第 9 卷　第 3 期
2004 年 3 月

中国图象图形学报
Journal of Image and Graphics

Vol. 9, No. 3
Mar. 2004

用于数字图像直方图处理的一种二值映射规则

张专成　张孝杰　邹　涛
（武警工程学院通信工程系，西安，710086）

摘　要　直方图表示数字图像中每一灰度级与其出现频数间的统计关系，它可给出图像的概貌性描述，而基于直方图修改技术的灰度变换是图像增强的实用而有效的处理方法之一。直方图处理包含均衡化和规定化两种技术。均衡化的目的是使图像像素均匀地分布在所有灰度级上；规定化的目的是将原图像的直方图转变为规定的直方图，以便突出一定灰度范围内的图像。为了进一步提高直方图处理算法的有效性，首先分析了现有的几种数字图像直方图均衡化和规定化算法存在的缺点，然后提出了一种新的二值映射规则(BML)，该规则基于最优控制原理，以直方图误差最小为准则进行灰度映射，实验证明，该规则算法简单，无论是用于直方图均衡化处理，还是用于直方图规定化处理，均较其他映射规则都更为有效。

关键词　直方图　累积直方图　规定化处理　均衡化处理　二值图像　二值映射规则

中图法分类号：TP391.41　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1006-8961(2004)03-0280-05

A Binary Mapping Law(BML) for Histogram Processing of Digital Image

ZHANG Zhuan-cheng, ZHANG Xiao-jie, ZOU Tao
(*Department of Communication Engineering of Engineering College of the People's Armed Police Force of China, Xi'an* 710086)

Abstract　Histogram shows the statistic relation between every gray level and the probability of its occurrence, giving the global information of the image. Gray-scale transformation based on the technique of histogram modification is one of practical and effective ways of image enhancement. Histogram processing includes equalization and specification. The aim of equalization is to create an image with equally distributed brightness levels over the whole brightness scale; The aim of specification is to transform the histogram of an original image to a specified histogram capable of highlighting certain gray-level ranges in the image. In order to improve the efficiency of the algorithm of histogram processing further, the shortcomings of several current algorithms of equalization transformation and specification transformation are first analyzed, then a new binary mapping law (BML) is proposed. That law is based on optimal control theory making gray-scale mapping abide by the principle of the minimum error of histogram, and haves a simple algorithm. Whether for histogram equalization or for histogram specification, it is testified more efficient than other mapping laws.

Keywords　histogram, accumulation histogram, specification processing, equalization processing, binary image, binary mapping law

1　引　言

直方图表示数字图像中每一灰度级与其出现频数间的统计关系，用横坐标表示灰度级，纵坐标表示频数，它可给出图像的概貌性描述，例如整幅图像的灰度范围、亮度和对比度等，进而通过直方图处理来达到灰度变换的目的。以灰度变换为目的的直方图处理包含均衡化和规定化两种方法。其中直方图均衡化是图像增强的常用处理方法之一，它可自动地

收稿日期：2003-05-27；**改回日期**：2003-09-29

增强整个图像的对比度，使原来像素灰度分布比较集中，看起来偏暗、或偏亮、或比较模糊的图像，变成一幅像素灰度分布均匀的图像，以产生出层次分明、清晰柔和的视觉效果，但是由于它的具体增强效果不易控制，因此其处理的结果总是得到全局均衡化的直方图。实际图像处理中需要变换直方图，使之成为某个特定的形状，以便有选择地增强某个灰度值范围内的对比度，这就是直方图规定化处理的思想。为了保证处理后像素灰度值在允许的范围内，且使图像的灰度级从黑到白的次序不变，图像的直方图处理算法都是以累积直方图变换法为基础的。为了叙述方便，将本文要用到的与数字图像处理有关的符号统一约定如下：

n——图像的总像素数。

N——原图像灰度级个数。

s_j——原图像灰度级，$j=0,1,\cdots,N-1$。

$n(s_j)$——原图像灰度级 s_j 所包含的像素数。

$p_s(s_j)$——原图像灰度级 s_j 的直方图。

$P_s(s_j)$——原图像灰度级 s_j 的累积直方图。

M——目标图像灰度级个数。

r_k——目标图像灰度级，$k=0,1,\cdots,M-1$

$p_r(r_k)$——目标图像灰度级 r_k 的直方图。

$P_r(r_k)$——目标图像灰度级 r_k 的累积直方图。

[ ]——取整运算。

有关变量之间的关系可由以下 3 个表达式确定：

$$p_s(s_j)=n(s_j)/n \tag{1}$$

$$P_s(s_j)=\sum_{i=0}^{j}p_s(s_i)=\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{j}n(s_i) \tag{2}$$

$$P_r(r_k)=\sum_{i=0}^{k}p_r(r_i) \tag{3}$$

根据累积直方图变换法原理，参考文献均给出了以下数字图像直方图均衡化算法

$$\begin{aligned}k&=[(N-1)P_s(s_j)+0.5]\\&=\left[\frac{N-1}{n}\sum_{i=0}^{j}n(s_i)+0.5\right]\end{aligned} \tag{4}$$

映射关系为：$s_j\to r_k$

由上式可见，根据原图像的直方图可直接算出直方图均衡化后各像素的灰度级。由于数字图像灰度级具有离散性，因此经过直方图均衡化处理后，其直方图只能近似于均匀分布[1~5]。

目前参考文献给出的数字图像直方图规定化算法可归纳为以下两类：

（1）间接法　先对目标图像与原图像分别进行直方图均衡化处理，再间接地找到原图像与目标图像的灰度级之间的映射关系[1~4]。

（2）直接法

方法 1　求能使下式达到最小的 j 和 k

$$\left|\sum_{i=0}^{j}P_s(s_i)-\sum_{l=0}^{k}P_r(r_l)\right|\quad\begin{aligned}j&=0,1,\cdots,N-1\\k&=0,1,\cdots,M-1\end{aligned} \tag{5}$$

得映射关系：$s_j\to r_k$。由于这里每个 $P_s(s_j)$ 是分别对应过去的，所以被称之为单映射规则，即 SML (single mapping law)[1]。

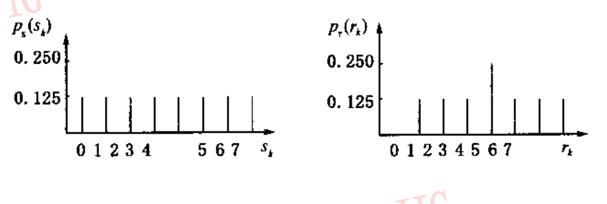
方法 2　首先定义分段函数 $I(k)$，$k=0,1,\cdots,M-1$，它满足 $0\leqslant I(0)\leqslant\cdots\leqslant I(k)\leqslant\cdots\leqslant I(M-1)\leqslant N-1$，且 $I(k)$ 使下式达到最小

$$\left|\sum_{i=0}^{I(k)}P_s(s_i)-\sum_{l=0}^{k}P_r(r_l)\right|\quad k=0,1,\cdots,M-1 \tag{6}$$

如果 $k=0$，则将 i 从 0 到 $I(0)$ 的 s_i 映射为 r_k；如果 $k\geqslant1$，则将 i 从 $I(k-1)+1I(k)$ 到的映射为 r_k。该方法被称之为组映射规则，即 GML (group mapping law)[1]。

2　直方图处理算法存在的问题

在实际应用中，笔者发现式(4)表示的直方图均衡化算法存在不尽合理之处。大家知道，在直方图变换算法中虽没有定义单位算子，但不妨认为目标图像的直方图与原图像的直方图完全一致的直方图变换为单位直方图变换。如果原图像的直方图是均匀分布的，那么对它进行直方图均衡化处理，就应该算是一次单位直方图变换，而且变换结果所得目标图像的直方图也应该是均匀分布的。然而实际上，1 个直方图均匀分布的图像，经过式(4)变换之后，直方图却不再是均匀分布了。例如，一幅大小为 64×64，灰度级为 8 级的图像，其直方图是均匀分布的(如图 1(a)所示)。对其用式(4)进行直方图均衡化处理之后的直方图如图 1(b)所示。由于该直方图已变得严重不均匀，这表明用式(4)对图像进行直方图均衡化处理时，会产生较大的误差，因此有改进的必要。



(a) 原图像直方图　　(b) 式(4)处理后直方图

图 1　式(4)的单位算子功能实验

直方图规定化处理的几个算法也各有不足之处，其中间接法由于要经过两次取整，其会产生较大的误差自不必说，加之算法繁琐，因此在工程中很少使用，仅限于教材中对直方图规定化基本原理的说明；SML 映射规则虽简单直观，但有时也会有较大的取整误差，一般情况下，用 GML 映射规则虽可获得比 SML 映射规则更接近规定直方图的处理结果[1]，但 GML 映射规则算法复杂，每次变换都要计算 M 个 $I(k)$ 函数，因为不同的原图像将具有不同的 $I(k)$ 函数，特别是由于处理过程往往不可避免地会产生许多简并现象，因此结果将导致原图像的 1 个灰度级因有可能同时满足目标图像的多个灰度级而使式(6)达到最小要求的情况，在这种情况下，又需要采用类似 SML 映射规则来确定映射关系。

针对直方图规定化算法中存在的问题，笔者在实践中总结出了一种二值映射规则，即 BML (binary mapping law)，该规则基于最优控制原理，以直方图误差最小为准则来进行灰度映射。实际应用表明，一般情况下，用 BML 映射规则既可进一步获得比 GML 映射规则更接近规定直方图的处理结果，且算法简单，容易实现。

3 基于直方图误差最小的二值映射规则

为了说明二值映射规则的基本原理，可首先按照每个灰度级的直方图在累积直方图中的分布区间，将其画在一个实轴上(如图 2 所示)，图 2(a)表示目标图像期望直方图的区间分布，图 2(b)表示原图像直方图的区间分布；然后将目标图像的灰度级 $r_0, r_1, \cdots, r_{M-1}$ 分为两个集合 A 与 B，$A=\{r_0, r_1, \cdots, r_{k-1}\}$，$B=\{r_k, r_{k+1}, \cdots, r_{M-1}\}$，再得到 1 个二值图像的规定直方图，集合 A 的直方图规定值为 $P_r(r_{k-1})$，集合 B 的直方图规定值为 $1-P_r(r_{k-1})$，据此，直方图规定化处理问题可被简化为将 1 幅灰度图像映射为 1 幅二值图像的问题，笔者称其为二值映射规则，即 BML (binary mapping law)。原图像中的任一灰度级 s_l 究竟是映射到目标图像的集合 A 还是集合 B，应该以变换后实际直方图与规定直方图之差最小为准则，因为在二值图像中，集合 A 与集合 B 的直方图实际值与规定值之差互为相反数，所以只须考虑集合 A。若将 s_l 映射到集合 A，则集合 A 的直方图实际值为 $P_s(s_l)$；若将 s_l 映射到集合 B，则集合 A 的直方图实际值为 $P_s(s_{l-1})$。BML 映射的一般规则是：

若 $|P_r(r_{k-1})-P_s(s_l)|<|P_r(r_{k-1})-P_s(s_{l-1})|$，则得映射关系：$s_l \rightarrow A$，

否则得映射关系

$$s_l \rightarrow B \tag{7}$$

为了将 s_l 映射为一个具体的灰度级，注意图 2 中的 $P_s(s_j)$，由于它位于 $P_r(r_{k-1})$ 与 $P_r(r_k)$ 之间，所以 s_j 或者向前映射为 r_k，或者向后映射为 r_{k-1}，因为 r_{k-1} 在集合 A 中，r_k 在集合 B 中，同样的道理，若将 s_j 映射为 r_{k-1}，则集合 A 的直方图实际值为 $P_s(s_j)$；若将 s_j 映射为 r_k，则集合 A 的直方图实际值为 $P_s(s_{j-1})$，于是又有如下 BML 映射规则的实用表达形式：

若 $P_s(s_j)-P_r(r_{k-1})<P_r(r_{k-1})-P_s(s_{j-1})$，则得映射关系：$s_j \rightarrow r_{k-1}$，否则得映射关系

$$s_j \rightarrow r_k \tag{8}$$

将 $P_s(s_{j-1})=P_s(s_j)-p_s(s_j)$ 代入式(8)，进一步可将 BML 映射规则简化为：

若 $P_s(s_j)-P_r(r_{k-1})<\frac{1}{2}p_s(s_j)$，则得映射关系：$s_j \rightarrow r_{k-1}$，否则得映射关系

$$s_j \rightarrow r_k \tag{9}$$

总结以上论述，应用 BML 映射规则进行直方图规定化处理时，可归纳为以下 4 个步骤：

(1)计算目标图像的累积直方图 $P_r(r_k)$。

(2)计算原图像的累积直方图 $P_s(s_j)$。

(3)确定 $P_s(s_j)$ 在 $P_r(r_k)$ 中的位置。

(4)确定映射关系，当 $0<P_s(s_j)\leqslant P_r(r_0)$ 时，则

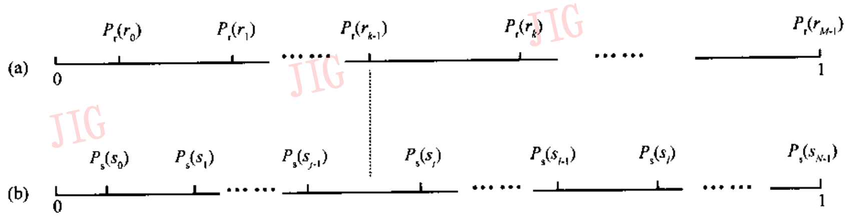


图 2 灰度级的累积直方图分布区间

可直接得到映射关系：$s_j \to r_0$；当 $P_r(r_{k-1}) < P_s(s_j) \leqslant P_r(r_k)$ 时，则可由式(9)确定映射关系。

由于直方图均衡化处理是直方图规定化处理的一种特殊情况，因此 BML 映射规则可以很方便地应用于直方图均衡化处理。在直方图均衡化处理中，因为目标图像的每个灰度级 r_k 在累积直方图中都有 1 个等长度的分布区间 $(k/M, (k+1)/M]$，据此可将 BML 映射规则归纳为以下 3 个步骤：

(1)计算原图像的累积直方图 $P_s(s_j)$。

(2)计算 $k = [M \cdot P_s(s_j)]$。

(3)确定映射关系：

若 $P_s(s_j) - \dfrac{k}{M} < \dfrac{1}{2} p_s(s_j)$，则得映射关系：$s_j \to r_{k-1}$，否则得映射关系

$$s_j \to r_k \qquad (10)$$

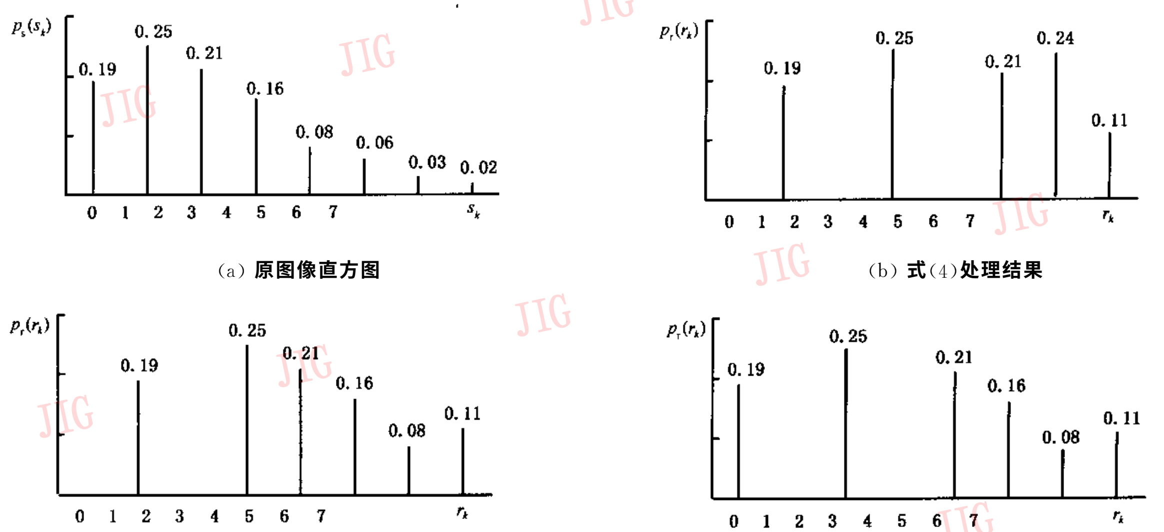
实践证明，式(10)表示的直方图均衡化算法，不仅其均衡化效果优于其他算法，而且具有单位算子功能，即如果原图像的直方图是均匀分布的，那么处理后的图像将保持不变。

4　实例比较

下面通过两个简单例子来比较各种算法的处理结果。

实例 1　设图像大小为 64×64 像素，有 8 个灰度级，原图像的直方图如图 3(a)所示，对其进行直方图均衡化处理[1~4]后的结果如图 3(b)、(c)、(d)所示。

为了计算方便，现将原图像与目标图像的有关统计量列在表 1 中。



(a) 原图像直方图　(b) 式(4)处理结果

(c) SML 与 GML 处理结果　(d) BML 处理结果

图 3　直方图均衡化处理结果

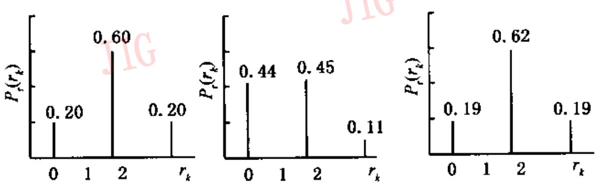
表 1　原图像与目标图像的灰度级、直方图及累积直方图

<table>
<tr><th>原图像灰度级</th><th>s_0</th><th>s_1</th><th>s_2</th><th>s_3</th><th>s_4</th><th>s_5</th><th>s_6</th><th>s_7</th></tr>
<tr><td>原图像各灰度级像素 $n(s_j)$</td><td>790</td><td>1023</td><td>850</td><td>656</td><td>329</td><td>245</td><td>122</td><td>81</td></tr>
<tr><td>原图像直方图</td><td>0.19</td><td>0.25</td><td>0.21</td><td>0.16</td><td>0.08</td><td>0.06</td><td>0.03</td><td>0.02</td></tr>
<tr><td>原图像累积直方图</td><td>0.19</td><td>0.44</td><td>0.65</td><td>0.81</td><td>0.89</td><td>0.95</td><td>0.98</td><td>1.0</td></tr>
<tr><td>目标图像灰度级 r_k</td><td>r_0</td><td>r_1</td><td>r_2</td><td>r_3</td><td>r_4</td><td>r_5</td><td>r_6</td><td>r_7</td></tr>
<tr><td>目标图像直方图</td><td>0.125</td><td>0.125</td><td>0.125</td><td>0.125</td><td>0.125</td><td>0.125</td><td>0.125</td><td>0.125</td></tr>
<tr><td>目标图像累积直方图</td><td>0.125</td><td>0.25</td><td>0.375</td><td>0.5</td><td>0.625</td><td>0.75</td><td>0.875</td><td>1.0</td></tr>
<tr><td>目标图像灰度级 r_k</td><td colspan="3">r_0</td><td colspan="2">r_1</td><td colspan="3">r_2</td></tr>
<tr><td>目标图像直方图</td><td colspan="3">0.2</td><td colspan="2">0.6</td><td colspan="3">0.2</td></tr>
<tr><td>目标图像累积直方图</td><td colspan="3">0.2</td><td colspan="2">0.8</td><td colspan="3">1.0</td></tr>
</table>

图 3(b)、(c)、(d)分别为用式(4)、式(5)及式(6)、式(10)处理后的直方图。由该图可以看出，与式(4)比较，SML、GML、BML3 个映射规则的处理结果均减少了 1 个简并，从而可使直方图更接近于均匀分布；由于 BML 映射规则对灰度范围的利用率较 SML 和 GML 两个映射规则要高一些，从而使直

方图分布更趋合理;SML 和 GML 两个映射规则对本例的处理结果完全一致,这是因为 GML 映射规则在排除一对多映射时,采用了类似 SML 映射规则的算法。在本例中,GML 映射规则的 8 个分段函数 $I(0)\sim I(7)$的取值依次为 0,0,1,1,2,3,4,7,为了避免一对多映射,以式(5)为准则,淘汰了分段函数和。为了客观地衡量各种算法的处理效果,还可求出目标图像各灰度级期望像素数与处理后图像各灰度级实际像素数之间的平均绝对误差 MAE,经过计算,式(4)的 MAE 为 400,而 SML、GML、BML 的 MAE 均为 317.75,可见前者比后着要大得多。

实例 2 原图像与实例 1 的原图像相同,目标图像有 3 个灰度级,其直方图如图 4(a)所示[1],按照目标图像的要求,用 SML 及 GML、BML 映射规则准则对原图像进行直方图规定化处理后图像的直方图如图 4(b)、(c)所示。



(a) 规定直方图　(b) SML 处理结果　(c) GML 及 BML 处理结果

图 4　直方图规定化处理结果

为了方便对比,实例 2 目标图像的有关统计量也列在表 1 中。由图 4 可以看出,SML 映射规则的处理结果与规定直方图差距最大,而 BML 与 GML 映射规则对实例 2 的处理结果则完全相同,且比较接近规定直方图,显示出了较好的处理效果。在实例 2 中,GML 映射规则有 3 个分段函数 $I(0)$、$I(1)$、$I(2)$,其取值依次为 0、3、7。与实例 1 一样,可求得目标图像各灰度级的期望像素数与处理后图像各灰度级的实际像素数之间的平均绝对误差 MAE,其中 SML 的 MAE 为 662.7,GML 和 BML 的 MAE 均为 47.3,可见前着为后者的 14 倍。

5　结　论

由最优控制理论可知,如果控制的每一步决策都是最优的,那么整个控制过程也将是最优的。由于 BML 映射规则可使每一个灰度级都以使直方图误差最小为准则进行映射,这就自然而然地证明 BML 映射规则是直方图误差最小意义下的最优映射规则,其处理结果比其他映射规则将更接近规定直方图,加之算法简单,容易实现,所以无论是用于直方图均衡化处理,还是用于直方图规定化处理,均证明 BML 映射规则较其他映射规则都更为有效。

参 考 文 献

1　章毓晋编著. 图像处理和分析[M]. 北京:清华大学出版社,1999:76～83.

2　阮秋琦编著. 数字图像处理学[M]. 北京:电子工业出版社,2001:181～192.

3　容观澳编著. 计算机图像处理[M]. 北京:清华大学出版社,2000:108～120.

4　黄贤武等编著. 数字图像处理与压缩编码技术[M]. 成都:电子科技大学出版社,2000:70～80.

5　Milan Sonka 等著. 图像处理、分析与机器视觉(第二版)(英文版)[M]. 北京:人民邮电出版社,2002:59～61.

张专成　1948 年生,1982 年毕业于西安交通大学信息与控制工程系自动控制专业,现为西安武警工程学院通信工程系声像教研室教授,硕士研究生导师。主要从事数字图像处理、小波变换在图像处理中的应用等方面的教学与科研工作。

张孝杰　1979 年生,2001 年获西安武警工程学院工学学士学位,现为西安武警工程学院军事通信学专业在读硕士研究生。主要研究方向为数字图像压缩与编码。

邹　涛　1961 年生,1983 年毕业于陕西理工大学电子工程系无线电技术专业,现为西安武警工程学院通信工程系声像教研室副教授。主要从事数字信号处理与数字视频处理等方面的教学与科研工作。