任意一个(或几个)尺度或任意一个方向增强的边缘信息。将这些增强后的高频分量和低频分量一起进行二元树复小波反变换, 就可得到按某个方向增强滤波的图象块。

3 实验结果及性能分析

以一类具有局部一致方向性的图象——指纹图象为例对算法进行了实验。指纹图象中不但纹理形态多样, 而且常常参杂着多种分布噪声, 其中一些噪声很难用数学模型进行描述, 因此该类图象具有典

型的代表性。

将指纹图象分为多个互不重叠的 16×16 大小的图象块, 其中图象的大小为 512×512 , 共有 256 个灰度级, 图象块的个数为 32×32 。对每个图象块分别求出其块方向, 将方向离散化成 8 个量化级(如图 4 所示), 二元树复小波变换采用的小波基如表 1 所示, 共进行了 4 层分解。为了滤除方向带宽之外的各类噪声, 保留并增强方向带宽之内的信号分量, 将对应于与块方向一致或相近的方向子带的 k_α 取为 3, 其他的 k_α 取为 0。而 l_1, l_2, l_3, l_4 分别取值为 1, 1.5, 2, 2。

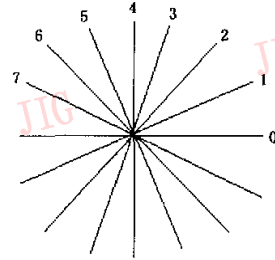


图 4 8 个量化方向

表 1 二元树复小波变换中选用的滤波器

| 奇数长低通滤波器 $H_{\dots 0}$ (长度为 13) | 奇数长高通滤波器 $H_{\dots 1}$ (长度为 19) | 偶数长低通滤波器 $H_{\dots 0}$ (长度为 12) | 偶数长高通滤波器 $H_{\dots 1}$ (长度为 16) |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| | -0.000 070 6 | | |
| | 0 | | |
| | 0.001 341 9 | | -0.000 464 5 |
| -0.001 758 1 | -0.001 883 4 | | 0.001 334 9 |
| 0 | -0.007 156 8 | -0.005 810 9 | 0.002 200 6 |
| 0.022 265 6 | 0.023 856 0 | 0.016 697 7 | -0.013 012 7 |
| -0.046 875 0 | 0.055 643 1 | -0.000 064 1 | 0.001 536 0 |
| -0.048 242 2 | -0.051 688 1 | -0.083 491 4 | 0.086 900 8 |
| 0.296 875 0 | -0.299 757 6 | 0.091 953 7 | 0.083 355 2 |
| 0.555 468 8 | 0.559 430 8 | 0.480 715 1 | -0.488 595 7 |
| 0.296 875 0 | -0.299 757 6 | 0.480 715 1 | 0.488 595 7 |
| -0.048 242 2 | -0.051 688 1 | 0.091 953 7 | -0.083 355 2 |
| ... | ... | ... | ... |

图 5 是使用该算法所得的滤波结果。图 6 是各个量化方向上的滤波结果, $0^\circ(90^\circ)$ 方向的结果是通过增强 $\pm 15^\circ(\pm 75^\circ)$ 方向子带系数而得到。由此可以看出, 该滤波器具有很强的方向选择性, 与原始图象相比较可以看出, 滤波后的图象中纹线更加清晰, 沿纹线走向, 灰度分布均匀, 纹线粘连现象也有较大改善。不过, 该算法依赖于图象块的方向信息来指导增强滤波, 一旦方向计算错误, 滤波效果也会不好。另外, 该算法运算时间比实小波滤波稍慢, 在 Pentium III 450MHz 的微机上进行, 平均每枚指纹图象的滤波时间为 8.2s。

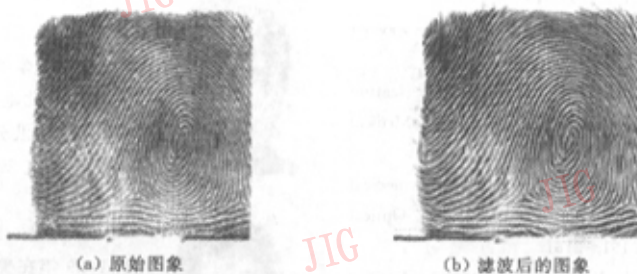


图 5 原始图象及滤波结果

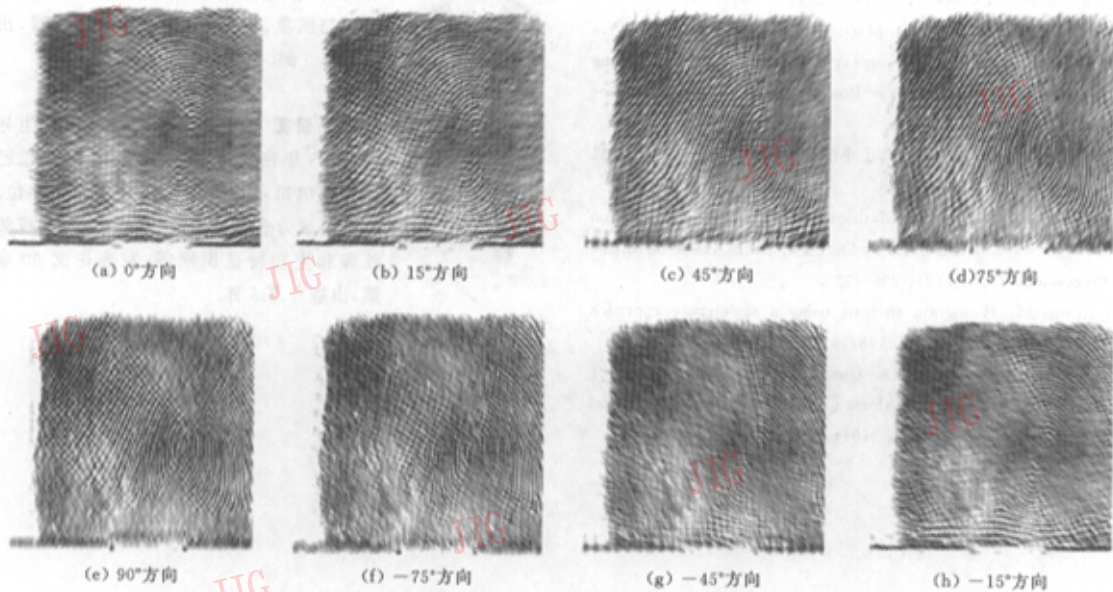


图 6 各个方向滤波结果

适用于具有局部一致方向性的各类图象。

4 结 论

由于传统二维小波变换只能描述图象在水平方向和垂直方向上的属性(方向选择性较差),不能反映其他方向上的特征,而二元树复小波变换不仅保持了传统小波变换良好的时频局部化的分析能力,而且还具有好的方向分析能力,它能反映出图象在不同分辨率上沿多个方向的变化,更好地描述图象的方向属性。本文正是利用了二元树复小波变换的良好方向选择性,将图象变换到小波域相当于把图象变换到了方向域,并通过在方向域的方向选择滤波和系数增强,滤除了方向带宽之外的各类噪声,保留并增强了方向带宽之内的信号分量。利用本方法进行滤波还可以避免对信号和噪声频率特性和统计特性进行估计,从而大大减少了滤波的复杂程度,

参 考 文 献

- 1 唐良瑞. 基于小波高频分量的边缘检测方法[J]. 北方工业大学学报, 2002, 14(1): 13~16.
- 2 Nick Kinsbury. Image processing with complex wavelets[EB/OL]. www-sigproc. eng. cam. ac. uk/ publications/ngk/ngk99a. ps. gz, 2000-10-11/2000-11-8
- 3 Nick Kinsbury. Shift invariant properties of the dual-tree complex wavelet transform[EB/OL]. www-sigproc. eng. cam. ac. uk/publications/ngk/ngk99b. ps. gz, 2000-10-11/2000-11-8
- 4 Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Trans. on Info. Theory, 1992, 38(2): 617~643.
- 5 Mallat S, Zhang S. Characterization of signals from multiscale edges[J]. IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell., 1992, 14(7): 710~732.
- 6 Donoho D. De-noising by soft- thresholding[J]. IEEE Trans.

- on Information Theory, 1995, 41(3): 613~627.
- 7 Donobo D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(12): 425~455.
 - 8 Laine A F, Schuler S, Fan J *et al.* Mammographic feature enhancement by multiscale analysis[J]. IEEE Trans. on Medical imaging, 1994, 13(4): 725~740.
 - 9 Lu J, Healy D M, Weaver J B. Contrast enhancement of medical images using multiscale edge representation [J]. Optical Engineering, 1994, 33(7): 2151~2161.
 - 10 Chang G, Vetterli M. Spatial adaptive wavelet thresholding for image denoising[A]. In: Proc IEEE. Int. Conference on Image Processing[C], Chicago, 1997, 10(2): 374~377.
 - 11 Chang S Grace, Bin Yu, Martin Vetterli. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(9): 1522~1531.
 - 12 耿茜茜, 蔡安妮, 孙景鑫. 基于小波变换的方向滤波[J]. 计算机科学, 2001, 28(10): 65~68.
 - 13 Antonini M, Barlaud M, Mathieu P *et al.* Images compression through wavelet transform coding [J]. IEEE Trans on Image Processing, 1992, 1(2): 205~220.
 - 14 Carlotto M. Histogram analysis using a scale-space approach [J]. IEEE Trans. PAMI, 1987, 9(1): 121~129.
 - 15 Pan Quan, Zhang Lei, Dai Guanzhong *et al.* Two denoising methods by wavelet transform [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1999, 47(12): 3401~3406.



唐良瑞 1966年生, 博士, 副教授, 1989年毕业于吉林大学数学系, 2002年获北京邮电大学通信与信息系统专业博士学位, 现在华北电力大学信息工程系, 主要研究方向为小波分析、图象处理、多媒体技术等。发表论文20余篇, 出版著作2本。



蔡安妮 1943年生, 教授, 博士生导师, 1989年在美国加利福尼亚大学圣巴巴拉分校电机与计算机工程系获博士学位。研究领域为多媒体通信、流媒体技术、图象处理与图象识别等。发表论文60余篇, 出版专著5部。



孙景鑫 1942年生, 教授, 博士生导师, 1989年在美国加利福尼亚大学圣巴巴拉分校电机与计算机工程系获博士学位。研究领域为多媒体通信、流媒体技术、视频处理和生物特征识别等。发表论文60余篇, 出版专著5部。