第 9 卷 第 10 期
2004 年 10 月

中国图象图形学报
Journal of Image and Graphics

Vol. 9, No. 10
Oct. 2004

"学术论坛"编者按

为了加强学术交流,促进百家争鸣,活跃学术氛围,本刊特别开辟了"学术论坛"栏目。不同论点、不同方法、不同结论,学术论坛将为广大专家学者提供一个严谨、活泼、开放的交流空间。

数字图像直方图处理中的映射规则
——评"用于数字图像直方图处理的一种二值映射规则"一文

章毓晋
(清华大学电子工程系,北京 100084)

摘 要 分析了文献[1](张专成,张孝杰,邹涛. 用于数字图像直方图处理的一种二值映射规则. 中国图象图形学报,2004,9(3):280~284)中用于直方图规定化的"二值映射规则",指出该规则与文献[2](Zhang Y J. Improving the accuracy of direct histogram specification. IEE Electronics Letters, 1992,28(3):213~214)中的"组映射规则"是一致的。同时还分析了文献[1]中的直方图均衡化方法,指出该方法采用的并不是上述的映射规则,但要对其性能进行全面评价还需要研究对均衡化效果进行评价的准则。

关键词 直方图均衡化 直方图规定化 映射规则
中图法分类号: TN911 TP391 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2004)10-1265-04

Mapping Laws for Histogram Processing of Digital Images Comments on "A Binary Mapping Law(BML) for Histogram Processing of Digital Image"

ZHANG Yu-jin
(*Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing* 100084)

Abstract This paper looks into the so called "Binary Mapping Law" for histogram specification presented in[1] (ZHANG Zhuan-cheng, *et al*. A binary mapping law(BML) for histogram processing of digital image. Journal of Image and Graphics, 2004,9(3):280~284) and points out that it is identical to the "Group Mapping Law" presented in[2](Zhang Y J. Improving the accuracy of direct histogram specification. IEE Electronics Letters, 1992,28(3):213~214). This paper also looks into the histogram equalization method presented in[1] and indicates that it is different from the histogram equalization method resulted directly from histogram specification and a thorough assessment of the performance of this method needs some more general criteria for evaluationg the performance of histogram equalization techniques.

Keywords histogram equalization, histogram specification, mapping law

1 引 言

2004 年第 3 期的《中国图象图形学报》上刊登了"用于数字图像直方图处理的一种二值映射规则"一文[1],该文给出了一种用于直方图规定化的"二值映射规则"。笔者通过分析,发现这种规则与笔者多年前提出的"组映射规则"[2]是一致的(事实上笔者

基金项目:国家自然科学基金(60172025);教育部博士点基金(20020003011)
收稿日期:2004-04-28;改回日期:2004-07-22

在近年编写的教材中对“组映射规则”的计算公式和方法也都有介绍[3,4]。文献[1]还给出了一种借助“二值映射规则”得到的直方图均衡化方法。笔者分析发现该方法采用的并不是上述的映射规则，所以与利用上述映射规则得到的结果有所不同。最后指出需要研究对均衡化效果进行评价的准则。

2 直方图规定化中的映射规则

直方图规定化的 3 个主要步骤是[3,5]：(1)计算原始累积直方图；(2)计算规定累积直方图；(3)将原始直方图对应映射到规定直方图。需要指出，第 3 步的对应映射是基于前两个步骤的，所以文献[1]将它们分开来并将直方图规定化方法分为两类的说法值得商榷。

与常用的单映射规则[5]不同，文献[2]介绍了一种组映射规则(group mapping law,GML)。设有 1 个整数函数 $I(l)$，$l=0,1,\cdots,N-1$，满足 $0\leqslant I(0)\leqslant\cdots\leqslant I(l)\leqslant\cdots\leqslant I(N-1)\leqslant M-1$。组映射规则是要确定能使下式达到最小的 $I(l)$[3]：

$$\left|\sum_{i=0}^{I(l)} p_s(s_i)-\sum_{j=0}^{l} p_u(u_j)\right| \quad l=0,1,\cdots,N-1 \tag{1}$$

其中，减号左边对应原始累积直方图，减号右边对应规定累积直方图。如果 $l=0$，则将其 i 从 0 到 $I(0)$ 的 $p_s(s_i)$ 对应到 $p_u(u_0)$ 去；如果 $l\geqslant1$，则将其 i 从 $I(l-1)+1$ 到 $I(l)$ 的 $p_s(s_i)$ 都对应到 $p_u(u_j)$ 去。

为直观比较两种映射规则，文献[4]中把累积直方图画成一长条，其中每一段对应直方图中的一项。对单映射和组映射的各一个示例分别见图 1 和图 2[4]。

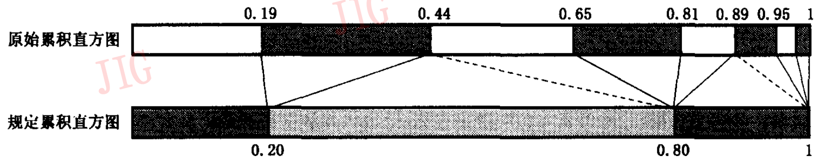

图 1 单映射示例

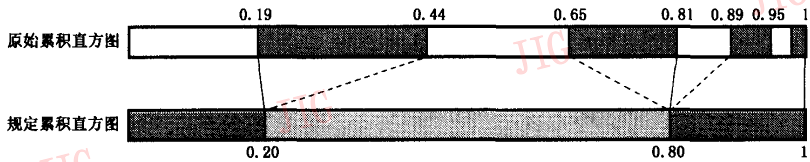

图 2 组映射示例

由图 1 和图 2 可见，单映射规则是从原始累积直方图向规定累积直方图搜索对应点，而组映射规则是从规定累积直方图向原始累积直方图搜索对应点。在图 2 中，对规定累积直方图的每一个分段点要根据式(1)确定其在原始累积直方图中最接近的分段点。例如规定累积直方图中的分段点 0.20 在原始累积直方图中最接近的分段点是 0.19，所以在映射时要将原始直方图中对应 0.19 的那一项映射到规定直方图中对应 0.20 的那一项去(见实线)，而不将原始直方图中对应 0.25 的那一项(从 0.19 到 0.44 那一项)也映射到规定直方图中对应 0.20 的那一项去(见虚线)。

3 组映射规则和二值映射规则的一致性

首先分析文献[1]的二值映射规则，并证明其所用的映射关系实际就是组映射规则中所用的映射关系。这里为便于比较，采用文献[1]对累积直方图的表达形式，即文献[1]中的式(2)：

$$P_s(s_j)=\sum_{i=0}^{j} p_s(s_i) \tag{2}$$

有两点需先指出：

第 1 点是文献[1]中用来解释映射规则的图 2 与本文前面解释映射规则的图 1 和图 2 均把累积直方图画成一个长条，它们的区别只是文献[1]中将规定累积直方图画在上面而本文的图 1 和图 2 中将规定累积直方图画在下面；

第 2 点是文献[1]中的讨论是对直方图的任一项进行的，所获得的结果在具体映射时要对直方图的每一项都进行，文献[1]每次将直方图的一项映射到两个集合之一，所以称其为二值映射，而组映射规则的表达式(即本文式(1))是对整个映射的一个通

式，包含了直方图的所有项。所以在对比两个映射规则中的具体映射关系时，要提取组映射规则对应直方图某一个具体项的表达式，根据式(1)和式(2)，组映射规则中的规定累积直方图中的某一项可以表示为 $P_u(u_l)-P_u(u_{l-1})$。

根据上两点，可把前面的式(1)表示为(对某个 l)

$$|P_s(s_{I(l)})-P_u(u_l)| \tag{3}$$

并采用图 3 来讨论两个映射规则的一致性。不失一般性，设 $P_u(u_{l-1})<P_s(s_{I(l)})$ 而 $P_s(s_{I(l-1)})<P_u(u_{l-1})$，则式(3)的计算结果就给出对应 $P_u(u_{l-1})$ 与 $P_s(s_{I(l)})$ 和 $P_u(u_{l-1})$ 与 $P_s(s_{I(l-1)})$ 中较小距离的 $l-1$ 或 l，映射就据此对灰度 s_l 或灰度 s_{l-1} 进行。

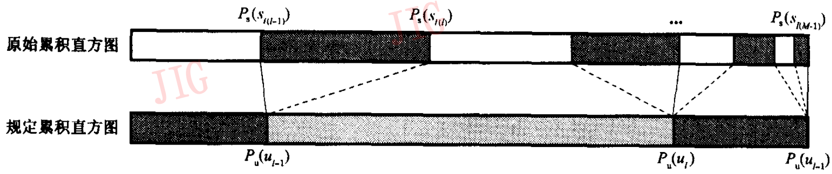

图 3　两个映射规则的一致性

文献[1]依次列出了 3 个等价的具体映射式，即文献[1]中的式(7)，式(8)和式(9)。其中与本文式(3)最易进行直接比较的是文献[1]中的式(8)，因为两式都采用了累积直方图的表达形式。文献[1]中的式(8)可以借助本文的式(3)和图 3 解释成：对规定累积直方图的任意一个分段点(这里可考虑图 3 中的 $P_u(u_{l-1})$，即文献[1]中的 $P_r(r_{k-1})$，如果它与对应原始累积直方图右边的一个分段点的距离(图 3 中的 $P_s(s_{I(l)})-P_u(u_{l-1})$，即文献[1]中的 $P_s(s_j)-P_r(r_{k-1})$ 比它与对应原始累积直方图左边的一个分段点的距离(图 3 中的 $P_u(u_{l-1})-P_s(s_{I(l-1)})$，即文献[1]中的 $P_r(r_{k-1})-P_s(s_{j-1})$ 小，则将包括 $p_s(s_l)$ 的部分映射到 $p_u(u_{l-1})$，否则这部分就不映射到 $p_u(u_{l-1})$，而会在其后映射到 $p_u(u_l)$。这也就是文献[1]中所说的或将灰度 s_j 映射为灰度 r_{k-1}，或将灰度 s_j 映射为灰度 r_k。可以看出，文献[1]中的式(8)确定映射的方法和这里式(3)确定映射的方法是相同的，所以这两个映射规则本质上是一致的，虽然文字描述和所用的公式在外观形式上不尽相同。

进一步来考虑本文图 2 中的具体例子。对规定累积直方图的每一个分段点(设考虑标为 0.2 的点)，分别计算它与原始累积直方图上左边的一个分段点(即标为 0.19 的点)的距离和它与原始累积直方图上右边的一个分段点(即标为 0.44 的点)的距离，选距离小的分段点建立映射关系。对比前面对文献[1]中式(8)的解释，也可以直观地看出两个映射规则在具体计算时的步骤方法也是一样的。

事实上，在文献[1]中的实例 2 里，根据这两个映射规则对同一幅图像按同一个规定直方图进行规定化得到的直方图也是相同的(见文献[1]中的图 4(c))，这也说明两个映射规则都给出一样的结果。

4　直方图均衡化中的映射规则

直方图均衡化可看作直方图规定化在规定直方图是一个均匀分布时的特例。文献[1]据此列出了直方图均衡化的 3 个步骤，并给出了用二值映射规则和组映射规则进行直方图均衡化得到的不同结果(见文献[1]图 3)。但实际上文献[1]是用了另一种映射规则来进行均衡化。

规定累积直方图可表示为

$$P_u(u_l)=\sum_{j=0}^{l}\frac{1}{M}=\frac{l+1}{M}\qquad l=0,1,M-1 \tag{4}$$

如果直接套用文献[1]中直方图规定化的步骤，则在确定映射关系时，应根据下式计算(参见文献[1]式(9)，将那里的 $P_r(r_{k-1})$ 用均匀分布直方图的累积值代替即可)

$$P_s(s_l)-\frac{l}{M}<\frac{1}{2}p_s(s_l) \tag{5}$$

但在文献[1]中，均衡化时使用的第 2 个步骤将原由规定累积直方图唯一确定的 l/M 变为了原始累积直方图分布的函数，即确定映射关系时实际使用的公式为(方括号代表取整运算)

$$P_s(s_l)-\frac{[M\cdot P_s(s_l)]}{M}<\frac{1}{2}p_s(s_l) \tag{6}$$

对比式(5)和式(6)，两者在原始直方图为均匀分布时是相等的，但在其他情况下两者的差距则与原始直方图的分布有关。换句话说，文献[1]均衡化时使用的取整运算是非线性的，且与原始累积直方图 $P_s(s_l)$ 有关，因而使得文献[1]中的结果与直接使用规定化方法(取规定直方图为均匀分布)的结果有所不同。

从计算量方面比较，用式(5)计算 l/M 时需要

对每一个规定的灰度级做一次除法，但一旦 M 确定后可先将各 l/M 算出，以后借助查表进行；用式(6)计算 $[MP_s(s_l)]/M$ 需要对每一个规定的灰度级做一次乘法，一次取整，再做一次除法。由于这里的第一次乘法与原始直方图的分布有关，所以不能预先算出。

从均衡化效果方面进行比较有一定困难，主要是还缺少对直方图变换效果进行评价的通用准则。文献[3]中用绝对误差和(SAE)比较了单映射规则和组映射规则在直方图规定化中的效果，因为那里规定化后直方图的项数是一样的且各项的位置也一样，比较的只是各项实际统计量与对应项规定化统计量的差距。但如将 SAE 用于判定直方图均衡化的效果，则有一定的局限性。由于直方图均衡化的结果应该是一个均匀分布的直方图，如果两个直方图在均衡化后的项数相等并都比原直方图少(由于直方图变换时有些灰度级会合并)，但分布不同，用 SAE 就无法区别。文献[1]中利用了平均绝对误差(MAE)来比较不同映射规则的效果。给定图像灰度级数，MAE 和 SAE 是一致的，所以如果将 MAE 用于判定直方图均衡化的效果也有一定的局限性。事实上，在文献[1]中用 MAE 并不能区分其图 3(c)与图 3(d)。

5　结　论

本文对数字图像直方图处理中的映射规则进行了讨论。分析和计算表明，文献[1]所讨论的图像直方图规定化中的映射规则与文献[2]中提出的组映射规则是一致的。文献[1]所讨论的图像直方图均衡化中的映射规则有其特殊之处，但对其性能的全面评价还需要对比较通用的均衡化效果评价准则进行研究。这里，借助累积直方图来比较直方图间相似度的方法[4]应可以参考。

参 考 文 献

1　张专成，张孝杰，邹涛．用于数字图像直方图处理的一种二值映射规则[J]．中国图象图形学报，2004，**9**(3)：280～284．

2　Zhang Y J. Improving the accuracy of direct histogram specification[J]. IEE Electronics Letters, 1992, **28**(3): 213～214.

3　章毓晋．图象工程(上册)：图象处理和分析[M]．北京：清华大学出版社，1999．

4　章毓晋．图象工程(附册)：教学参考及习题解答[M]．北京：清华大学出版社，2002．

5　Gonzalez R C, Wintz P. Digital image processing (2nd. ed) [M]. USA: Addison-Wesley, 1987.

章毓晋　1954 年生。教授、博士生导师。主要研究领域是图像工程(图像处理、图像分析、图像理解及其技术应用)及相关教学手段和方法。已在国内外发表 200 多篇研究论文，出版了著作 8 部。