

# 光学图象几何畸变的快速校正算法

周海林 王立琦

(西安交通大学综合自动化研究所, 西安 710049)

**摘要** 实际光学镜头所成的图象难免会有几何变形。多项式坐标变换法是进行几何修正的有效方法,但是当次数较高的时候,运算量太大,难以应用到实时图象处理系统。为此在分析多项式坐标变换算法的基础上,提出了一次多项式非均匀分片逼近算法。该算法首先将图象非均匀划分成矩形区域,在每个矩形区域内部用一个一次多项式逼近高次多项式。基于对图象畸变的主要因素即径向畸变的分析,该算法的图象划分规则能在保证逼近精度的前提下占用最少的保存模型参数的空间。该算法大大降低了运算量,将运算时间减少了近2/3,同时能很好地保证逼近精度,空间代价也限制在很小的范围内。试验结果表明该算法是图象几何修正的有效方法,具有良好的工程应用价值。

**关键词** 计算机图象处理(520·6040) 几何畸变 多项式 坐标变换 分片逼近

**中图法分类号:** TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)10-1131-05

## A Fast Algorithm for Rectification of Optical Lens Image Distortion

ZHOU Hai-lin, WANG Li-qi

(Institution of comprehensive automation, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

**Abstract** Geometrical distortion in optical lens imaging is inevitable, and the polynomial coordinate transform algorithm is useful in rectification of image geometrical distortion, but it takes too much computational time to be applied in real time image processing systems when high order polynomials are employed on condition that complex nonlinear distortions are encountered. To decrease the computational complexity, an approximation algorithm is proposed in this paper, in which the image is firstly divided into rectangles, and then an appropriate first-order polynomial is used to approximate the high order polynomial within each rectangle. Based on the analysis of the radial distortion, which is considered to be the main kind of image distortion, a novel image partition method is presented to ensure minimal memory expense for model parameters. With the approximation algorithm two-third of the computational time is saved and the memory expense is also limited within a reasonable range. Experimental results indicate that the algorithm proposed in this paper is effective and valuable in the engineering applications.

**Keywords** Computer image processing, Geometrical distortion, Polynomial, Coordinate transform, Approximation

## 0 前言

在计算机视觉、图象处理和图象跟踪等应用领域,由于成像系统中的光学镜头与理想针孔模型不一致,拍摄的图象总会有几何失真。特别是在使用广角镜头的时候,径向畸变会严重影响图象质量,给进一步的分析处理带来困难,而且这样的非线性畸变不容易用简单的方法加以排除。对于这个问题,人们进行了大量的研究,如使用多项式坐标变换的方法

描述理想图和畸变图之间的地址映射<sup>[1,2]</sup>,或者从摄像机的成像原理出发,研究了几何畸变的影响因素<sup>[3]</sup>。用多项式坐标变换实现地址映射的方法在工程中得到了一定的应用,但是,为了描述径向畸变这样的非线性失真,必须使用三次或者更高次的二元多项式,这样运算就很耗时,在实时图象处理系统中难以实现。为此在多项式坐标变换法的基础上,提出了一次多项式分片逼近的算法。采用分片算法以后,运算时间减少了近2/3,且具有与高次模型一致的校正效果。

基金项目:国家重点基础研究发展规划(973)项目(2001CB309403)

收稿日期:2003-01-16;改回日期:2003-06-03

## 1 基于多项式坐标变换的几何校正算法原理

物体按照理想针孔模型成像,所得的图象为理想图,记为  $f(x, y)$ , 由于实际的光学镜头与理想针孔模型不完全一致, 因此所成的图象有畸变, 称为畸变图, 记为  $g(x, y)$ . 假定理想图中的点  $(x, y)$  在畸变图中对应坐标为  $(\tilde{x}, \tilde{y})$ ,  $(x, y)$  与  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  之间的映射关系为

$$\begin{cases} \tilde{x} = s(x, y) \\ \tilde{y} = t(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

工程中一般使用多项式来近似这两个函数. 假定多项式的次数为  $k$ , 则

$$\begin{cases} \tilde{x} = \hat{s}(x, y) = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} u_{ij} x^i y^j \\ \tilde{y} = \hat{t}(x, y) = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} v_{ij} x^i y^j \end{cases} \quad (2)$$

为了确定多项式系数, 在理想图中找  $N$  个点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ , 这些点称为约束点, 它们在畸变图中对应的坐标分别为  $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1), (\tilde{x}_2, \tilde{y}_2), \dots, (\tilde{x}_N, \tilde{y}_N)$ , 基于这  $N$  对约束点数据用最小二乘法可以辨识出式(2)中的参数, 从而确定坐标映射关系.

对于理想图中的一点, 利用式(2)可得到它在畸变图中对应的位置, 然后使用灰度插值的方法即可得到该点的颜色(或者灰度). 对理想图中的每一点做这样的处理, 就完成了图象的几何畸变校正.

## 2 一次多项式的分片校正算法

对于诸如径向畸变这样的非线性失真, 所用多项式次数必须在3次或者3次以上, 否则不能起到校正的作用<sup>[2]</sup>. 这就需要执行大量运算, 在实时图象处理系统中难以承受.

分片近似算法的思想是, 把图象分成很多矩形区域, 在每个区域内用矩形的4个顶点做约束点, 辨识出适合这个区域的一次模型, 且对于不同的区域用不同的模型去做坐标变换. 由于用一次模型取代三次模型, 所以运算量大大降低.

这里矩形区域应合理划分, 使得既能保证逼近精度又尽可能地减少区域数目, 从而少占用存储空间. 为此考察摄像机成像的非线性畸变. 径向畸变是

非线性失真的主要因素<sup>[3]</sup>, 若图象只发生径向畸变, 忽略高阶项可得如下关系<sup>[3,4]</sup>

$$\begin{cases} x = \tilde{x}(1 + kr^2) \\ y = \tilde{y}(1 + kr^2) \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $(x, y), (\tilde{x}, \tilde{y})$  分别为物点的理想坐标和实际坐标,  $r$  为像点到原点的距离. 通常情况下畸变因子  $k > 0$ . 由于图象离散化时, 水平和垂直两个方向的尺度可能不同, 为方便后续处理, 把上式改写成

$$\begin{cases} x = \tilde{x}(1 + k_1 x^2 + k_2 y^2) = \tilde{x}A(x, y) \\ y = \tilde{y}(1 + k_1 x^2 + k_2 y^2) = \tilde{y}A(x, y) \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $A(x, y)$  表示  $(x, y)$  处的坐标增益,  $k_1, k_2$  分别为离散图象中的水平、垂直畸变因子. 因为径向失真相对于原点对称, 为简单起见只考虑第1象限的区域划分, 其余象限按照对称法则自然完成.

假设需要把第1象限划分为水平  $m$  格, 垂直  $n$  格, 则问题归结为: 合理确定数列  $\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  和  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ , 这里  $0 < x_1 < \dots < x_m = w, 0 < y_1 < \dots < y_n = h$ , 其中  $w, h$  分别是图象宽度、高度的一半, 使得按照这样的划分, 各个矩形区域的畸变程度均等, 从而在保证逼近精度的前提下分格格数将是最少的. 图1为根据这两个数列进行区域划分的示意图.

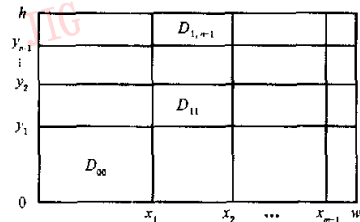


图1 图象第一象限分格

这里先给出一个结论: 令

$$x_i = w \sqrt{\frac{i}{m}}, y_j = h \sqrt{\frac{j}{n}} \quad (5)$$

其中,  $0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq n$ , 则按照图1所示的方式划分区域, 每个区域内的坐标增益保持在一定范围内, 最大坐标增益和最小坐标增益的差等于常数  $k_1 w^2/m + k_2 h^2/n$ . 下面证明这个结论.

设  $D_i$  表示由左下角为  $(x_i, y_j)$ , 右上角为  $(x_{i+1}, y_{j+1})$  的矩形区域, 则在此区域中, 最大和最小的坐标增益分别为

$$\begin{cases} A_{\max} = A(x_{i+1}, y_{j+1}) = 1 + k_1 x_{i+1}^2 + k_2 y_{j+1}^2 \\ A_{\min} = A(x_i, y_j) = 1 + k_1 x_i^2 + k_2 y_j^2 \end{cases} \quad (6)$$

最大的坐标增益差为

$$\begin{aligned}
 dA_{ij} &= A_{\max} - A_{\min} \\
 &= k_1(x_{i+1}^2 - x_i^2) + k_2(y_{j+1}^2 - y_j^2) \\
 &= k_1 w^2 \frac{(i+1-i)}{m} + k_2 h^2 \frac{(j+1-j)}{n} \\
 &= k_1 \frac{w^2}{m} + k_2 \frac{h^2}{n} \tag{7}
 \end{aligned}$$

这样就证明了无论  $i, j$  为何值,  $dA_{ij}$  都为常数. 这表明按式(5)划分区域, 任何区域内的畸变程度都是均等的.

按式(5)划分区域需要确定  $m, n$ , 为此考察如下函数

$$C(\alpha, \beta) = M\alpha\beta \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

在约束条件

$$E = \frac{k_1 w^2}{\alpha} + \frac{k_2 h^2}{\beta}$$

下的最小值点. 式中  $C(\alpha, \beta)$  为代价函数, 表明当图象第 1 象限划分为水平  $\alpha$  格垂直  $\beta$  格的时候将要付出的保存模型参数的空间代价,  $M$  为保存一格参数所需的空问大小,  $E$  为区域内坐标增益差的上限, 它是根据具体应用对校正质量的要求来指定的,  $E$  取值小则逼近精度高, 取值大则逼近精度低. 为求最小值点, 构造函数

$$H(\alpha, \beta, \lambda) = M\alpha\beta + \lambda \left( \frac{k_1 w^2}{\alpha} + \frac{k_2 h^2}{\beta} - E \right)$$

则

$$\begin{cases}
 \frac{\partial}{\partial \alpha} H(\alpha, \beta, \lambda) = M\beta - \frac{\lambda k_1 w^2}{\alpha^2} = 0 \\
 \frac{\partial}{\partial \beta} H(\alpha, \beta, \lambda) = M\alpha - \frac{\lambda k_2 h^2}{\beta^2} = 0 \\
 \frac{\partial}{\partial \lambda} H(\alpha, \beta, \lambda) = \frac{k_1 w^2}{\alpha} + \frac{k_2 h^2}{\beta} - E = 0
 \end{cases} \tag{8}$$

解式(8), 可得

$$\alpha = \frac{2k_1 w^2}{E}, \beta = \frac{2k_2 h^2}{E} \tag{9}$$

由  $C(\alpha, \beta)$  的定义可知, 按照下式确定  $m, n$ , 可在保证误差的前提下分格数目最小.

$$m = \langle \alpha \rangle \quad n = \langle \beta \rangle \tag{10}$$

其中, 符号  $\langle \eta \rangle$  表示大于或者等于  $\eta$  的最小整数.

在不考虑图象旋转平移因素的情况下, 式(9)中的参数  $k_1, k_2$  可根据式(4)中所取的  $N$  个约束点通过最小二乘法辨识出来, 由于这里求取  $k_1, k_2$  的误差仅仅影响逼近区域的划分, 对最终的几何修正效果影响甚微, 故不考虑旋转平移等因素在工程上是可行的.  $k_1, k_2$  的具体辨识方法在此不赘述.

综上所述, 为了合理地划分矩形区域, 首先用所

选的约束点辨识径向畸变因子  $k_1, k_2$ , 然后结合误差容忍限  $E$  确定分格格数  $m, n$ , 最后用公式(5)即可得到最终的矩形划分.

得到了区域的矩形划分, 就可以进行分片几何畸变校正了. 对于区域  $D_{ij}$ , 取 4 个顶点  $(x_i, y_j), (x_i, y_{j+1}), (x_{i+1}, y_j), (x_{i+1}, y_{j+1})$  作为约束点, 畸变图中对应的坐标值  $\tilde{x}_i, \tilde{y}_j, \tilde{x}_{i+1}, \tilde{y}_{j+1}$  用事先辨识出来的高次多项式模型计算得出, 通过这 4 对约束点用最小二乘法辨识适合区域  $D_{ij}$  的一次多项式模型.

### 3 试验与结果分析

按照上文所讨论的方法, 在 VC++ 6.0 下开发了具备图象几何畸变修正功能的应用程序, 其中包括畸变模型辨识以及畸变修正两个部分, 而畸变模型辨识是离线完成的. 畸变模型辨识通过下面的步骤进行:

- (1) 根据  $N$  个约束点辨识高次模型(3 次或者 3 次以上).
- (2) 根据约束点辨识式(4)中的参数  $k_1, k_2$ .
- (3) 确定区域增益差  $E$ , 用式(9)、式(10)求参数  $m, n$ .
- (4) 通过式(5)划分区域.
- (5) 辨识每个区域的一次模型参数并保存.

关于畸变修正, 第 1 步是用辨识出来的畸变模型做坐标变换, 即对于理想图中的每一点找到对应畸变图的坐标, 第 2 步使用双线性插值得到该点的颜色(灰度).

下面是两个实例, 用以比较高次多项式几何变换算法和一次多项式分片近似算法的修正效果以及各自的执行速度.

**实例 1** 图 2 是一幅均匀网格图, 图 3 是用安装广角镜头的摄像机拍摄的网格图, 图象大小为  $384 \times 288$ , 即  $w = 192, h = 144$ .



图 2 均匀网格图

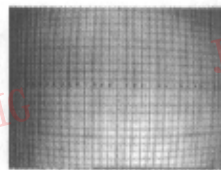


图 3 畸变的网格图

图 4 是分片校正的区域划分图, 由于图象边缘较中心畸变严重, 所以越远离中心, 划分的区域越细致.

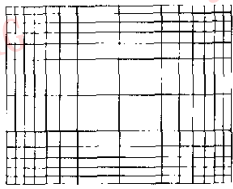
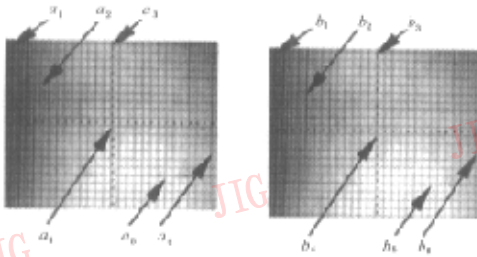


图4 分片校正的区域划分图

图5是采用两种不同的方法分别校正图3的结果,为了检验一次多项式分片算法的逼近效果,找6个网格交点,它们在图5(a)中为 $a_1, a_2, \dots, a_6$ ,在图5(b)中对应为 $b_1, b_2, \dots, b_6$ .



(a) 采用3次多项式算法 (b) 采用1次多项式分片逼近算法

图5 图3的几何修正效果

其坐标(图象中心作为坐标原点)分别为

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| $a_1$ (-182, 138); | $b_1$ (-182, 138) |
| $a_2$ (-127, 69);  | $b_2$ (-127, 70)  |
| $a_3$ (0, 139);    | $b_3$ (0, 139)    |
| $a_4$ (0, -1);     | $b_4$ (0, -1)     |
| $a_5$ (98, -86);   | $b_5$ (98, -86)   |
| $a_6$ (180, -43);  | $b_6$ (181, -43)  |

由图5可以看出,两种方法的校正效果是一致的,但是1次分片校正方法比3次多项式校正方法花费的时间少得多,两种方法各自独立做5次校正,由专门设置的定时程序记录的运行时间分别为:

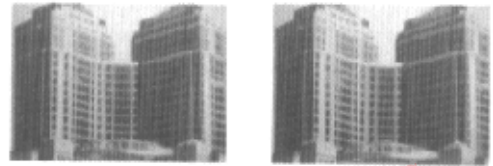
- (1) 3次模型: 582ms、608ms、585ms、596ms、595ms.
- (2) 分片1次模型: 190ms、191ms、196ms、177ms、187ms.

由于受操作系统调度的影响,各次执行的时间有所不同,不过从5次执行的平均时间来看,采用一次分片模型大大减少了运行时间.

**实例2** 图6是实际拍摄的建筑物图象,所用的摄像镜头与实例1的镜头相同.图7是其几何修正图,其中,图象按照图4所示的方式划分.对实际



图6 用广角镜头拍摄的建筑物



(a) 采用3次多项式算法 (b) 采用1次多项式分片逼近算法

图7 用两种方法校正图6的效果比较

场景图象的修正效果显示,该算法是图象几何修正的有效方法.

### 4 结论

多项式坐标变换技术在图象几何修正中是很有效的,遗憾的是,对于复杂的非线性畸变,所用的多项式次数较高,带来的计算量很大,限制了该方法在实时处理系统中的应用.本文提出的一次多项式分片逼近算法,校正效果与高次多项式坐标变换法相当,同时又大大的缩减了运算量,克服了高次多项式坐标变换法的弱点.该算法保留了多项式坐标变换的优点,它对图象的畸变机理没有任何假设,无论径向畸变还是旋转、平移、伸缩、扭曲均可取得满意的修正效果.因此,该算法在图象几何修正中是行之有效的.不过该算法建立的畸变模型是固定的,如果在拍摄过程中镜头的焦距改变,此前建立的模型就无法很好地修正图象.因为很多场合下摄像焦距需要改变,故研究焦距和畸变模型参数的关系,使模型自动跟随焦距变化,能使该算法得到更大的推广.

### 参考文献

- 1 章毓晋. 图象处理和分析[M]. 北京:清华大学出版社, 1999: 118~121.
- 2 廖士中,高培焕,苏艺. 一种光学镜头摄像机图像几何畸变的修正方法[J]. 中国图象图形学报, 2000, 5A(7): 593~596.
- 3 陈泽志,吴成柯,沈沛意. 计算机视觉测量系统的误差模型分析[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(5): 389~393.
- 4 Tsai R Y. A Versatile camera calibration technique for high accuracy 3 D machine vision metrology using off-the-shelf TV

cameras and lenses [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323~344.

- 5 许志祥, 卢宏, 沈剑. 摄像机定标及其误差分析[J]. 自动化学报, 1993, 19(1): 115~117.



**周海林** 1975 年生, 现为西安交通大学综合自动化研究所硕士研究生. 研究方向为图象处理、图象跟踪.



**王立琦** 1961 年生, 1990 年于西安交大获系统工程博士学位, 现为西安交通大学综合自动化研究所副教授. 研究方向为信息融合、机器人控制、图象处理.

## 惠普推出八色墨打印机及 5 款全新数码照片打印机

近日, 惠普公司隆重推出了一款八色墨打印机及 5 款全新的数码照片打印机. 突破性的技术创新、方便易用设计以及时尚简约的造型使得这些新产品给用户带来最精彩的数码影像和数码娱乐体验, 从而更加简单轻松地捕捉生活中的重要瞬间并与亲人和朋友共享.

这一系列数码照片打印机的推出是惠普承诺为中国消费者带来生动数码影像体验的重要举措, 并将再次巩固惠普作为全球领先的家用技术公司和数码照片打印机市场领导厂商的地位.

惠普本次推出的 5 款数码照片打印机包括了八色墨照片打印机——8 色彩印梦工厂 HP Photosmart 7960, 新型高性能照片打印机——全能彩印专家 HP Photosmart 7660 和六色彩印宝盒 HP Photosmart 7268, 以及全新便携式数码照片打印机——炫彩数码小精灵 HP Photosmart 245 和超酷数码小精灵 HP Photosmart 148.

8 色彩印梦工厂 HP Photosmart 7960——家用八色墨数码照片打印机, 在照片打印时, 通过运用青、品红、黄、浅青、浅品红、黑、深灰和浅灰 8 种颜色, 能够表现出 7290 万种颜色, 从而实现最完美的色彩效果. 使用八色墨技术打印可以减小图像的颗粒感、拓宽色域、加强彩色照片对比度和阴影细节的表现力, 并能够精确还原黑白照片中的色彩层次. 作为一项创新突破的打印技术, 八色墨技术以及它的多功能性的推出, 再次巩固了惠普在全球打印及成像业的领先地位.

HP Photosmart 7660 与 7268 照片打印机是本次惠普发布的另外两款新型高性能照片打印机. 使用这两款打印机, 用户将可以体验到逼真的照片打印质量, 并获得高达 4800dpi 的打印精度. 配合使用 HP colorfast 照片打印纸, 打印出的照片可以保持 73 年不褪色. 这两款照片打印机配置了数码相机内存卡插槽, 可以支持 10 种内存卡格式, 使得用户无需使用计算机便可轻松、方便地打印照片. HP Photosmart 7660 还可以使用照片校样页, 可以轻松选择打印.

HP Photosmart 148 及 P 和 245 正是惠普公司顺应这一潮流而精心设计的全新便携式照片打印机, 使得消费者无论是在家中还是出门在外, 无需联接计算机, 可以通过打印机的内存卡插槽直接从数码相机进行打印, 并且打印时间不到 90 秒. HP Photosmart 245 和 HP Photosmart 148 结构精巧、外形更加完美, 是时尚潮流人士的最佳选择. 只有 1.33 公斤的重量以及能够使用车载电源的特性, 更凸现了其便携性, 真正实现在任何地方都可以实现轻松打印.

HP Photosmart 245 照片打印机带有一个 1.8 英寸彩色 LCD 图像显示屏, 可供用户轻松预览、编辑与选择照片. HP Photosmart 148 照片打印机带有一个多行文本 LCD 显示屏. 值得一提的是, 这两款打印机不但可以脱离 PC 打印, 连接 PC 的打印也十分方便, 运用惠普公司附送的照片软件, 使打印更加精彩. HP Photosmart 245 和 HP Photosmart 148 的用户还可以选购 59 号灰度墨盒, 打印出层次更加分明的黑白照片. HP Photosmart 245 还具备视频动态打印功能, 用户插入包含视频资料的内存卡, 将可以打印出画面剪辑.