

伪 Zernike 矩不变性分析及其改进研究

叶 斌 彭嘉雄

(图象信息处理与智能控制教育部重点实验室华中科技大学图象识别与人工智能研究所, 武汉 430074)

摘 要 伪 Zernike 矩是基于图象整个区域的形状描述算子, 而基于轮廓的形状描述子, 例如曲率描述子、傅立叶描述子和链码描述子等是不能正确描述由几个不连接区域组成的形状的, 因为这些算子只能描述单个的轮廓形状. 同时, 由于伪 Zernike 矩的基是正交径向多项式, 和 Hu 矩相比, 除了具有旋转不变性、高阶矩和低阶矩能表达不同信息等特征外, 还具有冗余性小、可以任意构造高阶矩等特点, 另外, 伪 Zernike 矩还可以用于目标重构. 目前, 伪 Zernike 矩没有得到广泛的应用, 其中的一个主要原因是, 它不具备真正意义上的比例不变性. 为了能使伪 Zernike 矩得到更广泛的应用, 在详细分析伪 Zernike 矩不变性的基础上, 提出了伪 Zernike 矩的改进方法, 使改进后的伪 Zernike 矩在保持旋转不变性的同时, 还具有真正意义上的比例不变性, 同时给出了部分的实验分析结果. 实验结果证明, 该改进后的伪 Zernike 矩较改进前的伪 Zernike 矩, 具有更好的旋转和比例不变性.

关键词 计算机图象处理(520·6040) 伪 Zernike 矩 不变性 形状 基于区域 基于轮廓

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)03-0246-07

Improvement and Invariance Analysis of Pseudo-Zernike Moments

YE Bin, PENG Jia-xiong

(State Key Lab. For Image Processing & Intelligent Control Institute for Pattern Recognition & Artificial Intelligence Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074)

Abstract Pseudo-Zernike is a kind of region-based shape descriptor, contour-based shape descriptors, such as curvature descriptors, Fourier descriptors, signature or chain code-based descriptors, are not appropriate for describing shapes consisting of several disjoint regions, since they are often based on a single contour. There is no information redundancy because the bases of pseudo-Zernike moments are orthogonal. The magnitude of pseudo-Zernike moments has rotational invariant property. An image can be better described by a small set of its pseudo-Zernike moments than any other types of moments such as geometric moments, Legendre moments, rotational moments, and complex moments in terms of mean-square error. A relatively small set of pseudo-Zernike moments can characterize the global shape of a pattern effectively. Lower order moments represent the global shape of a pattern and higher order moments represent the detail. Pseudo-Zernike moments do not possess scale invariance. In this paper, we analyze the invariance of pseudo-Zernike moments and present an improved pseudo-Zernike moments that not only have rotation invariance, but also have scale invariance. and the same time, we give part of analysis result. The experimental results show that the improved Zernike moments have better invariant properties than unimproved Zernike moment using as region-based shape descriptor.

Keywords Pseudo-Zernike moments, Invariance, Shape, Region-based, Content-based

0 引 言

合理地选择形状描述子是目标识别和定位的关键, 因为形状是一个目标的基本特征. 目前已有基于轮廓的和基于区域的两种重要的形状描述子^[1, 2].

其中, 基于轮廓的形状描述子不适合描述具有几

个不连接区域的复杂形状, 例如商标、标志、图案、版画和字符等, 以及自然场景中的各种形状. 如果一个目标由于微小的变化而断裂成为几个部分或一个目标与邻近的目标相连时, 那么这个目标的轮廓将会剧烈地变化, 而绝大部分基于轮廓的形状算子, 例如曲率描述子、傅立叶描述子和链码描述子等是不能正确描述由几个不相连的区域构成的形状, 因为它们基

于单个轮廓的. 例如, 考虑图 1 中的形状, 图 1(a) 和图 1(c) 从人的视觉来看, 虽非常相似, 但它们的轮廓

或边界(图 1(b)和图 1(d))却根据内接的正方形是否与外接圆相接触而产生巨大的差异.

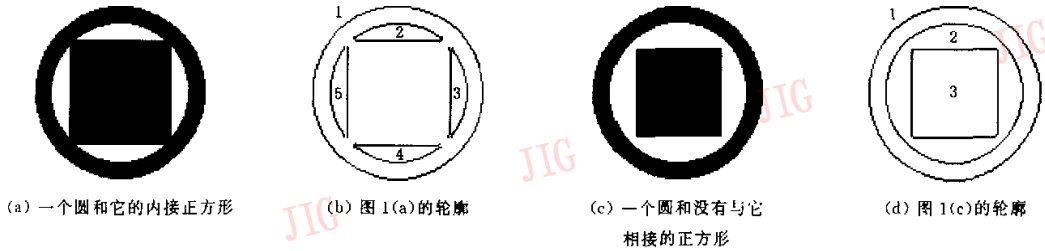


图 1 视觉上的相似图象

基于区域的形状描述子, 例如矩, 更适于描述具有复杂边界的目标形状, 因为它们不仅仅可用于计算目标轮廓上的像素点, 而且还可用于计算构成目标形状的所有像素点, 但普通的矩有一个缺点, 它的矩信息中, 包含有冗余信息, 这是由于它的基不是正交所致, 另外它的高阶矩对噪声也敏感.

析等等, 另外, 伪 Zernike 速度矩还可以用来描述一个模式的形状和图象序列中该模式运动的速度.

伪 Zernike 矩描述子对描述各种模式的形状具有以下这些特点^[3-6]:

(7) 便于实现 可以任意构造高阶矩, 而不像 Hu 矩要去找具有不变性的高阶矩那样非常困难. 其用于识别时, 由于伪 Zernike 矩会提供更多的特征, 从而可提高识别的正确率.

(8) 伪 Zernike 矩可以用于目标重构

(1) 旋转不变性 这是伪 Zernike 矩最具魅力的一个优点, 因此, 可以利用伪 Zernike 矩来提取旋转不变量特征, 以对图象中目标进行几何校正.

由此可见, 伪 Zernike 矩是一个理想的形状描述算子, 尽管伪 Zernike 矩描述子有一个不足之处, 即它没有比例不变性, 但目前可以通过适当的图象归一化方法, 使比例不变性在某种程度上得到实现^[7]. 但采用这种图象归一化方法得到的伪 Zernike 矩不能完全反映目标原始形状的特征, 这是由于数字图象具有离散性的缘故, 即缩放一个形状不可避免地要进行重新采样和量化, 从而导致形状中一些信息的丢失, 特别是在形状缩小的情况下, 更为严重. 例如, 数字图象中一个圆形的目标在缩小到一定程度时, 就会成为一个正方形的目标.

(2) 鲁棒性 即对形状的微小改变和噪声具有鲁棒性. 同 Zernike 矩相比, 在相同阶的情况下, 伪 Zernike 矩具有更多的低阶矩, 例如当阶分别等于 5、10 和 20 时, Zernike 矩有 12、36 和 121 个矩, 而伪 Zernike 矩则有 21、66 和 231 个矩, 而且低阶矩越多, 抗噪声的能力越强.

(3) 信息表达的冗余性小 由于伪 Zernike 矩的基是正交径向多项式, 因而可以保证所提取的特征相关性小和冗余性小.

1 伪 Zernike 矩的定义和不变性分析

(4) 信息表达的高效性 一幅图象可以用一组很小的伪 Zernike 矩集合来很好地表示, 因此和其他类型的矩(例如几何矩、Legendre 矩、旋转矩和复数矩)相比, 具有更小的均方误差.

1.1 伪 Zernike 矩的定义

(5) 多层次表达 相关的一组伪 Zernike 矩的小集合就可以有效地表示一个模式的全部形状, 其中低阶矩描述的是一个模式的整体形状, 而高阶矩描述的是模式的细节.

伪 Zernike 矩是一种正交复数矩, 它所利用的正交多项式集是一个在单位圆($D^2: x^2 + y^2 \leq 1$)内的完备正交集, 伪 Zernike 矩定义^[6]为

$$P_{p,q} = \frac{p+1}{\pi} \iint_{D^2} f(x,y) W_{p,q}^*(x,y) dx dy \quad (1)$$

上式中, p 是正整数或零, q 是整数, 并且 $|q| \leq p$, $f(x,y)$ 是图象函数, * 表示复数共轭.

(6) 能描述运动图象 伪 Zernike 矩不仅可用于静止图象的几何校正、特征提取, 而且还可以用于运动图象(图象序列)分析, 例如体育运动图象中, 标枪在空中飞行过程中的方向与速度、距离关系的分

在极坐标中, p 阶 q 重的伪 Zernike 基函数表示为

$$W_{p,q}(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) = S_{p,q}(\rho) \exp(iq\theta) \quad (2)$$

上式中, $S_{p,q}$ 是由下式给出的径向多项式

$$S_{p,q}(\rho) = \sum_{s=0}^p \frac{(-1)^s (2p+1-s)!}{s!(p-q-s)!(p+q+1-s)!} \rho^{p-s} \quad (3)$$

对于数字图象, 设 $I(i, j)$ 是当前像素, 则式(1) 成为

$$P_{p,q} = \frac{p+1}{\pi} \sum_i \sum_j I(i, j) W_{i,j}^*(i, j) \quad (4)$$

where $i^2 + j^2 \leq 1$

1.2 伪 Zernike 矩的不变性分析

由于伪 Zernike 矩是复数矩, 因此, 一般把伪 Zernike 矩的模当作伪 Zernike 矩来使用. 这种伪 Zernike 矩的不变性主要表现在它的旋转不变性上, 但它不具有平移不变性和比例不变性^[8,9]. 在计算中, 可以通过将坐标系原点平移到目标的重心和对图象中的目标进行大小归一化等方法来间接地使伪 Zernike 矩达到平移不变性和比例不变性.

下面就伪 Zernike 矩的旋转不变性、平移不变性和比例不变性做一下理论分析.

为了计算图象 $f(x, y)$ 的伪 Zernike 矩, 图象 (或感兴趣的区域) 首先需映射到极坐标下的单位圆上, 其中, 图象的中心就是单位圆的圆心, 那些映射到单位圆外的像素将不参与计算. 极坐标用 ρ 和 θ 表示, 这里, ρ 是原点到坐标点的向量长度, θ 是逆时针方向从 x 坐标轴到该向量的角度, 而从直角坐标到极坐标的映射则为

$$x = \rho \cos \theta \quad y = \rho \sin \theta \quad (5)$$

上式中

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \quad (6)$$

在实际应用中, 因为 $\tan^{-1}(y/x)$ 常常定义在区间 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 内, 所以必须注意直角坐标是哪一象限的.

1.2.1 旋转不变性

当目标映射到单位圆上时, 伪 Zernike 矩的模具有旋转不变性, 即目标在单位圆 D^2 上的旋转可表示成相位的改变^[10-13]. 如果 φ 是旋转角度, $P_{p,q}^R$ 是旋转后目标的伪 Zernike 矩, 则

$$P_{p,q}^R = P_{p,q} \exp(-iq\varphi) \quad (7)$$

$$|P_{p,q}^R| = |P_{p,q} \exp(-iq\varphi)| = |P_{p,q}| \quad (8)$$

可见伪 Zernike 矩具有旋转不变性.

1.2.2 平移不变性和比例不变性

在计算伪 Zernike 矩之前, 应先计算直角坐标系下目标的 0 阶和 1 阶几何矩, 这样, 通过坐标原点的平移和图象归一化, 即可实现伪 Zernike 矩的平移和

比例不变性^[1]. 具体讲, 就是通过计算几何中心矩来将坐标原点平移到图象中心, 使 $m_{0,1} = m_{1,0} = 0$, 这里 $m_{0,1}$ 和 $m_{1,0}$ 是图象的重心(形心), 这样就实现了平移不变性. 比例不变性是通过改变图象中目标大小, 使它的面积 $m_{0,0} = \beta$, 这里 β 是预先设定的值. 上述两个不变性可通过下式实现

$$g(x, y) = f\left(\frac{x}{a} + \bar{x}, \frac{y}{a} + \bar{y}\right), \text{ 这里 } a = \sqrt{\frac{\beta}{m_{0,0}}} \quad (9)$$

上式中, $g(x, y)$ 是平移和比例缩放后新的函数. 由于是在离散情况下进行的处理, 因此不可避免地会出现误差.

1.3 伪 Zernike 矩的提取

图 2 给出的是从一幅图象中提取伪 Zernike 矩的过程框图^[14]. 提取伪 Zernike 矩时, 首先, 对输入图象二值化, 这里伪 Zernike 矩是定义在单位圆上的, 该圆是以图象中目标的中心为圆心, 以圆心到目标最外像素点的距离为半径, 然后对圆内的目标重新采样, 使其大小归一化到指定的像素数(这个归一化的步骤用来帮助描述子实现比例不变性); 最后从归一化后的图象中计算出各阶伪 Zernike 矩, 其幅值用作描述子, 而形状描述子中使用的伪 Zernike 矩的数目则根据实验确定. 表 1 列出了 p 阶和它对应的矩数.

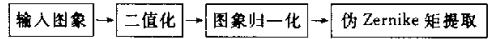


图 2 伪 Zernike 矩提取框图

表 1 0 到 5 阶伪 Zernike 矩列表

p	伪 Zernike 矩	矩的数目
0	$P_{0,0}$	1
1	$P_{1,0} \quad P_{1,1}$	2
2	$P_{2,0} \quad P_{2,1} \quad P_{2,2}$	3
3	$P_{3,0} \quad P_{3,1} \quad P_{3,2} \quad P_{3,3}$	4
4	$P_{4,0} \quad P_{4,1} \quad P_{4,2} \quad P_{4,3} \quad P_{4,4}$	5
5	$P_{5,0} \quad P_{5,1} \quad P_{5,2} \quad P_{5,3} \quad P_{5,4} \quad P_{5,5}$	6

在实际应用中, 伪 Zernike 基函数通过离线计算得到, 并存储在内存中, 伪 Zernike 矩通过查表方法计算得到.

2 数字图象的再采样对不变矩的影响

设连续图象 $f(x, y)$ 的频谱 $F(u, v)$ 是带限的, 其最高频率为 Ω_x 和 Ω_y , 则根据抽样理论, 如果抽样间隔满足

$$\Delta x \leq \frac{\pi}{\Omega_x}, \Delta y \leq \frac{\pi}{\Omega_y}$$

则可由采样后的数字图象 $f_s(i, j)$ 来无失真地恢复 $f(x, y)$. 然而, 由于实际图象不会是带限的, 即 Ω_x 和 $\Omega_y \rightarrow \infty$, 仅当 Δx 和 $\Delta y \rightarrow 0$ 时, 才会满足抽样理论, 由于这在实践中是不可能的, 因而图象离散化总会引起图象的失真, 也会导致由数字图象计算的不变矩产生误差. 由抽样定理的概念易于推知, 若 Δx 和 Δy 愈小, 则误差愈小, 而若抽样间隔 Δx 和 Δy 保持一定时, 则缩小图象时的误差增大. 与其类似, 由于图象在各个方向上的频带宽度是不同的, 且空间离散化引起的误差也不同, 因而, 当目标旋转时, 具有旋转不变性的不变矩将不再严格不变. 这提示我们, 为了使计算得到的不变矩能保持不变性, 应该通过矩的归一化来实现, 而不应该通过图象的归一化来实现.

从以上分析可以看到, 这种先对图象归一化, 然后计算伪 Zernike 矩的方法, 不仅不能保证比例不变性, 而且旋转不变性也不再严格地不变.

3 伪 Zernike 矩的改进方法

3.1 伪 Zernike 矩描述子的改进方法

(1) 计算出图象中, 目标的 $(0, 0)$ 阶几何矩

$$m_{0,0} = \iint f(x, y) dx dy \quad (10)$$

即目标的重量或面积.

(2) 计算各阶伪 Zernike 矩

$$P_{p,q} = \frac{p+1}{\pi} \iint_{D^2} f(x, y) W_{p,q}^*(x, y) dx dy \quad (11)$$

这里, $D^2: x^2 + y^2 \leq 1$.

(3) 归一化伪 Zernike 矩

$$\tilde{P}_{p,q} = \frac{P_{p,q}}{m_{0,0}} \quad (12)$$

(4) 取伪 Zernike 矩的模 $|\tilde{P}_{p,q}|$ 作为模式识别中的形状特征, 下面的伪 Zernike 矩指的就是伪 Zernike 矩的模.

图 3 给出的是从一幅图象中提取改进后伪 Zernike 矩的过程框图. 图中, 虚线框中的内容就是提取改进后伪 Zernike 矩的过程.

3.2 改进后的伪 Zernike 矩分析

改进后的伪 Zernike 矩, 从理论上可以严格证明其具有比例不变性和旋转不变性, 详细的理论证明见文献[15].

在改进后的伪 Zernike 矩中, 有 3 个矩是值得注意的, 它们是 $\tilde{P}_{0,0} = \frac{1}{\pi}$ 和 $\tilde{P}_{1,1} = \tilde{P}_{1,-1} = 0$. 在证明

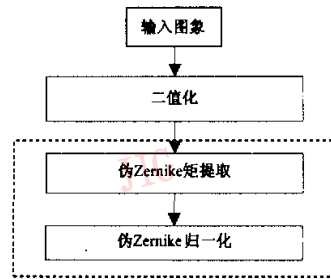


图 3 改进后的伪 Zernike 矩提取框图

上述命题前, 首先给出极坐标系的定义

定义 1 假设 $f(x, y)$ 是一图象, (x_c, y_c) 是它的中心坐标, 则可使用

$$\rho = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \quad (13)$$

$$\theta = \tan^{-1}((y - y_c)/(x - x_c)) \quad (14)$$

来定义极坐标系.

证明

因有

$$S_{0,0}(\rho) = \frac{(-1)^0(2 \cdot 0 + 1 - 0)!}{0!(0 - 0 - 0)!(0 + 0 + 1 - 0)!} \rho^0 = 1 \quad (15)$$

所以

$$W_{0,0}^*(\rho, \theta) = S_{0,0}(\rho) \exp(-i \cdot 0 \cdot \theta) = 1 \quad (16)$$

$$\tilde{P}_{0,0} = \frac{0 + 1}{\pi} \iint_{D^2} f(x, y) W_{0,0}^*(\rho, \theta) dx dy$$

$$= \frac{\frac{1}{\pi} \iint_{D^2} f(x, y) \cdot 1 \cdot dx dy}{m_{0,0}} \quad (17)$$

由定义 1 可知, 在单位圆上, 由于图象 $f(x, y)$ 的支撑是闭的, 所以可以通过除去积分的区域来得到

$$\tilde{P}_{0,0} = \frac{\frac{1}{\pi} \iint f(x, y) dx dy}{m_{0,0}} = \frac{m_{0,0}}{\pi m_{0,0}} = \frac{1}{\pi} \quad (18)$$

同时, 因有

$$S_{1,1}(\rho) = \frac{(-1)^0(2 \cdot 1 + 1 - 0)!}{0!(1 - 1 - 0)!(1 + 1 + 1 - 0)!} \rho^1 = \rho \quad (19)$$

所以

$$W_{1,1}^*(\rho, \theta) = S_{1,1}(\rho) \exp(-i\theta) = \rho(\cos\theta - i\sin\theta) \quad (20)$$

取出 $W_{1,1}^*(\rho, \theta)$ 的实部和虚部

$$\operatorname{Re} W_{1,1}^*(\rho, \theta) = \rho \cos\theta \quad (21)$$

$$\operatorname{Im} W_{1,1}^*(\rho, \theta) = -\rho \sin\theta \quad (22)$$

然后使用定义 1, 因有

$$\operatorname{Re}W_{1,1}^*(\rho, \theta) = x - x_c \quad (23)$$

$$\operatorname{Im}W_{1,1}^*(\rho, \theta) = -(y - y_c) \quad (24)$$

所以

$$\operatorname{Re}\bar{P}_{1,1} = \operatorname{Re} \frac{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi} \iint_{D^2} f(x, y) W_{1,1}^*(\rho, \theta) dx dy}{m_{0,0}}$$

$$= \frac{\frac{2}{\pi} \iint_{D^2} f(x, y) \operatorname{Re}W_{1,1}^*(\rho, \theta) dx dy}{m_{0,0}} \quad (25)$$

现在,根据定义1,由于 $f(x, y)$ 的支撑在单位圆 D^2 上是有界的,因此可以通过除去积分区域来得到

$$\operatorname{Re}\bar{P}_{1,1} = \frac{\frac{2}{\pi} \iint f(x, y)(x - x_c) dx dy}{m_{0,0}} = \frac{2m_{1,0}}{\pi m_{0,0}} = 0 \quad (26)$$

相似地 $\operatorname{Im}\bar{P}_{1,1} = 0$,所以 $P_{1,1} = 0$,另外,由 $P_{p,q} = P_{p,-q}^*$,有 $\bar{P}_{1,-1} = 0$.

4 实验

为了评判改进后的伪 Zernike 矩描述子的性能,还进行了一组实验.实验的测试图象是 MPEG-7 核心商标图象库(共3 000幅)中的商标图象^[16].前10个商标图象见图4.

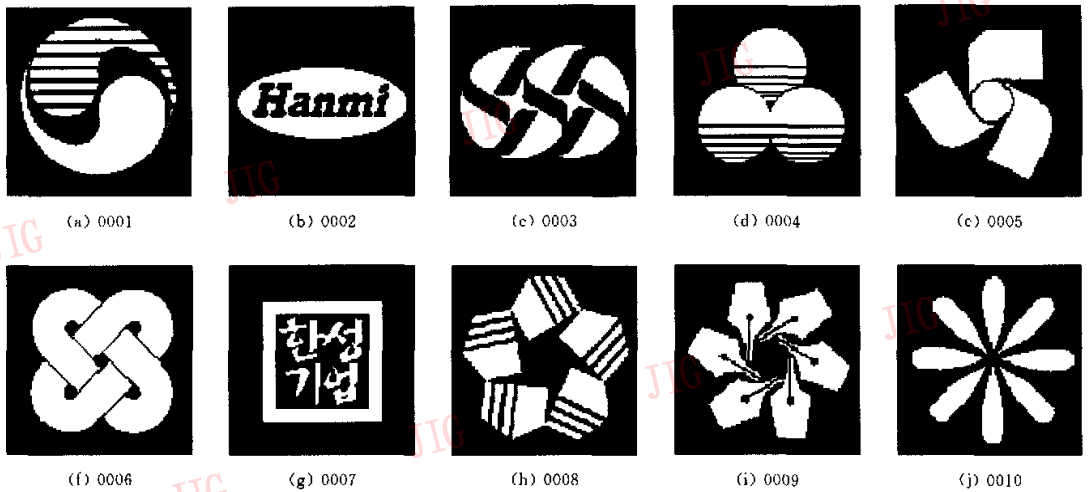


图4 3 000个产品商标图象中的前10个商标图象(编号0001~0010)

实验按下列步骤进行:

步骤1 图象变换,测试图象按以下方式变换:

- (1) 旋转变换 分别逆时针旋转 $5^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ 和 150° .
- (2) 比例变换 原图象分别缩放300%,230%,120%和90%.
- (3) 旋转/缩放变换 先旋转 50° ,然后缩至原图象的90%.

步骤2 伪 Zernike 矩值计算,分别计算变换后图象的改进后的和没有改进的0~5阶共21个伪 Zernike 矩值.

步骤3 伪 Zernike 矩分析,分别画出改进的和没有改进的伪 Zernike 矩值.

图5和图6分别是图4(a)和图4(b)的改进后与没有改进的伪 Zernike 矩值.这里只给出了原图、原图逆时针旋转 50° 的图象和原图放大1.2倍后图

象的伪 Zernike 矩值(分别对应于图上点、加号和星号).从图5(a)和图6(a)可见,改进后的伪 Zernike 矩变化很小,很难显示它们之间的差异,特别是图象放大1.2倍后,得到的伪 Zernike 矩和原图象的伪 Zernike 矩几乎完全一致,这体现了改进后的伪 Zernike 矩具有极好的比例不变性.同时可以看到,对于旋转不变性,图5(a)比图6(a)的要好,这是由于图4(a)商标具有圆对称的特点,而图4(b)商标不具有圆对称特点所致,这正说明数字图象的重采样,将会使具有旋转不变性的不变矩不再严格不变.图5(b)和图6(b)是没有改进的伪 Zernike 矩值,从旋转不变性和比例不变性看,它们都不如图5(a)和图6(a)的好.从图5、图6可以看出,改进后的伪 Zernike 矩在旋转不变性和比例不变性上,的确比没有改进的伪 Zernike 矩要好.

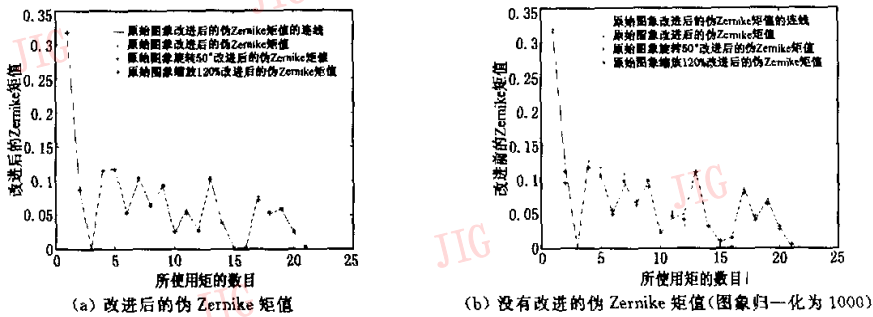


图 5 商标 0001 改进后和没有改进的伪 Zernike 矩值

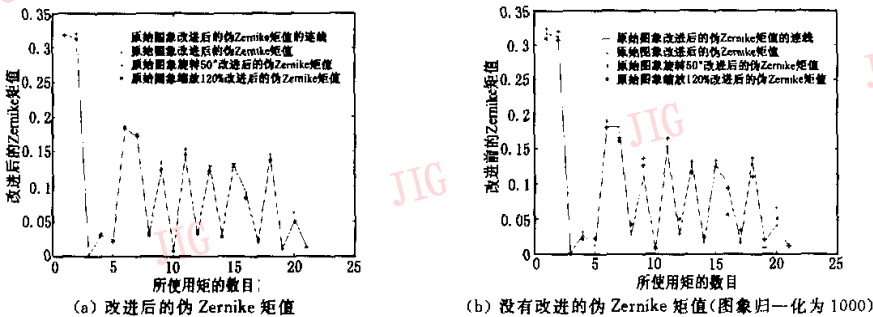


图 6 商标 0002 改进后和没有改进的伪 Zernike 矩值

图 7 是商标 0001, 0002, 0003 其改进后的伪 Zernike 矩值。从图 7 可见, 这 3 个商标改进后的伪 Zernike 矩, 除 $\tilde{P}_{0,0}$ 等于 0.318, $\tilde{P}_{1,1}$ 等于 0 外, 其他各阶矩都有较大差异, 可以选为识别目标的特征。

图 8 是商标库中前 10 个图象分别经过旋转和缩放变换后, 其改进前、后的伪 Zernike 矩相对于原始图象的平均误差值。从图中可以看到, 无论是旋转变换, 还是缩放变换, 改进后的伪 Zernike 矩, 其平均误差都比改进前的小很多。

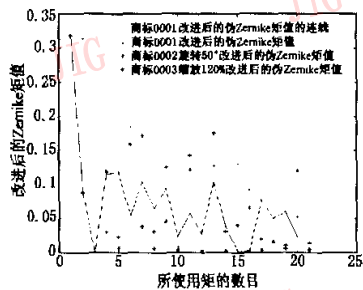


图 7 商标 0001, 0002, 0003 改进后的伪 Zernike 矩值

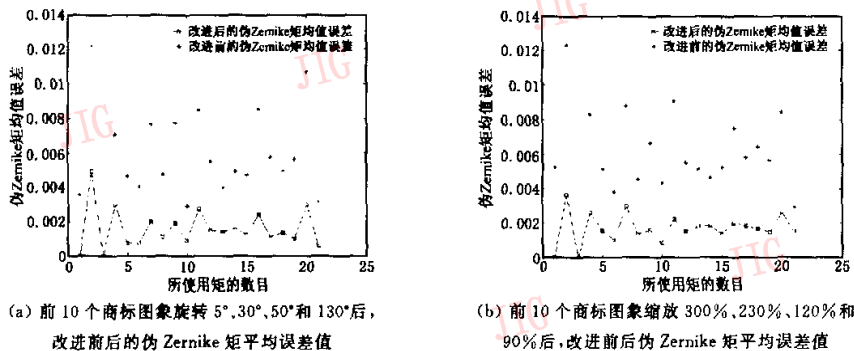


图 8 改进前、后伪 Zernike 矩的平均误差值

用以改进后的伪 Zernike 矩和没有改进的伪 Zernike 矩为特征的商标检索系统^[14]来对 MPEG 7 核心商标图象库进行检索的正确识别率分别为 91% 和 82%。

5 结 论

伪 Zernike 矩是基于图象整个区域的形状描述算子,同基于轮廓的形状描述子相比,它能更好地描述复杂的模式。大家知道,伪 Zernike 矩多项式的基是正交的,虽然同 Hu 矩相比,它具有冗余性小、可以任意构造高阶矩的特点,但由于伪 Zernike 矩又具有一个重要的不足,即不具有比例不变性和平移不变性,为此,本文在分析伪 Zernike 矩不变性的基础上,提出了伪 Zernike 矩的改进方法,使改进后的伪 Zernike 矩在保持旋转不变性的同时,还具有比例不变性,并给出了部分的分析结果。实验结果证明,该改进后的伪 Zernike 矩比用目前方法提取的伪 Zernike 矩,具有更好的旋转不变性,同时还具有比例不变性。

参 考 文 献

- 1 Teh C H, Chin R T. On image analysis by the method of moments [J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1988, 10(4): 496~513.
- 2 Lew J G. Computing a shape's moments from its boundary[J]. Pattern Recognition, 1991, 24(10): 949~957.
- 3 Belkasim S O. Pattern recognition with moment invariants—A comparative study and new results [J]. Pattern Recognition, 1991, 24(12): 1117~1138.
- 4 Khotanzad A. Invariant image recognition by Zernike moments [J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(5): 489~497.
- 5 Nassery P, Faez K. Signature pattern recognition using pseudo-zernike moments and a fuzzy logic classifier [A]. In: Proc. of IEEE Conference on Image Processing [C]. Lausanne, Switzerland, 1996, 2: 197~200.
- 6 Mukundan R, Ramakrishnan K R. Moment functions in image analysis—theory and applications [M]. Singapore: World Scientific Publishing, 1998.
- 7 Abu-Mostafa Y S, Psaltis D. Image normalization by complex moments [J]. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 1985, PAMI-7: 46~55.
- 8 Namazi M, Faez K. Recognition of multifont farsi/arabic characters using a fuzzy neural network [A]. In: Proceeding of IEEE Region 10 Annual International Conference [C], San Antonio, TX, USA, 1996, 2: 918~922.
- 9 Khotanzad A, Hong Y H. Rotation invariant image recognition using features selected via a systematic method [J]. Pattern Recognition, 1990, 23(10): 1089~1101.
- 10 Kintner E C. On the mathematical properties of the Zernike polynomials [J]. Optica Acta, 1976, 23(8): 679~680.
- 11 Mukundan R, Ramakrishnan K R. Fast computation of legendre and Zernike moments [J]. Pattern Recognition, 1995, 28(9): 1433~1442.
- 12 Jiang X Y. Simple and fast computation of moments [J]. Pattern Recognition, 1991, 24(8): 801~806.
- 13 Prata A, Rusch W V T. Algorithm for computation of Zernike polynomials expansion coefficients [J]. Appl. Opt., 1989, 28: 749~754.
- 14 Kim Yong-Sung, Kim Whoi-Yul. Content-based trade- mark retrieval system using visually salient feature [J]. Image Vision Compute, 1998, 16(8): 12~13.
- 15 Ye Bin, Peng Jiaxiang. Invariance analysis of improved Zernike moments [J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2002, 4(6): 606~614.
- 16 Jeannin S. MPEG-7 visual part of experimental model version 2.0 [S]. ISO/IEC JTCl/SC29/WG11/N2822. Vancouver, Canada, July 1999.



叶 斌 1969 年生,华中理工大学图象识别与人工智能研究所博士研究生。现主要从事图象分析、目标检测与识别等方面的研究工作。



彭嘉雄 1934 年生,教授,博士生导师,曾任国务院学位委员会、国家自然科学基金学科评审委员。在国内外发表论文 250 余篇,国外摘录收藏 82 篇,论文和教学获奖多次。主要从事模式识别与人工智能研究。