

基于小波域 HMT 模型的彩色图像超分辨率复原

赵书斌 张 蓬 彭思龙

(中国科学院自动化研究所集成电路中心, 北京 100080)

摘 要 提出了一种基于小波域隐马尔可夫树(HMT)模型的 RGB 彩色图像超分辨率算法。由于彩色图像 3 个通道之间具有的相关性,对 3 个通道分别进行独立的超分辨率重构会导致严重的色彩失真。为解决这个问题,首先通过自适应图像变换由彩色图像得到一幅能反映人类视觉感受的灰度图像;然后对此灰度图像进行超分辨率重构获得一幅高分辨率灰度图像;最后按照这一高分辨率灰度图像确定的小波系数后验状态概率对彩色图像的 3 个通道分别进行超分辨率重构从而获得一幅高分辨率彩色图像。由于该算法协调了彩色图像 3 个通道的超分辨率,因此重构出的高分辨率彩色图像避免了色彩失真。实验结果证明该算法重构出的高分辨率彩色图像具有较高的信噪比和非常好的视觉效果。

关键词 小波域隐马尔可夫树模型 彩色图像 超分辨率

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2004)02-0172-06

Wavelet-Domain HMT-Based Color Image Superresolution

ZHAO Shu-bin, ZHANG Peng, PENG Si-long

(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract This paper presents a wavelet-domain Hidden Markov Tree(HMT)-based color image superresolution algorithm. Because there exists correlations among the three channels of a RGB color image, a channel by channel superresolution method almost certainly leads to color distortions. In order to solve this problem, first the low-resolution color image is converted into a gray-scale image using the spatially-adaptive approach presented in this paper and the resulting gray-scale image must reflect the human perception of edges in the color image; then by superresolving this gray-scale image, a high-resolution image is obtained; finally, wavelet-domain HMT-based image superresolutions are performed for the three channels of the low-resolution color image using the same posterior state probabilities, which reflect the hidden states of the wavelet coefficients of the high-resolution grayscale image obtained before, and thus the resulting high-resolution color image is what we desired. Because the correlations among the three channels of a RGB color image are considered, there are no color distortions in the reconstructed high-resolution image. Experimental results show that the reconstructed color images have high PSNR and are of high visual quality.

Keywords wavelet-domain hidden markov tree, color image, superresolution

1 引言

随着集成电路(IC)制造工艺的改进和单元密度的不断提高,现有显微成像设备的分辨率已经不能满足对 IC 彩色图像进行处理和分析的需要。对于这一情况,一种解决办法是提高成像设备传感器阵列的密度,但是这种方法伴随着成本的极大提高且有

时现有技术无法做到;另一种解决办法是通过超分辨率算法提高 IC 图像的分辨率,即在放大的图像中再现高分辨率图像的结构信息(包括边缘信息和色彩信息)。一般地,观察到的低分辨率(LR)图像可以看成高分辨率(HR)图像退化的结果。这一退化过程可以表述为

$$g^k = H^k f^k + n^k \quad (1)$$

其中, $k \in \{R, G, B\}$ 表示红、绿、蓝 3 个颜色通道, g^k 、

f^k 和 n^k 分别表示按行或按列重新排列而成的 LR 图像、HR 图像和噪声。矩阵 H^k 代表模糊和采样过程。在 IC 图像的超分辨率重构问题中,噪声并不是一个显著的因素。在不考虑噪声时,图像退化过程变为

$$g^k = H^k f^k \quad (2)$$

我们的目的是通过式(2)由低分辨率图像 g^k 得到高分辨率图像 f^k ,这就是彩色图像的超分辨率问题。目前已有很多灰度图像的超分辨算法^[1~4],但是灰度图像超分辨率算法并不能直接推广到彩色图像。这是因为,任何具有边缘保持作用的灰度图像超分辨率算法必然具有增强边缘的作用,而彩色图像 3 个通道中的边缘并不具有空间上的一致性。这就导致三通道增强区域不协调并在这些区域造成色彩失真,但色彩对 IC 图像的分析 and 处理是至关重要的,所以有效实现彩色图像超分辨率的关键在于正确协调彩色图像 3 个通道的超分辨率重建。

本文提出了一种基于小波域 HMT 模型的彩色图像超分辨率算法。该算法以小波域 HMT 模型作为图像小波变换的先验模型,通过同一灰度图像的小波系数后验状态概率协调 3 个通道的高分辨率图像的重构。重构出的高分辨率彩色图像较好地再现了边缘和色彩信息。

2 2D 小波变换和小波域 HMT 模型

2.1 2D 小波变换

2D 信号的小波变换^[5,6]可以表述如下

$$f(x, y) = \sum_{m,n} u_{m,n} \varphi_{j_0, m, n}^{LL}(x, y) + \sum_B \sum_{j=-\infty}^{J_0} \sum_{m,n} w_{j, m, n}^B \psi_{j, m, n}^B(x, y) \quad (3)$$

这里

$$u_{m,n} = \iint f(x, y) \varphi_{j_0, m, n}^{LL*}(x, y) dx dy$$

$$w_{j, m, n}^B = \iint f(x, y) \psi_{j, m, n}^{B*}(x, y) dx dy$$

其中, $\{\varphi_{j_0, m, n, j}^{LL}, \psi_{j, m, n}^B, j, m, n \in \mathbf{Z}\}$ 为一组由尺度函数和小波函数构成的基函数。 $J_0 \in \mathbf{Z}$ 为常量, $B \in \{LH, HL, HH\}$, LL, LH, HL 和 HH 分别对应于低频及水平、竖直和对角 3 个高频通道。图像的多尺度小波变换构成二叉树结构,如图 1 所示。

2.2 小波域 HMT 模型

图 2 中有 2 个二叉树结构,其中实心点表示小波系数,空心点表示小波系数的状态。为叙述方便,

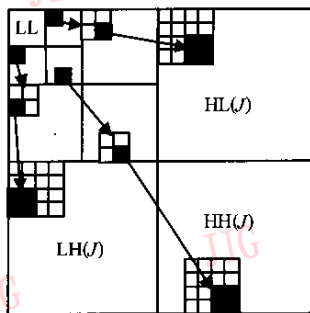


图 1 2D 小波分解

作如下约定:以一个指标来区别二叉树的不同节点,如根节点处的小波系数记作 w_1 ,状态记为 S_1 ;以 $\rho(i)$ 表示节点 i 的父节点。

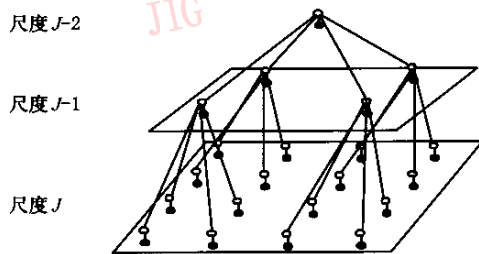


图 2 小波系数及其状态的二叉树模型

图像的小波变换有如下两个基本特性:(1)小波系数的非高斯分布特性,即只有极少数小波系数是显著的;(2)尺度间小波系数状态的马尔可夫依赖性,即小波系数“大”或“小”的状态具有在尺度间传递的特性。小波域 HMT 模型^[7,8]以混合高斯模型刻画小波系数的非高斯分布特性,即

$$f_{w_i}(w_i) = \sum_{m=1}^M p_{S_i}(m) f_{w_i|S_i}(w_i | S_i = m) \quad (4)$$

其中, $p_{S_i}(m) = p(S_i = m | \mathbf{W}, \theta)$, $f_{w_i|S_i}(w_i | S_i = m) = g(w_i; \mu_{i,m}, \sigma_{i,m}^2)$ 。这里取 $M=2$ 。而小波系数状态的 Markov 依赖性则由状态转移概率 $\epsilon_{i, \rho(i)}^{mr} = p_{S_i | S_{\rho(i)}}[m | S_{\rho(i)} = r]$ 来表达。上述有关参数加上根结点的状态概率 $p_{S_1}(m)$ 构成了 HMT 模型参数,记为 θ 。模型参数 θ 可以由 EM 算法^[7]通过训练得到。如果已知小波系数 \mathbf{W} 和模型参数 θ ,还可以通过 upward-downward 算法^[7]求出小波系数的后验状态概率 $p(S_i = m | \mathbf{W}, \theta)$ 。假定图像小波变换的 3 个通道相互独立,则小波系数的联合分布可以按下式求出

$$f(\mathbf{W} | \theta) = \prod_{1 \leq i \leq N} \sum_{m=1}^2 p_{S_i}(m) f_{w_i|S_i}(w_i | S_i = m) \quad (5)$$

其中, \mathbf{W} 表示小波系数全体, N 为小波系数个数。

3 算法描述

3.1 单通道图像超分辨率

将式(2)变换到小波域

$$W_g^k = H_w^k W_f^k \quad (6)$$

其中 $W_g^k = A_g g^k$, $W_f^k = A_f f^k$, $H_w^k = A_g H^k A_f^{-1}$, 而 A_g 和 A_f 分别为对应于 g^k 和 f^k 的小波变换矩阵, 它们只与图像大小和采用的小波基函数有关而与 k 无关。

由于方程式(6)没有唯一解, 而自然图像符合小波域 HMT 模型, 因此可以寻找这样一个解来作为高分辨率图像的一种估计: 它满足方程 $W_g^k = H_w^k W_f^k$, 并使得 $f(W_f^k | \theta)$ 取得极大值。也就是, 把方程式(6)的求解转化为如下约束优化问题

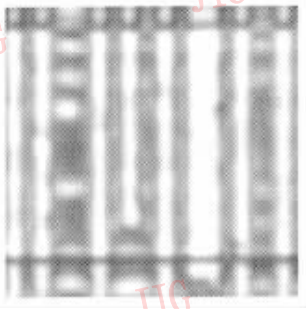
$$\begin{aligned} \max \quad & f(W_f^k | \theta) \\ \text{s. t.} \quad & W_g^k = H_w^k W_f^k \end{aligned} \quad (7)$$

问题式(7)即

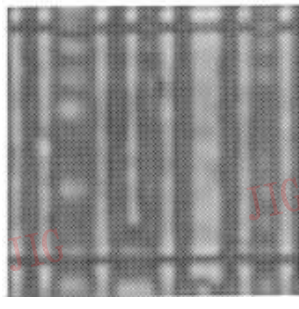
$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^N -\log \left(\sum_{m=1}^2 p_{S_i^k}(m) f_{W_i | S_i^k}(\omega_i | S_i^k = m) \right) \\ \text{s. t.} \quad & W_g^k = H_w^k W_f^k \end{aligned} \quad (8)$$

问题式(8)性能指标函数中每一项

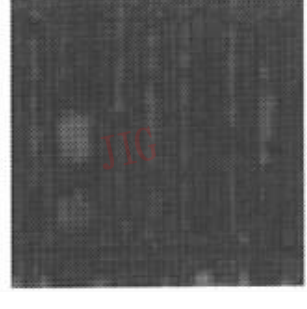
$$-\log \left(\sum_{m=1}^2 p_{S_i^k}(m) f_{W_i | S_i^k}(\omega_i | S_i^k = m) \right)$$



(a) R 通道



(b) G 通道



(c) B 通道

图 3 IC 彩色图像的 3 个通道

3.2 自适应彩色-灰度变换

由前面的分析可知, 三通道进行孤立的超分辨率会造成色彩失真。为避免色彩失真, 需要协调 3 通道的超分辨率重构。其关键在于进行 3 通道超分辨率重构时采用的惩罚函数要具有一致性。因此, 如果能够找到一幅基本反映彩色图像边缘结构的灰度图像, 就可以根据该灰度图像来协调彩色图像 3 个通道的超分辨率重构。

为此, 寻找一个彩色图像到灰度图像的变换函

是作为相应的小波系数 ω_i 的惩罚函数出现的, 它与 Gibbs 分布中的能量函数具有相同的作用。所以为方便求解, 可以对问题式(8)作如下简化

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^N \frac{\omega_i^2}{p_{S_i^k}(1)\sigma_{i,1}^2 + p_{S_i^k}(2)\sigma_{i,2}^2} \\ \text{s. t.} \quad & W_g^k = H_w^k W_f^k \end{aligned} \quad (9)$$

问题式(9)是一个关于 W_f^k 的线性约束二次优化问题, 但其中的后验状态概率 $\{p_{S_i^k}(m), m=1 \text{ 或 } 2, 1 \leq i \leq N\}$ 需要由 W_f^k 来确定。对 3 通道分别通过交替优化求解式(9), 然后作小波逆变换并组合 3 通道就得了一幅高分辨率彩色图像。

但是该高分辨率图像在一些边缘点处存在严重色彩失真。设 1 表示小波系数为“小”的状态, 2 表示小波系数为“大”的状态, 则 $\sigma_{i,1}^2 \ll \sigma_{i,2}^2$ 。由于在边缘点处 $p_{S_i^k}(1) \ll p_{S_i^k}(2)$, 而在平滑区 $p_{S_i^k}(1) \gg p_{S_i^k}(2)$, 因此平滑区惩罚系数 $\frac{1}{p_{S_i^k}(1)\sigma_{i,1}^2 + p_{S_i^k}(2)\sigma_{i,2}^2}$ 远大于边缘点。如果彩色图像 3 通道中的边缘不具有空间一致性, 则小波系数的后验状态 $p_{S_i^k}(1)$ 和 $p_{S_i^k}(2)$ 也不具有空间一致性(见图 3)。那么根据式(9), 三通道的小波系数在空间同一点将产生不同的抑制。因此, 重构出的高分辨率彩色图像在这些点处必然产生色彩失真。

数 $h: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ 。因为彩色图像的边缘包括色彩的变化和亮度的变化, 所以 $h(I)$ (I 为 RGB 彩色图像) 必须具有检测这两种变化的能力。对于任一点 i , 在其周围取 4 个小的邻域(如图 4 所示), 即 Ω_{LT} (左上), Ω_{LB} (左下), Ω_{RT} (右上)和 Ω_{RB} (右下)。设这 4 个区域内的平均像素值分别为 $\bar{x}_{i,d} = (\bar{r}_{i,d}, \bar{g}_{i,d}, \bar{b}_{i,d})$, 这里 $\bar{r}_{i,d}$, $\bar{g}_{i,d}$ 和 $\bar{b}_{i,d}$ 分别为邻域 Ω_d 内所有像素点红、绿、蓝 3 个通道的平均值, 其中 $d \in \{LT, LB, RT, RB\}$ 。将 $\bar{x}_{i,d}$ 归一化并记为 $x_{i,d}$, 即

△	△	△	▽	▽	▽
△	△	△	▽	▽	▽
△	△	△	▽	▽	▽
○	○	○	□	□	□
○	○	○	□	□	□
○	○	○	□	□	□

图 4 邻域的取法

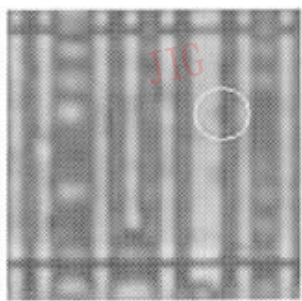
$$x_{i,d} = (r_{i,d}, g_{i,d}, b_{i,d}) = \frac{\bar{x}_{i,d}}{\sqrt{\bar{r}_{i,d}^2 + \bar{g}_{i,d}^2 + \bar{b}_{i,d}^2}} \quad (10)$$

点 i 处的像素值 $x_i = \{r_i, g_i, b_i\}$ 与 $x_{i,d}$ 之间的相似程度可以定义为

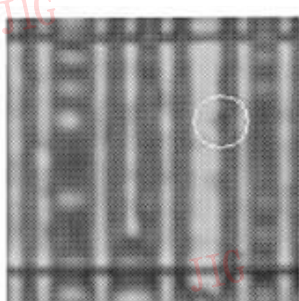
$$\begin{aligned} match_{i,d} &= \frac{(r_{i,d}, g_{i,d}, b_{i,d})(r_i, g_i, b_i)^T}{\sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}} \\ &= \frac{(r_{i,d}r_i + g_{i,d}g_i + b_{i,d}b_i)}{\sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}} \end{aligned} \quad (11)$$

如果把 $(r_{i,d}, g_{i,d}, b_{i,d})$ 和 $(r_i, g_i, b_i) / \sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}$ 看成 3D 维空间两个向量的方向余弦, 则 $match_{i,d}$ 相当于两个向量方向余弦的内积。由于两个向量之间的夹角越大, 其方向余弦的内积越小, 因此, 如果点 i 和点 i 的邻域 Ω_d 之间没有显著的色彩变化, 则 $match_{i,d} \approx 1$; 反之, 则 $match_{i,d} \ll 1$ 。这说明 $match_{i,d}$ 确实具有检测色彩变化的能力。取 $\hat{d} = \underset{d}{\operatorname{argmin}} match_{i,d}$, 并令

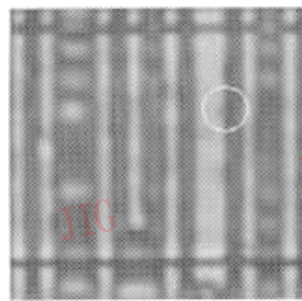
$$h(I_i) = match_{i,\hat{d}} \cdot \sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}$$



(a) 原图像



(b) 自适应彩色-灰度变换



(c) 标准彩色-灰度变换

图 6 图像变换(IC 图像)

3.3 高分辨率彩色图像三通道的联合重构

根据式(2), 变换后的灰度图像的退化过程可以写成

$$g^k = H^h f^h \quad (13)$$

其中, g^h 和 f^h 分别表示变换后的低分辨率和高分辨率灰度图像, H^h 描述了模糊、亚采样以及图像变换

$$= r_{i,\hat{d}}r_i + g_{i,\hat{d}}g_i + b_{i,\hat{d}}b_i \quad (12)$$

显然, 式(12)中 $\sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}$ 反映了点 i 处的亮度信息。现在通过以下两点说明 $match_{i,d}$ 在变换 $h(I_i)$ 中所起的作用:

(1) 如果在 i 附近没有色彩的变化, 则

$$match_{i,d} \approx 1, h(I_i) \approx \sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}$$

$match_{i,d}$ 对亮度没有影响, 所以亮度图中存在的边缘不会发生变化。

(2) 如果在 i 附近存在色彩的变化, 则

$$match_{i,d} < 1, h(I_i) < \sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}$$

以一维情况为例, 如果在这一区域 $\sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}$ 没有变化, 则 $match_{i,d} < 1$ 将使该处出现边缘(如图 5(a)所示); 如果在这一区域 $\sqrt{r_i^2 + g_i^2 + b_i^2}$ 有变化, 则该处边缘变化情况如图 5(b)所示。



图 5 灰度值变化图示

如果令 $h(I_i) = r_{i,\hat{d}}r_i + g_{i,\hat{d}}g_i + b_{i,\hat{d}}b_i$, 则 $h(I_i)$ 既反映了色彩的变化又反映了亮度的变化。将该方法与标准彩色-灰度变换函数 $h(I_i) = 0.299r_i + 0.587g_i + 0.114b_i$ 进行对比。实验结果表明, 该方法是有用的, 如图 6 所示。其中, 原图像在白色圆圈中有一个黑块, 其在图 6(b)中清楚地表现了出来, 而在图 6(c)中则模糊不清。

过程。按照 3.1 中的方法求解问题式(13),可以得到一幅高分辨率的灰度图像。由此灰度图像可以进一步求得相应的小波系数后验状态概率

$$p_{S_i^k}(m) = p(S_i^k = m | W^h, \theta) \quad (14)$$

其中, W^h 表示图像 f^h 的小波变换的小波系数全体, S_i^k 表示小波系数 w_i^k 的状态。

如果在进行三通道超分辨率重构时以 $p_{S_i^k}(m)$ 代替 $p_{S_i^k}(m)$, 即问题式(9)变为

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^N \frac{w_i^{k^2}}{p_{S_i^k}(1)\sigma_{i,1}^2 + p_{S_i^k}(2)\sigma_{i,2}^2} \\ \text{s. t.} \quad & W_g^k = H_w^k W_f^k \end{aligned} \quad (15)$$

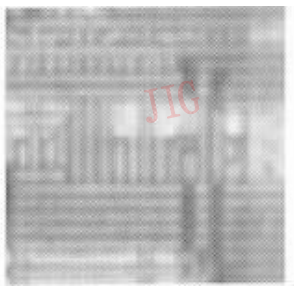
根据式(15)中的性能指标函数,在空间同一位置 3 个通道的小波变换的小波系数受到相同的抑制从而避免了可能产生的色彩失真。

高分辨率彩色图像 3 通道的联合重构求解过程简述如下:

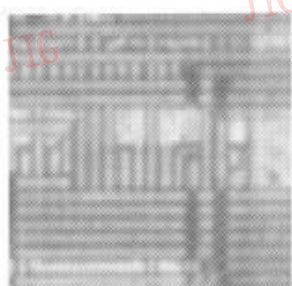
- (1) 选取样本图像并通过训练得到小波域 HMT 模型参数 θ ;
- (2) 采用交替优化 $p_{S_i^k}(m)$ 和 W^h 的方法求解问题式(13)得到高分辨率灰度图像 f^h 并计算小波系数状态的后验概率 $p_{S_i^k}(m)$;
- (3) 求解问题式(15)得到 3 个通道的高分辨率图像从而得到高分辨率彩色图像。

4 实验结果

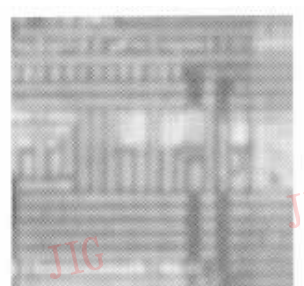
尽管本文算法来源于 IC 图像处理,但该算法却适用于各种彩色图像。以一幅 IC 图像以及 Lena,



(a) LR 图像



(b) 小波域 HMT



(c) 三次样条插值

图 7 IC 图像

5 结论

本文提出了一种基于小波域 HMT 模型的彩色

Lake, Flowers, Peppers 和 Baboon 5 幅标准测试图像为例。实验以如下的 3×3 矩阵作为卷积核

$$h = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

测试图像 x 三通道分别与 h 作卷积,经过亚采样后作为 LR 图像 y 。实验以 Lena 图像为样本通过训练获得 HMT 模型。由 LR 图像 y 经超分辨率重构后获得的 HR 图像记为 \tilde{x} 。实验仍采用 Cycle-spinning 方法以抑制边缘处可能产生的 Gibbs 现象。图像质量的度量标准采用峰值信噪比

$$PSNR = 10 \lg \frac{255^2}{\frac{1}{3N} \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^{n-1} |x_{ij} - \tilde{x}_{ij}|^2} \quad (17)$$

其中, n 为像素总数, x_{ij} 和 \tilde{x}_{ij} 分别表示原高分辨率图像和超分辨率得到的高分辨率图像第 i 通道第 j 个像素点的值表 1、图 7 和图 8 所示为实验结果。从实验结果可以看出,本文算法重构出的图像较好地再现了边缘结构,而由三次样条插值得到的图像的边缘却十分模糊,对 IC 图像的处理和视觉效果来说,边缘的清晰程度是至关重要的。

表 1 实验结果比较(PSNR)

单位: dB

	小波域 HMT 算法	三次样条插值
IC 图像	37.4	35.7
Lena	32.9	32.3
Peppers	32.1	31.2
Flowers	29.2	28.3
Lake	29.0	27.8
Baboon	23.4	22.5

图像超分辨率算法。该算法通过彩色图像三通道的联合高分辨率重构很好地实现了超分辨率。但我们也注意到该算法对纹理图像是无效的,而这正是需进一步研究的课题。



(a) LR 图像



(b) 小波域 HMT



(c) 三次样条插值

图 8 Lenna 图像

参 考 文 献

- 1 Schultz Richard R, Stevenson Robert L. A bayesian approach to image expansion for improved definition[J]. IEEE Transactons on Image Processing, 1994,3(5):233~242.
- 2 Li Xin, Orchard Michael T. New edge-directed interpolation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001,10(10): 1521~1527.
- 3 Battiato S, Gallo G, Stanco F. A locally-adaptive zooming algorithm for digital images[J]. Image Vision and Computing, 2002,20(11): 805~812.
- 4 Baker S, Kanade T. Hallucinating faces[R]. CMU-RI-TR-99-32, Carnegie Mellon University, 1999.
- 5 Daubechies I. Ten lectures on wavelets [M]. Montpelier: Capital City Press, 1992.
- 6 Mallat S. A wavelet tour of signal processing[M]. San Diego: Academic Press, 1998.
- 7 Crouse Matthew S, Nowak Robert D, Baraniuk Richard G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden markov models [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(4):886~902.
- 8 Romberg Justin K, Choi Hyeokho, Baraniuk Richard G. Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden markov models [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001,10(7):1056~1068.



赵书斌 1968 年生,中国科学院自动化研究所国家专用集成电路设计工程技术研究中心博士研究生。主要研究方向为目标识别、图像处理与分析。



张 蓬 1970 年生,中国科学院自动化研究所国家专用集成电路设计工程技术研究中心博士研究生。主要研究方向为纹理图像分割、纹理合成。



彭思龙 1971 年生,1998 年获得中国科学院数学所博士学位,现为中国科学院自动化研究所国家专用集成电路设计工程技术研究中心研究员、博士生导师。主要研究方向为小波理论及应用、模式识别、图像处理等。发表论文 30 余篇。