

# 改进的平面模板两步法标定摄像机

毛剑飞<sup>1),2)</sup> 邹细勇<sup>1)</sup> 诸静<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(浙江大学电气自动化研究所, 杭州 310027) <sup>2)</sup>(浙江大学工业控制技术国家重点实验室, 杭州 310027)

**摘要** 最近,张正友提出用平面模板两步法来标定摄像机。该方法能高精度地标定摄像机,且简便易行,可以说是两步法标定的代表,但其算法模型仅考虑了镜头径向畸变,其对切向畸变较大的场合,如鱼眼镜头成像,则不适用。为此,通过改进其摄像机模型,提出了一种改进的两步法,该方法先用图像中心附近点求取初值,由于图像中心附近点畸变很小,故求取的初值能很好地逼近准确值,然后采用一种基于内部映射牛顿法的子空间置信域法通过求精来得到所有参数。仿真实验和真实实验的结果表明,该方法的标定精度要优于张正友的方法,鲁棒性也更好。

**关键词** 摄像机标定 平面模板两步法 切向畸变 图像中心附近点 子空间置信域法

中图分类号: TP242.62 TN948.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2004)07-0846-07

## Improved Two-stages Camera Calibration From a Plane

MAO Jian-fei<sup>1),2)</sup>, ZOU Xi-yong<sup>1)</sup>, ZHU Jing<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(Institute of Electrical Automation, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

<sup>2)</sup>(National Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract** Zhengyou Zhang has proposed a Two-Stages camera calibration method by viewing a plane recently. It can calibrate camera easily with high accuracy and is considered as a presentation of Two-Stages method. But only radial distortion is considered in his camera model, and when the tangential distortion is distinct in some lenses, such as in fish-eye lenses, the camera model will be unsuitable. Therefore his camera model is improved in this paper and an improved Two-stages method is proposed. Through the proposed method the initial parameters are solved by using the points near the image plane center. As the distortion is very little near the image plane center, the solved initial parameters can be very close to exact ones, then, a subspace trust region method based on the interior-reflective Newton method is applied to solve all the camera parameters accurately. Both computer simulation and real data have been used to test the proposed technique and very good results have been obtained. Compared with Zhang's method, the proposed method is more accurate and it works better robustness.

**Keywords** camera calibration, two-stages method, tangential distortion, points near the image plane center, subspace trust region method

## 1 引言

摄像机的标定是机器人视觉研究的基础,其在三维重构及目标跟踪定位方面具有重要的应用。由于目前数字图像的处理速度越来越快,且可达0.02个像素精度<sup>[1]</sup>,因此考虑畸变系统误差的高精度标定具有重要的意义。在高精度标定方法中,两步法是目前较好的方法,其是由Tsai首先提出的<sup>[2,3]</sup>,该方法虽简

便、快速,但仅考虑了镜头径向畸变,且对图像原点没有修正;最近张正友提出用平面模板两步法来标定摄像机<sup>[4]</sup>,即首先利用线性和非线性方法求取内外参数的初值,然后再解非线性最小化方程,以求精内外参数。张的方法只需将平面模板在摄像机前转动两次或两次以上即可完成标定,无需了解模板的运动参数,且模板容易制作,其无论在精度方面,还是在简便方面都优于Tsai的方法,从而使摄像机标定技术大大前进了一步<sup>[4]</sup>,可以说它是两步法的代表,但文献<sup>[4]</sup>

的方法也是仅考虑了径向畸变,对于切向畸变比较大的场合,如对鱼镜头成像<sup>[5]</sup>则不适用,为此,本文改进了文献[4]的摄像机模型,并提出了一种改进的摄像机标定方法。由于两步法要求一个比较好的初值,若初值选择不当,则算法难以收敛或只能收敛到局部最小,从而大大降低标定精度。文献[4]的方法在求取初值中,虽先不考虑各种畸变,而是先将所有点代入求解,但由于远离图像中心的像点畸变很大,如将这些点也看作没有畸变的像点代入,显然会加大求解初值的误差,但由于考虑到图像中心附近点的畸变很小,因此可以先利用图像中心附近点求取初值。本文算法正是基于这点考虑的,由于本文算法准确地计算了初值,因此接下来的全面考虑各参数的非线性最小化计算就能很快收敛。本文提出的算法不仅较全面地考虑了摄像机的各参数,且具有较高的标定精度和稳定性。仿真实验和真实实验表明,该方法的标定精度要优于文献[4]的算法,鲁棒性也更好。

## 2 摄像机模型

如图 1 所示:在模板平面上,先分别以两条正交的直线为  $xy$  轴,并按右手定则建立世界坐标系  $o_w-x_wy_wz_w$ ;然后以摄像机透视中心  $o_c$  为坐标原点,并使其  $x$  轴和  $y$  轴分别平行于像面坐标系的  $x$  轴和  $y$  轴,且方向相同, $z$  轴为摄像机镜头的主光轴,按右手定则建立摄像机坐标系  $o_c-x_cy_cz_c$ ;再以像平面上像素坐标值  $(0,0)$  的点为坐标原点  $o$ ,以水平像元阵列方向为  $x$  方向,以垂直像元阵列方向为  $y$  方向,建立像素平面坐标系  $o-UV$ ;最后以主光轴与像

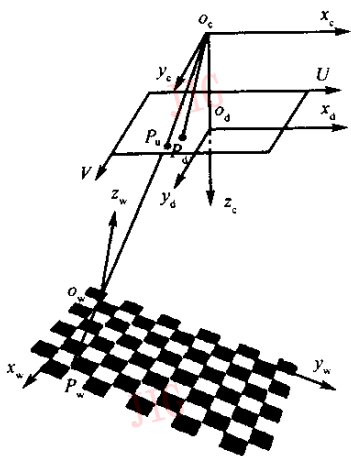


图 1 透视投影模型

平面的交点  $o_d$  为坐标原点,并使坐标轴分别平行于像素坐标系的坐标轴来建立物理坐标系  $o_d-x_dy_d$ 。模板平面上  $P_w$  的理想成像点为  $P_u$ ,而实际透视畸变后的成像点为  $P_d$ 。

### 2.1 理想透视模型

根据针孔成像原理,由世界坐标点到理想像素点的齐次变换如下:

$$s \begin{bmatrix} U \\ V \\ 1 \end{bmatrix} = F[R \quad T] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $F$  为内参矩阵, $[R \quad T]$  为摄像机的外参矩阵, $R$  和  $T$  分别为模板相对摄像机的旋转分量和平移分量。其分别定义如下<sup>[6]</sup>:

$$F = \begin{bmatrix} f_x & 0 & C_x \\ 0 & f_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} r_{1,4} \\ r_{2,4} \\ r_{3,4} \end{bmatrix}$$

其中, $f_x, f_y$  分别表示在  $x$  方向和  $y$  方向上像点的物理坐标到图像坐标的比例系数; $C_x, C_y$  表示主光轴与像平面交点的图像坐标。由于世界坐标系的  $xy$  轴在模板平面上,因此对于模板上的点, $z_w=0$ ,这样式(1)可重写为

$$s \begin{bmatrix} U \\ V \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & C_x \\ 0 & f_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,4} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,4} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

消去  $s$  即得到以下理想透视数学模型:

$$\begin{cases} U = \frac{f_x(r_{1,1}x_w + r_{1,2}y_w + r_{1,4})}{r_{3,1}x_w + r_{3,2}y_w + r_{3,4}} + C_x \\ V = \frac{f_y(r_{2,1}x_w + r_{2,2}y_w + r_{2,4})}{r_{3,1}x_w + r_{3,2}y_w + r_{3,4}} + C_y \end{cases} \quad (3)$$

### 2.2 实际成像模型

理想的透镜成像是针孔成像,其物与像满足相似三角形关系,而实际的透镜并不满足这个条件(如图 1 所示)。由于摄像机光学系统存在加工误差和装配误差,因此物点在摄像机像面上实际所成的像与理想成像之间主要存在径向畸变和切向畸变两种光学畸变误差。其中径向畸变是关于摄像机镜头的主光轴对称的,其数学模型见文献[7],而切向畸变则不关于摄像机镜头的主光轴对称,其数学模型见文献[8]。虽然实际上还存在,如不对心像差、薄透镜像差等问题,但考虑过多的畸变参数不仅不能提高标定精度,反而会使标定结果不稳定<sup>[9]</sup>。为此,本文主要考虑镜头径向畸变和切向畸变。

设理想成像点的物理坐标为 $(x_u, y_u)$ , 畸变后的物理坐标为 $(x_d, y_d)$ , 理想成像点的物理坐标 $(x_u, y_u)$ 与对应的世界坐标点有如下关系:

$$\begin{cases} x_u = \frac{r_{1,1}x_w + r_{1,2}y_w + r_{1,4}}{r_{3,1}x_w + r_{3,2}y_w + r_{3,4}} \\ y_u = \frac{r_{2,1}x_w + r_{2,2}y_w + r_{2,4}}{r_{3,1}x_w + r_{3,2}y_w + r_{3,4}} \end{cases} \quad (4)$$

由文献[7~9], 可建立如下总像差模型:

$$\begin{cases} \delta_x(x_u, y_u) = x_u \cdot (k_1 \cdot \rho^2 + k_2 \cdot \rho^4) + \\ \quad k_3 \cdot (3x_u^2 + y_u^2) + 2k_4 \cdot x_u \cdot y_u \\ \delta_y(x_u, y_u) = y_u \cdot (k_1 \cdot \rho^2 + k_2 \cdot \rho^4) + \\ \quad 2k_3 \cdot x_u \cdot y_u + k_4 \cdot (x_u^2 + 3y_u^2) \end{cases} \quad (5)$$

$\rho = \sqrt{x_u^2 + y_u^2}$ ,  $k_1, k_2$  为径向畸变系数,  $k_3, k_4$  为切向畸变系数。由理想物理坐标到实际物理坐标的关系如下:

$$x_d = x_u + \delta_x(x_u, y_u), y_d = y_u + \delta_y(x_u, y_u)$$

由实际物理坐标到实际像点 $(U, V)$ 的关系为

$$\begin{cases} \hat{U} = f_x x_d + C_x \\ \hat{V} = f_y y_d + C_y \end{cases} \quad (6)$$

综合式(4)~式(6)即得到如下实际成像模型:

$$\begin{cases} \hat{U} = f_x x_u + f_x \delta_x(x_u, y_u) + C_x \\ \hat{V} = f_y y_u + f_y \delta_y(x_u, y_u) + C_y \end{cases} \quad (7)$$

$x_u, y_u, \delta_x(x_u, y_u), \delta_y(x_u, y_u)$  可分别由式(4)、式(5)确定。其中对于摄像机的每一个位置, 其外部参数就有6个; 内部参数有 $f_x, f_y, C_x, C_y$  以及畸变系数 $k_1, k_2, k_3, k_4$  等8个。下面对其求解进行讨论。

### 3 摄像机模型的参数求解

由于摄像机模型的参数太多, 而且是一个复杂

$$\begin{bmatrix} -x_w & -y_w & -1 & 0 & 0 & 0 & x_w(\hat{U}-C_x) & y_w(\hat{U}-C_x) \\ 0 & 0 & 0 & -x_w & -y_w & -1 & x_w(\hat{V}-C_y) & y_w(\hat{V}-C_y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{U}+C_x \\ -\hat{V}+C_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

每个点对应一个式(11)这样的方程组, 即若模板平面上有 $n$ 个点, 则对应 $2n$ 个方程, 一般可用最小二乘法求解, 但由于方程病态很严重, 直接用最小二乘法解, 结果会不准确, 甚至出错, 所以应先将数据规格化<sup>[10]</sup>, 然后才能用最小二乘法求解。

#### 3.1.2 由单应矩阵求取 $f_x, f_y$ 、外参矩阵的初值

分析式(9), 由于旋转矩阵的正交性, 实际包括

的非线性方程, 因此一步求解不仅繁冗, 而且稳定性差; 若采用一般的两步法, 即在第1步将所有包括视场边缘严重畸变的点代入求取初值, 这是不合适的, 因为第1步是求取没有畸变的理想透视模型, 如使用那些畸变很大的点则无疑会增大模型误差。本文利用图像中心附近点畸变量很小, 可以忽略的性质, 提出一种改进的摄像机内外部参数和畸变系数分离的两步法, 即先用图像中心附近点求解理想透视模型来准确地估计初值, 然后再用全视场标定点来求解实际成像模型。

#### 3.1 求解摄像机内外部参数的初值

##### 3.1.1 求取单应矩阵

因为 $C_x, C_y$  一般在图像中心附近, 故可设 $C_x, C_y$  的初值为图像中心, 当图像畸变量很小时,  $\delta_x(x_u, y_u), \delta_y(x_u, y_u)$  可以忽略, 则摄像机模型可看作是理想透视模型, 可直接由式(2)得

$$s \begin{bmatrix} \hat{U}-C_x \\ \hat{V}-C_y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x r_{1,1} & f_x r_{1,2} & f_x r_{1,4} \\ f_y r_{2,1} & f_y r_{2,2} & f_y r_{2,4} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

令单应矩阵

$$A = r_{3,4} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x r_{1,1} & f_x r_{1,2} & f_x r_{1,4} \\ f_y r_{2,1} & f_y r_{2,2} & f_y r_{2,4} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

则式(8)可写为

$$s \begin{bmatrix} \hat{U}-C_x \\ \hat{V}-C_y \\ 1 \end{bmatrix} = r_{3,4} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

这样就可把参数求解问题转化为先求单应矩阵 $A$ , 然后从 $A$  矩阵分离出待求参数的问题。为求取式(9)的 $A$  阵, 变换式(10), 消去 $s, r_{3,4}$  并分离待求参数, 即得

旋转平移分量6个以及 $f_x, f_y$ , 总共8个未知数, 由于上面已解出了 $a_1, a_2, \dots, a_8$ , 因此式(9)恰好可解。由于正交性,  $r_{1,1}^2 + r_{2,1}^2 + r_{3,1}^2 = 1, r_{1,2}^2 + r_{2,2}^2 + r_{3,2}^2 = 1, r_{1,1}r_{1,2} + r_{2,1}r_{2,2} + r_{3,1}r_{3,2} = 0$ , 因此对式(9)做一些简单的变换可得

$$\begin{bmatrix} a_1^2 - a_2^2 & a_4^2 - a_5^2 \\ a_1 a_2 & a_4 a_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/f_x^2 \\ 1/f_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_8^2 - a_7^2 \\ -a_7 a_8 \end{bmatrix} \quad (12)$$

由上式虽可以算出  $f_x, f_y$ , 但为消除噪声对计算  $f_x, f_y$  的干扰, 应该考虑拍摄多幅模板不同位姿时的图像, 再利用 3.1.1 节的方法计算各幅图像对应的单应矩阵,  $n$  幅图像对应  $n$  个单应矩阵, 即有  $2n$  个线性方程, 其  $f_x, f_y$  不变, 因此可用线性最小二乘法求解, 这样求出的  $f_x, f_y$  则具有抗噪声干扰性。其余参数的求取公式为

$$r_{3,4} = \sqrt{\frac{1}{\frac{a_2^2}{f_x^2} + \frac{a_5^2}{f_y^2} + a_3^2}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{a_1^2}{f_x^2} + \frac{a_4^2}{f_y^2} + a_7^2}} \quad (13)$$

当  $r_{3,4}$  求出后, 则矩阵  $A$  完全确定, 这样由式(9)即可得如下外参的求取公式:

$$\begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,4} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,4} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} A \quad (14)$$

由旋转矩阵  $R$  的正交性, 即  $[r_{3,1} \ r_{3,2} \ r_{3,3}]^T = [r_{1,1} \ r_{2,1} \ r_{3,1}]^T \times [r_{1,2} \ r_{2,2} \ r_{3,2}]^T$ , 虽可求出  $r_{1,3}, r_{2,3}, r_{3,3}$ , 但  $[r_{1,1} \ r_{2,1} \ r_{3,1}]^T, [r_{1,2} \ r_{2,2} \ r_{3,2}]^T$  不一定正交, 实际上这样计算出的  $R$  通常不满足正交性, 以下将进行初值的优化计算。

### 3.1.3 优化计算求精初值

由于 3.1.2 节中求出的旋转矩阵通常不能满足正交性, 因此为求得好的初值, 应该进行优化计算。当选取图像中心附近点时, 则可以不考虑畸变, 而只根据理想透视模型建立如下优化模型的评价标准:

$$\min = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{p_i} \|\hat{m}_{i,j} - m(F, R_i, T_i, M_{i,j})\| \quad (15)$$

约束等式是所有  $R_i$  都应满足正交性的 6 个等式。优化模型目的是由初步求出的  $F, R_i, T_i$  对其再求精之。

$F, R_i, T_i$  包含了要求取的摄像机所有参数, 其中  $p_i$  表示选取的第  $i$  幅图中心附近的点数,  $\hat{m}_{i,j}$  表示第  $i$  幅图像中第  $j$  个点的实际图像坐标点,  $M_{i,j}$  是相对应的世界坐标点,  $m(F, R_i, T_i, M_{i,j})$  是由  $M_{i,j}$  代入理想透视模型(式(3))所求出的图像坐标点, 理论上, 求出的图像坐标点与实际图像坐标点应越接近越好, 为此可建立式(15)的优化模型, 为加快收敛, 可采用梯度下降法, 由于其初值较准确, 因此梯度法能很快收敛。

### 3.2 求精摄像机内外部参数

以上利用图像中心附近点畸变量小的性质, 即不考虑图像畸变, 而直接选用这些点来求取内外参数的初值。为获取精确的摄像机模型参数, 应考虑所

有世界坐标点和对应的图像点, 并建立以下优化模型, 以求精所有内外参数:

$$\min = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \|\hat{m}_{i,j} - \tilde{m}(k_1, k_2, k_3, k_4, F, R_i, T_i, M_{i,j})\| \quad (16)$$

约束等式是所有  $R_i$  都应满足正交性的 6 个等式。优化模型的目的是为了求精  $k_1, k_2, k_3, k_4, F, R_i, T_i$ 。  $F, R_i, T_i, M_{i,j}, \hat{m}_{i,j}$  同模型式(15)定义。  $k_1, k_2, k_3, k_4$  为本文考虑的畸变系数, 由于其一般很小, 因此其初始值可置为 0。本文模型的初值为第 1 步求取的各参数值以及初始的畸变系数。  $\tilde{m}(k_1, k_2, k_3, k_4, F, R_i, T_i, M_{i,j})$  是由  $M_{i,j}$  代入式(4)先求得  $x_u, y_u$ , 再由实际成像模型式(7)求出的。由于模型参数太多, 用一般的梯度法难以保证收敛, 因此本文采用一种基于内部映射牛顿法的子空间置信域法来求解<sup>[11,12]</sup>。

### 3.3 小结

整个标定过程简述如下:

(1)在不同的角度和位置通过模板动作或让摄像机动作来拍摄几幅模板的图像, 并检测拍摄的模板图像上的角点, 以获取角点坐标。

(2)初始可以设  $C_x, C_y$  为图像中心, 然后选取图像中心附近角点, 并与对应的世界坐标点一起计算单应矩阵, 再由与各幅图对应的单应矩阵求出参数  $f_x, f_y$  的初值, 进而求出  $R$  和  $T$  的初值。

(3)利用优化模型(式(15)), 用梯度法求精  $F, R$  和  $T$  的初值, 并使  $R$  满足正交性。

(4)最终求精所有参数是将所有的世界坐标点和对应的图像点代入模型式(16), 并非线性最小化模型式(16)。

## 4 实验

为了检验本文算法效果, 做了大量的仿真实验和真实实验, 并与文献[4]算法进行了比较。实验结果表明, 使用本文的模板标定, 拍摄的模板图像幅数应在 5 幅以上时, 算法趋于收敛, 与文献[4]的算法比较, 不仅本算法的标定精度有所提高, 且抗噪声干扰更强。

### 4.1 仿真实验

为了使仿真具有普遍意义, 仿真考虑了尽量多的摄像机参数。仿真条件设置如下:

(1)仿真摄像机的特性: 分辨率为  $768 \times 576$  像素,  $C_x = 380, C_y = 280, f_x = 850, f_y = 800, \gamma = 0.1$ ,  $k_1, k_2, k_3, k_4$  分别为  $0.2, 0.1, 0.001, 0.002$ ;

(2) 标定所用仿真模板如图 1 所示, 为黑白相间的国际象棋图案, 每格边长为 2.5cm, 黑格子的公共点为角点, 总共  $7 \times 10 = 70$  个角点。

(3) 仿真模板位姿, 即相对于摄像机的旋转平移矩阵, 在摄像机能看到的范围内随机产生。

(4) 为考虑算法的鲁棒性, 可在图像数据中加入噪声水平为 0.0~1.0 (乘以系数 2 折算到像素单位: 0.0 像素~2.0 像素) 的不同水平的高斯噪声,

仿真中, 主要考虑噪声和图像幅数对标定结果的影响, 考虑的噪声范围为 0.0~1.0, 图像幅数 2~20 幅, 在此范围内, 针对不同的噪声和不同的图像幅数, 产生了 100 组模板的位姿, 用来检验算法, 实验结果的平均值如图 2 和图 3 所示。根据实验结果,

可进行以下分析:

(1) 大量实验表明, 拍摄的模板图像幅数在 5 幅以上时,  $C_x, C_y, f_x, f_y$  都趋于收敛, 这由图 2 也可以看出, 实际畸变系数也趋于收敛, 其余各噪声指标下的实验也表明, 标定的图像应在 5 幅以上, 算法才趋于收敛。至于误差不能完全收敛到 0, 这也许因为文献[4]的算法没有考虑  $k_3, k_4$ , 而本算法没有考虑  $\gamma$ , 其所建立的模型与实际模型有出入所致。

(2) 随噪声水平的增加, 标定误差增大, 但本算法的标定精度明显高于文献[4]的算法, 这由图 3 也可以看出。

(3) 大量实验表明, 当镜面偏斜  $\gamma$  较小时, 模型忽略  $\gamma$  对标定精度几乎不会造成影响。

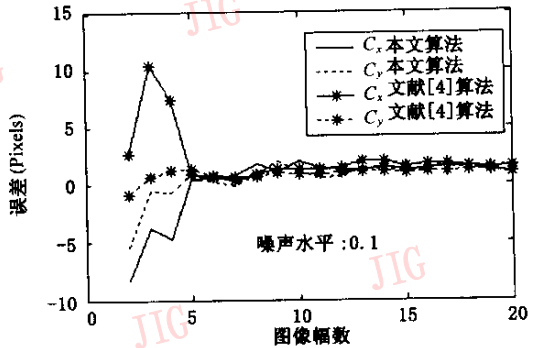
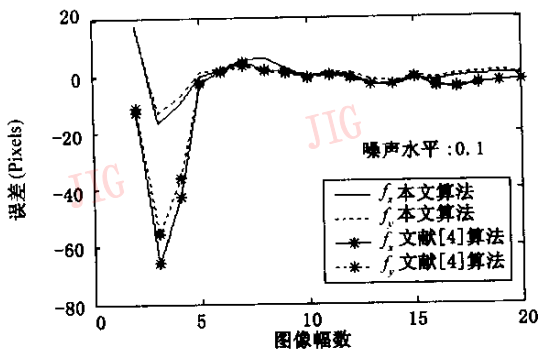


图 2 不同图像幅数下的模型误差

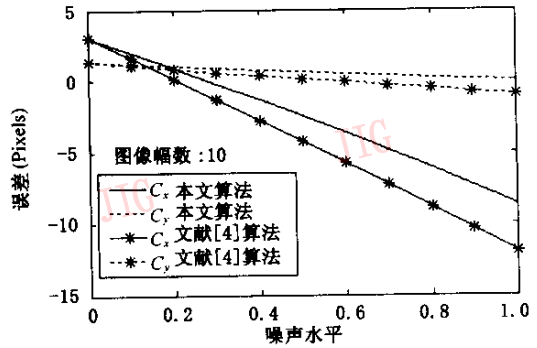
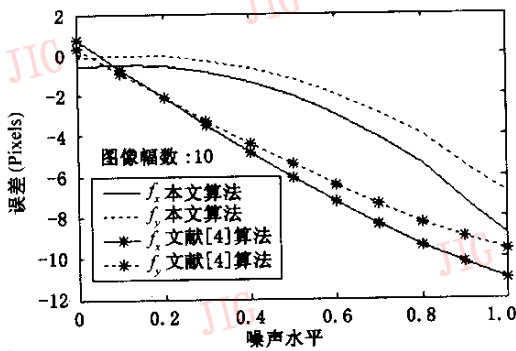


图 3 不同噪声水平下的模型误差

#### 4.2 真实实验

真实实验使用三星 SCC-421P 型彩色摄像机, 分辨率为  $576 \times 768$ , 模板是用激光打印机打印  $7 \times 10$  的国际象棋图案, 并贴在硬塑料板上制成的 (如图 1 所示的标定模板, 每格边长 2.5000cm)。因为整个包括角点检测的标定程序已经编好, 所以只要让模板对着摄像机随意转动几次, 即可完成标定, 时间不到 10 s。使用这种方法, 可对双目视觉的两个摄像机分别标定, 并配合 Puma560 机械手, 通过测定空

间点的坐标, 就能准确地引导机械臂到达, 有关这方面的内容, 将另文介绍。

为方便比较, 实验采用的标定原始数据是互联网上公布的<sup>[13]</sup>, 但用本文提出的模型和算法进行标定, 其结果如表 1、表 2 所示。表中  $\bar{S}$  表示重建后的图像点与实际图像点的平均距离, 其是将内外参数代人优化模型 (式 (16)) 计算后求平均得出的, 由于利用优化模型式 (16) 也可求出  $\sigma(S)$ , 所以  $\bar{S}$  和  $\sigma(S)$  表示了算法的收敛效果。

表 1 两种算法摄像机标定参数比较

参数	第 1、2 幅		第 1、2、3 幅		第 1、2、3、4 幅		全部 5 幅	
	文献[4]算法	本算法	文献[4]算法	本算法	文献[4]算法	本算法	文献[4]算法	本算法
$f_x$	830.469	819.854	831.538	829.348	831.806	833.020	832.500	832.957
$f_y$	830.242	819.373	831.441	829.099	831.822	832.934	832.53	832.895
$C_x$	307.032	308.674	305.309	306.191	304.527	304.525	303.959	304.146
$C_y$	206.551	207.579	207.094	208.353	206.788	208.332	206.585	4208.605
$\gamma$	0	—	0.336 08	—	0.286 66	—	0.204 513	—
$k_1$	-0.226 881	-0.220 912	-0.229 593	-0.227 774	-0.229 485	-0.229 563	-0.228 601	-0.228 697
$k_2$	0.193 933	0.173 415	0.197 292	0.181 919	0.195 319	0.184 510	0.190 335	0.179 280
$k_3$	—	0.001 346 0	—	0.001 139 7	—	0.001 025 6	—	0.001 048 9
$k_4$	—	-0.000 336 9	—	-0.000 219 1	—	0.000 162 6	—	0.000 110 3

表 2 重建图像点后的误差对比

误差指标	第 1、2 幅		第 1、2、3 幅		第 1、2、3、4 幅		全部 5 幅	
	文献[4]算法	本算法	文献[4]算法	本算法	文献[4]算法	本算法	文献[4]算法	本算法
$\overline{\Delta U}$	0.000 018	-0.000 000	-0.000 528	-0.000 000	0.000 251	-0.000 000	0.000 170	-0.000 000
$\overline{\Delta V}$	-0.000 475	-0.000 000	-0.000 000	-0.000 000	0.000 226	-0.000 000	-0.000 362	-0.000 000
$\bar{S}$	0.260 595	0.259 930	0.345 447	0.344 805	0.313 670	0.313 664	0.289 319	0.288 859
$\sigma(S)$	0.137 978	0.130 305	0.189 039	0.185 170	0.178 635	0.175 119	0.171 771	0.168 352

(1)由表 2 可以看出,本文算法的收敛效果要好于文献[4]的算法,且本文算法重建后的图像点误差分布很均匀,其图像点的总体平均误差为 0。大量的实际标定实验也表明,本算法的收敛效果及标定精度要优于文献[4]算法。

(2)就像仿真实验结果分析的一样,镜面偏斜  $\gamma$  较小时,可以忽略,真实实验也表明了这一点。由于摄像机镜面偏斜通常很小,因此事实上很多精确的摄像机模型均不考虑  $\gamma$ <sup>[5~7]</sup>。

## 5 结 论

关于摄像机的高精度标定,本文主要做了以下两方面的工作:

(1)在分析大量摄像机模型的基础上<sup>[4~7]</sup>,改进了文献[4]的摄像机模型,新模型还考虑了镜头的切向畸变,使得模型不仅适用于一般的摄像机,而且对于切向畸变较大的场合也适用。

(2)提出了一种改进的平面模板两步法<sup>[4]</sup>。考虑到图像中心附近点的畸变很小,因此第 1 步可先利用图像中心附近点准确地求取初值,第 2 步再全面考虑所有内外参数,并建立非线性优化模型,最后采用一种基于内部映射牛顿法的子空间置信域法求精所有模型参数<sup>[11,12]</sup>。

大量的仿真实验和真实实验表明,与文献[4]的算法相比,本文提出的算法不仅抗噪声干扰能力更

强、收敛性能更好,而且标定精度也有所提高。

## 参 考 文 献

- 1 雷志辉,于起峰. 亚像素图象处理技术在网格法中的应用[J]. 国防科技大学学报, 1996, 18(4): 17~20.
- 2 Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323~344.
- 3 Lenz R K, Tsai R Y. Calibrating a cartesian robot with eye-on-hand configuration independent of eye-to-hand relationship[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(9): 916~928.
- 4 Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330~1334.
- 5 贾云得,吕宏净,徐岸,等. 一种鱼眼镜头成像立体视觉系统的标定方法[J]. 计算机学报. 2000, 23(11): 1215~1219.
- 6 Heikkila J. Geometric camera calibration using Circular control points[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(10): 1066~1077.
- 7 Weng J, Cohen P, Herniou M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(10): 965~980.
- 8 Wong W. Mathematical formulation and digital analysis in close range photogrammetry [J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1975, 41(11): 1355~1373.
- 9 WEI G, MA S. Implicit and explicit camera calibration: theory and experiments[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and

Machine Intelligence, 1994, 16(5): 469~480.

10 Hartley R I. In defence of the 8-point algorithm [A]. In: Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Computer Vision[C], Cambridge, Massachusetts, USA: MIT, 1995: 1064~1070.

11 Coleman T F, Li Y. An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds[J]. SIAM Journal on Optimization, 1996, 6(2): 418~445.

12 Coleman T F, Li Y. On the convergence of reflective Newton methods for large-scale nonlinear minimization subject to bounds [J]. Mathematical Programming, 1994, 67(2): 189~224.

13 张正友. A flexible new technique for camera calibration [EB/OL]. <http://research.microsoft.com/~zhang/Calib>.



邹细勇 1979年生,浙江大学电气工程学院博士研究生,控制理论与控制工程专业。主要研究方向:机器人控制、智能控制和计算机集成控制系统。



诸静 1938年生,浙江大学电气工程学院教授,博士生导师。主要研究领域:复杂系统智能控制,计算机集成控制系统和机器人控制等,获省、部级科技进步奖4项、出版教材与专著4部,发表学术论文80多篇。



毛剑飞 1976年生,浙江大学电气工程学院博士研究生,控制理论与控制工程专业。主要研究方向为图像处理、视频传输、机器视觉。

E-mail:mjfcn@163.net

## 《中国图象图形学报》

### 关于公式及正文中符号表示的一些约定

根据有关规定,对外文符号作如下约定:

1、凡是量符号均用斜体表示,其中标量用白斜体,矢量(向量)、矩阵、集合用黑斜体(整数、有理数、自然数集用正黑体)。

2、凡代表某一名称(含意)的符号用白正体,如:最大(max)、最小(min)、左(left)、右(right)、边缘(edge)有时用一个字母  $e$  表示,若用斜体则成了一个量符号,所以正斜体一定要区分。一般名称符号用于限量符号,放量符号的上下角,如:  $X_{\max}$ ,  $A_{\text{left}}$ ,  $A_{\text{edge}}$ 。

3、一篇文章中,同一个量用同一符号,不同量用不同符号(包括希文字母、英文字母、大小写、黑体、白体),如,一个字母的黑、白体即为两个符号,因此不要一个量有时用黑体,有时用白体,或有时用大写,有时用小写(易误解为两个量)。同一个量正文中与公式中应一致。

4、一个符号表示一个量,最好不用多个字母代表一个量,主量符号居中,其余限定(说明)符号放上、下角。如  $A$  代表面积,海洋的面积则为  $A_{\text{sea}}$ ,第  $i$  块海洋面积则为  $A_i^{\text{sea}}$ 。一般限定符号均放下角,但有时有几个限定符号,既有正体,又有斜体,不好放一起,正体的符号可放左上角(因不易与量的幂相混)。若量符号放左上角,又不代表量的幂,则应加括号。如  $A_i^{(n)}$ ,指迭代  $n$  次形成的第  $i$  块输出。

5、单位符号(如 s、m、dB),微分符号  $d$ ,三角函数符号  $\sin$ 、 $\cos$ ,自然对数  $e$ ,圆周率  $\pi$  等用正体。