

# 面向专色印制的油墨定制及图像分色算法的研究

屠长河 冯定国 李学庆 孟祥旭

(山东大学计算机科学与技术学院, 济南 250061)

**摘要** 为了采用较少种油墨印制出色鲜艳连续调图像,提出了一种面向专色印制的油墨定制及连续调图像分色算法。连续调图像是指存在着色调、亮度与饱和度的连续变化的真彩色图像。该算法首先根据图像的颜色属性,建立油墨定制与分色的约束最优化模型,然后采用迭代法来完成油墨定制及图像分色。实践证明,使用该算法能够以较少种类的油墨,在不允许叠印的前提下,印制出色鲜明的连续调图像。该算法还可广泛应用于印染、陶瓷印花等行业。

**关键词** 连续调图像 专色分色 油墨定制 约束最优化

中图分类号: TP391.41 TS801.3-39 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2005)01-0075-06

## Studies on Ink Customization for Spot Color Printing Technology and Color Separation of Continuous Tone Pattern

TU Chang-he, FENG Ding-guo, LI Xue-qing, MENG Xiang-xu

(School of Computer Science & Technology, Shandong University, Jinan 250061)

**Abstract** A new method of Ink customization and Spot color separation of continuous tone image is presented in this paper. The continuous tone image of this paper means the color image that contains the continuous transformations of tone, brightness and saturation. The new method of Spot color separation in this paper consists of the constrained optimization model of Ink customization and Spot color separation according to the attribute of the original pattern's color. The model is solved with the iterative method for Ink customization and Spot color separation in the print system's color gamut. This method offers new perspectives for printing bright continuous image with special inks and can be applied in pattern processing of many industries such as printing, dyeing and ceramics printing, etc.

**Keywords** continuous tone image, spot color separation, ink customization, constrained optimization

## 1 引言

众所周知,印刷行业普遍采用油墨叠印的方式进行印制,例如四色印刷采用青、品红、黄、黑4种油墨集合,多色印制系统<sup>[1-3]</sup>则根据印制图案的颜色信息有针对性地选取专色油墨进行组合,但是在专色印刷、印染、陶瓷印花等行业中,存在一些对油墨吸附饱和的印制承载物(例如布、木纹纸等),这些承载物在完成一种油墨印制之后,由于印制区域对油墨的吸附程度已饱和,因而不能继续进行其他颜

色油墨的印制。针对这类特殊的承载物,工艺上要求不可叠印,必须对印制图像进行不同于叠印工艺的图像分色,也就是应在采用较少种类油墨的前提下,为图像每个像素选择一种合适的油墨,用以记录和表达图像信息。由于要求油墨种类尽可能少,且不能叠印,因此如何能使印制图案呈现原有图案的连续层次和色调是问题的关键。

近期的图像分色研究中,出现了将四色分色与专色分色相结合的相关研究<sup>[1]</sup>,其主要思想是根据图像颜色信息,在给定的一个专色油墨系统(例如15种Pantone油墨)中,通过选取最佳油墨数目及油

收稿日期:2003-06-15; 改回日期:2004-09-28

第一作者简介:屠长河(1968~),男,2003年获山东大学计算数学博士学位,山东大学计算机科学与技术学院副教授,硕士生导师。主要研究方向为几何计算、非真实感绘制技术、图像处理、织物仿真等。E-mail:chtu@sdu.edu.cn

墨来对图像进行分色,由于它是采用叠印的方式,所以比四色或多色印制系统有更大的印制颜色域。然而,由于油墨的选取局限于指定数目的离散的油墨色调空间,从而使得该方法无法满足在不叠印的前提下,印制出高质量的连续调图像的要求。长期以来,由于用于解决连续调图像专色分色的相关方法一直没有出现,因此使得印花行业只能采用传统的凭经验的手工方式来选取油墨和交互地定义油墨表征范围,虽然也可以印制出色彩较鲜明的花样图案,但由于层次感差,图案色调不准确,所以生活中很少见到印制精美的连续调图案的布料。

针对上述问题,本文提出一种新的油墨定制及分色算法。

该算法首先为图像选取合适的一组色调集合 $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ ,并且为每个像素在此集合中选取一个最优色调 $t_i$ ,以使所有像素本身的色调和它们对应的最优色调 $t_i$ 之间的色调差的总和最小;然后对于每种色调 $t_i$ ,再根据图像中对应此色调的像素数目及在色调平面上的分布,决定此种色调对应的油墨数及每种油墨的参数;最后根据线性拟合方法确定图像上每个像素对应的灰度值。

算法主要包含以下两个过程:

- (1) 通过迭代求解最优色调集合方案的近似解以及图像中每个像素的对应色调;
- (2) 通过色调分布定制油墨,进而确定每个像素对应的油墨及其浓度。

## 2 背景知识

### 2.1 颜色空间

本文选取 LUV 空间<sup>[4]</sup>作为颜色计算空间。相对于其他颜色空间,LUV 空间中颜色的距离值与人们视觉感觉到的颜色变化更吻合。如图 1 所示,该空间中的一点  $P(l, u, v)$  对应一种颜色(或一种油墨颜色属性), $l$  表示其亮度, $\sqrt{u^2 + v^2}$  表示其饱和度,该点在  $U$ - $V$  平面上的投影向量  $q(u, v)$  与  $U$  轴正方向的夹角  $\theta$  ( $0^\circ < \theta \leq 360^\circ$ ) 表示其色调。为了表示简单,本文后面的讨论中将 LUV 空间中一点和它对应的颜色视为同一概念。

### 2.2 油墨定制

油墨定制是指根据给定图像的颜色分布来确定印制该图像的最佳油墨集合。

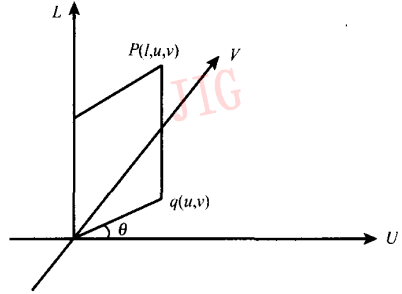


图 1 LUV 颜色空间

Fig. 1 LUV color space

### 2.3 专色分色

专色分色是指为图像中每个像素在最佳油墨集合中选定一种合适的油墨,同时计算该处油墨的饱和度和亮度,饱和度和亮度均用一个  $0 \sim 255$  的灰度值表示,用以在对其进行半色调表示时,确定该像素对应网点的大小和疏密。对一幅给定的连续调图像,经过专色分色之后,对选定的油墨集合中的每种油墨,则分别对应有一幅灰度图像。

## 3 求解近似最优色调集合

根据图像的颜色信息选择合适的油墨是分色的关键。本节通过迭代求解约束优化问题来确定图像的色调集合,并同时计算图像中每个像素的对应色调。

### 3.1 色调集合的评价函数

色调的选取可作为约束最优化问题处理,即对任意一个色调集合,首先可通过建立像素与油墨色调的映射关系来生成预览图,然后将相应预览图与原始图像间的差异作为评价该方案优劣程度的目标函数,且差异越小,目标函数值就越小。这里采用欧氏距离的平方来衡量该差异<sup>[5,6]</sup>。色调集合  $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  的评价函数为:

$$\min(T) = \sum_p (t_p - t_{p_i})^2 \times (t_p - t_{p_i})$$

其中, $t_p$  为图像像素原始色调, $t_{p_i}$  为色调集合  $T$  中与色调  $t_p$  对应的色调。

### 3.2 色调集合初值的确定

容易看出,若色调集合方案  $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  中的色调数目越多,则对应的目标函数值就越小,其对应的集合方案就越优(极限状态就是为每个像素选择一个色调),但是现有的专色印制技术仍然使

得色调数目必须在有限的范围内。另外,色调集合中色调数目确定后,其评价函数的最小值未必是最优方案,例如图像中花蕊的颜色(图版 I 图 1),虽然花蕊的面积很小,但为了表达一幅图像内容,则色调方案中必须具有与花蕊颜色一致的色调。这种特殊要求使得最优方案可能只是评价函数的一个局部最优解,本文称之为色调约束。本算法通过交互方式确定色调集合的初始值  $T^{(0)} = (t_1^{(0)}, t_2^{(0)}, \dots, t_n^{(0)})$  来确定油墨色调数目  $n$  与色调约束。

(1) 以 LUV 空间中色调为  $x$  轴,色调在图像中出现的频率为  $y$  轴,绘制的直方图如图版 I 图 2 所示;采用高斯算子<sup>[7]</sup>平滑直方图之后,自动获取或者直接手工选取直方图的波峰色调集合  $M_1 = (\hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_{n_1})$ ,其数目为  $n_1$ ;

(2) 对比波峰色调与原图色调,如果存在一些必须选取的(为了表达图像内容),但不属于直方图波峰色调集合的色调,则通过手工选取这些色调来得到附加色调集合  $M_2 = \{\hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_{n_2}\}$ ,其数目为  $n_2$ ;由于  $M_2$  里的色调只是用来做初始值,所以手工选取的误差不会对最终结果造成影响;

(3) 油墨色调数目  $n = n_1 + n_2$ ;

(4) 将集合  $M_1 \cup M_2$  中色调进行排序得到初始色调集合  $T^{(0)} = (t_1^{(0)}, t_2^{(0)}, \dots, t_n^{(0)})$ ;

(5) 用  $T_{\text{bisector}}(x, y)$  表示与色调  $x, y$  之间夹角的角平分线对应的色调,给定如下约束:

$$T_{\text{bisector}}(t_{(i-1) \bmod n}^{(0)}, t_i^{(0)}) < t_i < T_{\text{bisector}}(t_i^{(0)}, t_{(i+1) \bmod n}^{(0)})$$

式中,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。

特殊地,令  $0 \bmod n = n, (n+1) \bmod n = 1$ 。

对于给定的色调集合,还需要为图像中每个像素选择相应的色调,本文用  $A_{N,n} = \{a_{i,k}\}$  表示像素与色调集合的映射关系矩阵( $N$  为图像像素个数),矩阵的第  $i$  行表示图像第  $i$  个像素与色调集合  $(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$  的映射关系,  $a_{i,k} = 1$  表示第  $i$  个像素色调为  $t_k$ ,由于不允许采用叠印,所以每一行只有一个元素  $a_{i,k}$  为 1,其他都为 0。

### 3.3 模型

求解色调集合  $T$  与映射关系矩阵  $A_{N,n}$  模型的过程如下:

目标:

$$\min(T) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n a_{i,k} \times (t_k - t_{p_i}) \times (t_k - t_{p_i}) \quad (1)$$

其中,  $t_{p_i}$  为第  $i$  像素的色调。

约束:

$$\sum_{k=1}^n a_{i,k} = 1, a_{i,k} \in \{0, 1\}, i = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$T_{\text{bisector}}(t_{(i-1) \bmod n}^{(0)}, t_i^{(0)}) < t_i <$$

$$T_{\text{bisector}}(t_i^{(0)}, t_{(i+1) \bmod n}^{(0)}), i = 1, 2, \dots, n$$

初值:

$$T^{(0)} = (t_1^{(0)}, t_2^{(0)}, \dots, t_n^{(0)})$$

### 3.4 求解模型

首先有如下一个结论,其证明见附录 1。

**结论 1** 假设已知色调集合  $T = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$  (如果  $k < j$ , 则  $t_k < t_j$ ) 为模型(式(1))的某一个色调方案,  $A_{N,n}$  为相对于  $T$  的最优映射关系矩阵,则对于已知的评价函数和任意给定的像素  $j$  (其色调为  $t_{p_j}$ ), 必有如下映射关系:  $a_{j,m} = f(t_{p_j}, t_{m-1}, t_m, t_{m+1})$ , 其中  $f$  表示如下:

当  $T_{\text{bisector}}(t_{m-1}, t_m) < t_{p_j} \leq T_{\text{bisector}}(t_m, t_{m+1})$ , 则  $a_{j,m} = 1$ ; 否则  $a_{j,m} = 0$ 。

给定了初始值  $T^{(0)}$  就可以直接将式(1)当作运筹学里的约束最优化模型求解,但是式(1)中含有  $N \times n$  个整型变量和  $n$  个普通变量  $t_k$ 。在约束最优化模型求解过程中,对于整形变量,由于只能采用分支定界法<sup>[8-10]</sup>进行一一枚举,因此求解复杂度很高。由于式(1)模型中存在如此巨大数目的整型变量,使得模型求解时间不可接受,为此,本文将式(1)模型做如下简化:

由结论 1 可知,如果将  $a_{j,m} = f(t_{p_j}, t_{m-1}, t_m, t_{m+1})$  代入式(1)模型,则得到以下新的模型(式(2)):

$$\min(T) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n f(t_{p_i}, t_{k-1}, t_k, t_{k+1}) \times (t_k - t_{p_i}) \times (t_k - t_{p_i}) \quad (2)$$

显然式(2)中只有向量  $T = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ , 并且由于式(2)的解集必然是式(1)解集的子集,而式(1)的最优解是式(2)的一个解,从而可推出式(1)与式(2)具有相同的最优解。可是对给定的初值,即使对式(2)求解,模型的求解时间也是不可接受的。由于式(2)中的  $\min(T)$  是关于  $T$  的二次分段函数,其在不同的区间有不同的表达式,且在给定约束的范围内就可能有很多局部极值,因此对式(2)的求解,也只能是先求出模型所有局部极值,然后才能选取最优的局部极值作为全局最优解,但解模型所有局部极值的时间不可接受。

为快速求解模型,本文采用迭代方法来近似求解,即首先将式(1)模型分解为两个子模型:

模型 a: 已知色调集合  $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  (如果

$k < j$ , 则  $t_k < t_j$ ), 求解其映射关系矩阵  $A_{N,n}$  使得式(1)的值最小。

模型 b: 已知映射关系矩阵  $A_{N,n}$ , 求解色调集合  $T$  使得式(1)值最小。

由于  $A_{N,n}$  已知, 模型 b 成为容易求解的二次多项式模型, 共有  $n$  个变量  $t_1, t_2, \dots, t_n$ 。由结论 1 可知, 模型 a 可按下述方法求解: 当  $T_{\text{bisector}}(t_{m-1}, t_m) < t_{p_j} \leq T_{\text{bisector}}(t_m, t_{m+1})$ , 则取  $a_{j,m} = 1$ , 矩阵  $A_{N,n}$  的该行内其他元素取 0。模型 b 可按二次多项式规划求解<sup>[5,6]</sup>。

其求解的迭代算法如下:

已知油墨色调数目  $n$  和色调集合初始值  $T^{(0)} = (t_1^{(0)}, t_2^{(0)}, \dots, t_n^{(0)})$ ;

(1) 令  $T = T^{(0)}$ ;

(2) 求解模型 a 得映射关系矩阵  $A_{N,n}$ ;

(3) 将步骤(2)所求得的  $A_{N,n}$  代入模型 b 来求解得到色调集合  $T^{(1)}$ ;

(4) 如果迭代的目标函数值小于给定的色调误差  $E$ , 则转到步骤(5); 否则令  $T = T^{(1)}$ , 转步骤(2);

(5) 算法结束。

算法最终求得色调集合  $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  和映射关系矩阵  $A_{N,n}$ 。迭代收敛性证明见附录 2。

## 4 定制油墨

对于第 3 节计算获得的色调集合  $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  中每一色调  $t_i$ , 由于在给定的连续色调图像中其对应像素的亮度和饱和度可能有较大的不同, 因此对同一色调, 可能需要通过多种油墨(色调相

同, 饱和度和亮度不同)来呈现。由此可见, 定制油墨过程首先要确定印制同一色调颜色对应的油墨数, 以便确定印制整幅图像需要的油墨数, 然后才能确定油墨的颜色属性。

### 4.1 确定油墨数目

对于给定色调  $t_i$ , 可先通过映射关系矩阵  $A_{N,n}$  求出所有与之对应的像素集  $O_i = \{P(l, u, v)\}$ , 然后将其映射到色调  $t_i$  的半平面上得到点集  $R_i = \{\hat{P}(\hat{l}, \hat{u}, \hat{v})\}$ , 映射原则是保持像素的亮度与饱和度不变。映射公式为

$$\hat{l} = l, \hat{u} = \cos(t_i) \times \sqrt{u^2 + v^2}, \hat{v} = \sin(t_i) \times \sqrt{u^2 + v^2}$$

由于  $R_i$  中点的分布范围反映了原始连续色调图像中与色调  $t_i$  对应的像素亮度和饱和度的变化范围, 因此印制与色调  $t_i$  对应的像素集需要用多少种油墨, 可根据  $R_i$  中点的分布情况确定, 如图 2(a) 情况可以采用一种油墨, 而图 2(b) 情况则采用两种油墨更合适。本文采用求外接矩形的分割法来确定油墨数, 如果集合  $R_i$  中点的外接矩形的任意一边大于给定阈值  $L$ , 则沿着这条边的中点做矩形的中轴线, 将矩形一分为二, 首先得到两个矩形, 如果其中有一个矩形内的点的数目小于集合  $R_i$  中点数的 10%, 则取消分割; 对得到的新矩形再采用同样分割过程, 直到得到的所有矩形满足条件为止。最后得到的矩形的数目即为与该色调对应的油墨数目。假设最后得到矩形点集集合为  $\{\hat{R}_1, \hat{R}_2, \dots, \hat{R}_m\}$ , 用  $(C_1, C_2, \dots, C_m)$  表示印制此集合所需的油墨集合, 其中  $m$  为印制色调油墨数目,  $C_i = (l_i, u_i, v_i)$ ,  $l_i, u_i, v_i$  为油墨待定参数。

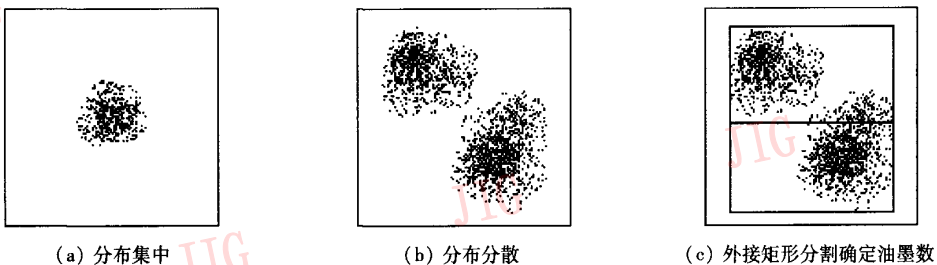


图 2 原始图像中同一色调像素在色调平面上的投影情况

Fig. 2 Mapping of pixels with the same tone in the original image to the tone plane

### 4.2 确定油墨属性

根据 Neugebauer 模型<sup>[9]</sup>, 一块小的印刷区域的颜色是该区域基色的加权平均, 其中权重为该基色所覆盖面积的百分比。由于本文只考虑非叠印印制

方式, 因此油墨  $C_i = (l_i, u_i, v_i)$  与背景色  $B = (l_{\text{back}}, 0, 0)$  (不失一般性, 假定为白色) 合成后的颜色  $C$  可以近似表示为

$$kC_i + (1 - k)B \quad (3)$$

其中,  $k$  为油墨  $C_i$  的覆盖面积比, 本文用此系数作为油墨  $C_i$  的浓度系数。容易看出, 式(3)是 LUV3 维空间中过点  $C_i$  和点  $B$  的直线方程, 以下称此直线为  $S$ 。

求解式(3):

因为已知直线  $S$  经过点  $B$ , 且在色调平面内, 所以可以设直线  $S$  的方程为

$$y + \delta x - l_{\text{back}} = 0 \quad (4)$$

其中,  $\delta$  为待定的未知量。因为准备用直线  $S$  上的颜色来近似模拟矩形点集  $\hat{R}_i$  内的所有点的颜色, 所以期望直线  $S$  离每个点都尽可能的近, 这样利用直线  $S$  到矩形点集  $\hat{R}_i$  内所有点的距离平方和  $d(\delta)$  最小就可求出待定系数  $\delta$ , 也就可得到直线方程(式(4))。

求出直线方程(式(4))之后, 即可通过如下方式求出油墨  $C_i$  的颜色属性:

(1) 过点集  $\hat{R}_i$  中的每一个点  $\hat{P}$  在色调半平面内作直线  $S$  的垂线, 交直线  $S$  于点  $\tilde{P}$ , 即得到  $\hat{R}_i$  的模拟像素集  $M_i = \{\tilde{P}\}$ ;

(2) 在直线  $S$  上确定一点作为油墨  $C_i$ ;

确定油墨属性时, 首先对模拟像素集  $M_i$  中的点按照线段  $B\tilde{P}$  到点  $B$  的距离升序排序, 即得到直线  $S$  上的点序列  $\{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \dots, \tilde{P}_m\}$ , 其中  $m$  为  $M_i$  中点的个数。容易知道, 该序列中点的亮度递减。理想状态是选择亮度值最小的  $\tilde{P}_m$  点作为  $C_i$ , 但是图像颜色的随机性可能会使得序列  $\{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \dots, \tilde{P}_m\}$  中的点在  $\tilde{P}_m$  附近分布得非常稀疏(如图版 II 图 3 所示), 而经验表明, 一方面期望  $C_i$  距离模拟像素集  $M_i$  中的点应尽可能地近, 也就是期望  $C_i$  处在  $M_i$  中点比较集中的地方; 另一方面, 在定位  $C_i$  时, 又期望  $M_i$  中落在线段  $C_i\tilde{P}_m$  上的点尽可能地少, 这是为了避免确定像素灰度值产生大量外插值的情况出现(具体插值方法可见 4.3 节)。显然以上两点要求是相互矛盾的。为了合理地定位  $C_i$ , 本文给定一个比例阈值  $H$  ( $0 < H < 1$ ), 用于在序列  $\{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \dots, \tilde{P}_m\}$  中选择  $\tilde{P}_j$  作为  $C_i$ , 使得  $\tilde{P}_j$  满足:  $(m-j)/m \approx H$ 。

### 4.3 确定像素灰度

对于原图中任一像素  $Q$  的色调, 在模拟像素集  $M$  中找出对应点  $\tilde{P}$ , 如果  $|B\tilde{P}|$  小于  $|S|$ , 则以  $|B\tilde{P}|/|S|$  作为像素  $Q$  的灰度值, 否则将像素  $P$  的

灰度值置为 1。

## 5 实验结果

为验证本文算法效果, 选择了专色印制中常见的花卉图案进行了油墨定制及专色分色的试验。油墨定制和分色结果见图版 II 中表 1 以及图版 I 图 1 和图版 II 图 4。

由于在四色印制过程中允许进行叠印, 所以所能印制的颜色数目很多, 但是在专色印制过程中, 由于不能采用叠印的方式进行多次印制, 所以相对于可以叠印的印制方式, 专色印制必然要采用更多种颜色的油墨。

算法执行的速度取决于所选色调的数目和迭代次数。实验采用的色调误差  $E = N \times 1$  rad, 其中  $N$  为像素个数; 模拟线段长度阈值  $L = 50$ ; 油墨点定位比例阈值  $H = 10\%$ 。背景亮度值  $l_{\text{back}} = 97$ 。两个实验用图的实验数据分析结果见图版 II 中表 1。

## 6 总结

本文提出的方法解决了目前印花行业里急需解决的专色印制连续调图像的油墨定制和专色分色问题, 而且相对于传统手工交互方式, 该方法不仅提高了印制质量, 也提高了分色过程的自动化程度和效率。

本文算法通过迭代法求解约束最优化模型, 不仅解决了油墨色调自动定位问题和分色问题, 而且相对于目前行业内采取的手工定位和交互定义油墨表征范围的方法, 准确性更高。由于其是以空间线段来模拟颜色变化趋势, 很好地保证了颜色的连续性, 从而能够生成更高质量的连续调图像。

### 参考文献 (Reference)

- 1 Ge Min, Meng Xiang-xu, Gong Bin. Studies on separation and printing of color images for customize color printing technology[J]. Journal of Software, 2002, 13 (12): 2281 ~ 2285.
- 2 Kobayashi N, Saito H. Halftone algorithm using genetic algorithm [J]. The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers (IEICE) Transactions, 1995, J78-D-II (10): 1450 ~ 1459.
- 3 Hernan Aguirre, Kiyoshi Tanaka, Tatsuo Sugimura, et al. Halftone image generation with improved multiobjective genetic algorithm[J]. The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers (IEICE) Transactions, 2001, E84-A(8): 1869 ~ 1882.

- 4 Foley J, Van Dam A, Feiner S, *et al.* Computer graphics: Principles and practice, (2nd edition) [M]. Boston MA, USA, Addison Wesley, 1997.
- 5 Fletcher. Reeves. Function minimization by conjugate gradient[J]. Journal of Computer, 1964,7(2):149~154.
- 6 Shewchuk J R. An introduction to the conjugate gradient method without the agonising pain[R]. Technical Report, Volume CMU-CS-94-125, School of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, USA, Aug, 1994.
- 7 Beyer W H. CRC standard mathematical tables, (28th ed) [M]. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 1987:533~534.
- 8 Garfinkel R S, Nemhauser G L. Integer programming [M]. New York: John Wiley & Sons, 1972.
- 9 Xu Gao-zhi, MA Zhong-fan. Fundamentals of integral planning [M]. Shangyang: Liaoning Education Publish Company, 1990. [许国志, 马仲蕃. 整数规划初步 [M]. 沈阳: 辽宁教育出版社, 1990.]
- 10 LU Xianghua, HOU Ding-pi, WEI Quan-ling. Tutorial of Operational research [M]. Beijing: High Education Publish Company, 1992. [卢向华, 侯定丕, 魏权龄. 运筹学教程 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1992.]
- 11 Neugebauer H E J. The theoretical foundation for multicolor printing [J]. Zeitschrift fuer Wissenschaftliche Photographie, 1937,36(4): 73~89.

## 附录1 3.4节结论1证明

**证明** 可采用反证法进行证明。现假设不存在上述的映射关系  $f$ , 也就是说, 当  $T_{\text{bisector}}(t_{m-1}, t_m) < T_{p_j} \leq T_{\text{bisector}}(t_m, t_{m+1})$  时,  $a_{j,m}$  不一定取值为 1。根据模型可知, 在矩阵  $A_{N,n}$  的每一行的元素  $a_{j,1}, a_{j,2}, \dots, a_{j,n-1}, a_{j,n}$  中, 有且仅有一个元素取值为 1, 其他元素取值为 0。若  $a_{j,m}$  取值不为 1, 则必然存在一个  $a_{j,h}$  取值为 1 ( $h \neq m$ ), 即像素  $j$  在评价函数中所贡献的

值为  $(t_h - t_{p_j}) \times (t_h - t_{p_j})$ 。由  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  中  $t_i$  的递增性可知, 当  $T_{\text{bisector}}(t_{m-1}, t_m) < t_{p_j} \leq T_{\text{bisector}}(t_m, t_{m+1})$  时, 必有  $(t_m - t_{p_j}) \times (t_m - t_{p_j})$  小于  $(t_h - t_{p_j}) \times (t_h - t_{p_j})$ ; 进而可推出将最优映射关系矩阵  $A_{N,n}$  的第  $j$  行的元素  $a_{j,h}$  取值变为 0, 而将  $a_{j,m}$  变为 1, 由于所得评价函数值会减小, 从而可推出映射关系矩阵  $A_{N,n}$  不是最优的, 因为与假设相违背, 即相互矛盾, 所以推出的结论是正确的。证毕。

## 附录2 3.4节迭代算法收敛性证明

迭代过程中得到的目标函数值序列是递减序列的证明如下:

设色调定义域为  $\Omega$ , 给定色调集合  $\hat{T} \in \Omega$ , 经过 3.4 节迭代算法步骤 (2) 之后, 求得的映射关系矩阵为  $\hat{A}_{N,n}$ , 则目标函数最优值为  $f(\hat{T}, \hat{A}_{N,n})$ ; 步骤 (3) 是在色调定义域  $\Omega$  中求得相对于映射关系矩阵  $\hat{A}_{N,n}$  的最优色调集合  $\tilde{T}$ , 由于其最优目标值为  $f(\tilde{T}, \hat{A}_{N,n})$ , 所以  $f(\tilde{T}, \hat{A}_{N,n}) \leq f(\hat{T}, \hat{A}_{N,n})$ ; 在步骤 (4) 中, 相对于最优色调集合  $\tilde{T}$ , 可求得矩阵  $\hat{A}_{N,n}$ , 由于根据模型 a 的求解过程知道  $f(\hat{T}, \hat{A}_{N,n}) \leq f(\tilde{T}, \hat{A}_{N,n})$ , 所以有  $f(\tilde{T}, \hat{A}_{N,n}) \leq f(\hat{T}, \hat{A}_{N,n})$ , 即迭代过程中得到的目标函数值序列是递减序列。

由于根据目标函数值的意义, 就可以知道目标函数值至少是大于 0 的, 因此目标函数值序列是一个递减, 且有下界的序列, 同时根据“有界并且单调序列必收敛”, 就可推出本迭代算法收敛。证毕。

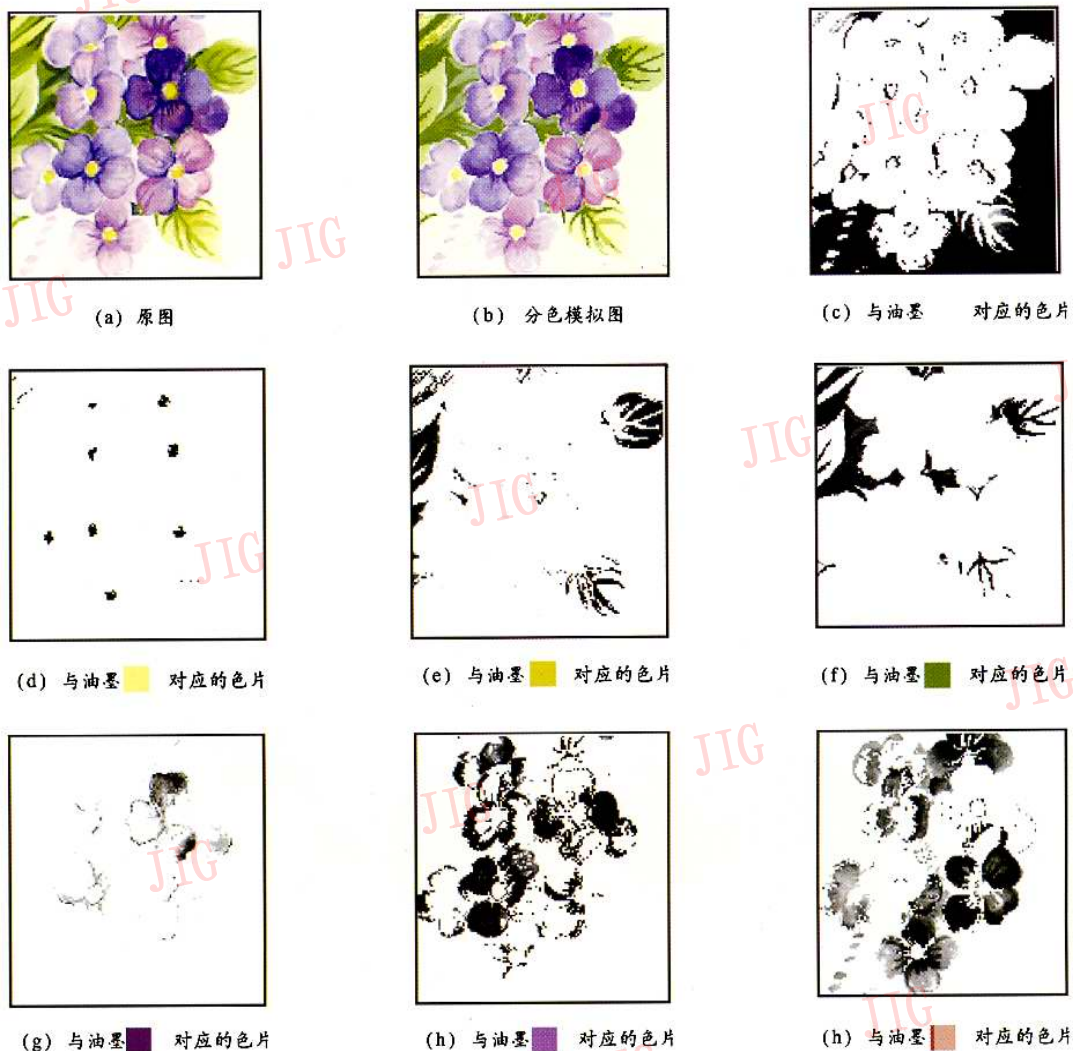
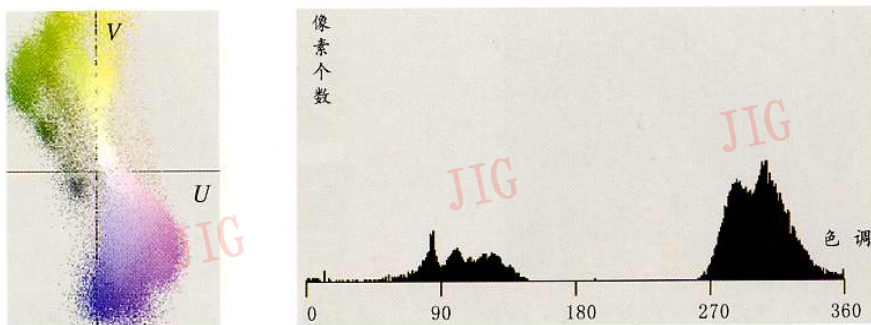


图1 专色分色色片及分色模拟图(I)

Fig.1 Simulated results of spot color segmentation(I)



(a) 图版 I 图1 像素映射到 U-V 平面上的结果

(b) 图版 I 图1 色调直方图

图2 色调映射及统计直方图示意图

Fig.2 Illustration of tone mapping and histogram of tone.



图3 模拟像素集合 $M_i$ 中的点(红点)的分布状态

Fig.3 Distribution of points(red point) in pixel set  $M_i$



(a) 原图



(b) 分色模拟图



(c) 与油墨  对应的色片



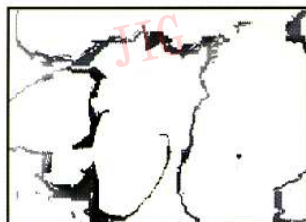
(d) 与油墨  对应的色片



(e) 与油墨  对应的色片



(f) 与油墨  对应的色片



(g) 与油墨  对应的色片



(h) 与油墨  对应的色片




(h) 与油墨  对应的色片

图4 专色分色色片及分色模拟图(II)

Fig.4 Simulated results of spot color segmentation(II)

表1 实验例图的数据分析

Table 1 Data analysis of test cases

图像	图像规格	色调数目	油墨数目	印制图与原图 L U V 色差平均值	一次迭代时间 (s)	总时间(s)
图版 I 图1	136×138	5	7	3.632404	25	14分17
图版 I 图2	267×183	4	7	3.067467	19	11分30
图版 I 图1的油墨方案						
图版 I 图2的油墨方案	