

基于高斯混合模型的纹理图像分割

余鹏^{1),2)} 封举富³⁾

¹⁾(北京大学数学科学学院,北京 100871) ²⁾(国家基础地理信息中心,北京 100044)

³⁾(北京大学信息科学学院信息科学中心、视觉与听觉信息处理国家重点实验室,北京 100871)

摘要 纹理图像分割是图像处理的一个基本问题。由于基于高斯混合模型的纹理图像分割方法,大多采用单像素的方法,因此分割精度和效率都较低。为了更好地进行纹理图像分割,在子空间思想的基础上,提出了一个基于图像块的分割算法及其改进算法,即先取图像块的均值、标准差、最大值、最小值以及中间像素的像素值等5个特征作为纹理特征,再利用高斯混合模型进行纹理图像分割,实验结果表明,该新算法的分割精度和分割效率较原分割算法都有较大提高。

关键词 图像分割 纹理图像 高斯混合模型 EM算法

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2005)03-0281-05

Texture Image Segmentation Based on Gaussian Mixture Models

YU Peng^{1),2)}, FENG Ju-fu³⁾

¹⁾(School of Mathematical Sciences, Peking University, Beijing 100871) ²⁾(National Geomatics Center of China, Beijing 100044)

³⁾(National Key Laboratory on Machine Perception, Center for Information Science, School of Electronics Engineering and Computer Science, Peking University, Beijing 100871)

Abstract In the field of image processing, Image segmentation is the basic problem. Using mixtures of Gauss, Some people segment image by single pixel value and get poor precision and lower efficiency. For segmenting image well, in this paper, we present a texture image segmentation algorithm by image patches. It is inspired by sub-space on some authors. Our experiences show that this algorithm can segment texture image a little, although it cost very much in time. Then we take mean, stand deviation, maximum, minimum and middle pixel value of image patch as features. Our algorithm segments texture image very well. Especially, it improves a lot in time.

Keywords image segmentation, texture image, Gaussian mixture models, EM algorithms

1 引言

纹理图像分割是图像处理中的一个基本问题,其主要分割方法包括共生矩阵法、基于小波和Gabor滤波器的方法、马尔可夫随机场方法、神经网络方法、基于信息论和模糊集的方法等^[1]。

当前的图像分割研究已经进入了一个新的阶段,主要表现在统计工具的广泛使用。人们已不再将图像的空间特性或者频率特性作为图像分割的基本特征,而是对图像纹理的内在要素分布特性进行统计表达。人们认为图像纹理是由一些更基本的变

量所决定的,图像纹理就出现在由这些变量的特征所张成的子空间中^[2],因此如果能将这样的子空间分开,就同样能将不同纹理的图像分割开。

基于这样的认识,就可以用多个(2000)、一定大小(8×8)的图像块来训练这样的样本空间(不同的纹理有不同的样本空间),而对于待分割图像样本,则只要将它属于不同空间的概率计算出来,就可以通过对样本图像进行分类来完成图像分割。

对图像样本进行分类的关键是样本空间的拟合问题,本文采用的是多维高斯分布,而对于含多个纹理的图像,则可以采用高斯混合模型进行刻画。高斯混合模型是当今统计模式识别领域研究的热点^[3],其

基金项目:国家重点基础研究发展规划项目(G1998030600)

收稿日期:2003-10-26;改回日期:2004-10-10

第一作者简介:余鹏(1971~),男,工程师,1996年获华东师范大学理学硕士学位,现为北京大学数学科学学院博士研究生。目前主要研究方向为图像处理、模式识别、GIS。E-mail:pyu2000@sina.com

主要应用于数据分类^[4]。这种方法由于理论结构完整,应用领域非常广阔。虽然也有人也将之应用到图像分割,但大多以单个像素的像素值为样本来进行训练,由于其分割的是整幅图像的灰度级别,因此,不能将不同纹理但灰度级别可能一致的图像分割开。本文提出了一个基于图像块的分割算法及其改进算法,这一算法能有效地分割纹理图像,而且经改进后分割的精度和运行的效率还可得到较大提高。

2 基于 EM 的高斯混合模型

利用混合模型来分类(现将分割问题当作分类问题来看)有以下两个基本的问题需要解决:一是混合模型的参数估计;另一是混合的信源(即分类类别)数的确定^[3]。前者可采用期望最大(expectation maximization, EM)算法或者马尔可夫链蒙特卡罗(markov chain monte carlo, MCMC)方法;后者情况较为复杂^[5-7],这里假定分类数已经确定。下面给出的就是用 EM 算法来估计模型参数的基本公式,其中首先给出的是最大似然估计公式,然后给出其迭代步骤。

2.1 高斯混合模型及最大似然估计

设 $Y = [Y_1, \dots, Y_d]^T$ 是 d 维的随机变量, $y = [y_1, \dots, y_d]^T$ 表示 Y 的一个实例。如果它的概率密度函数能写成 k 个成分分布的和,即

$$p(y | \Theta) = \sum_{m=1}^k \alpha_m p(y | \theta_m) \quad (1)$$

则 Y 服从有限混合分布,其对应的模型就为有限混合模型。其中, $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ 是各个成分分布混合的概率; θ_m 是第 m 个成分分布的参数; $\Theta \equiv \{\theta_1, \dots, \theta_k, \alpha_1, \dots, \alpha_k\}$ 是所有参数的集合;同时 α_m 必须满足如下条件:

$$\alpha_m \geq 0, m = 1, \dots, k \quad \text{且} \quad \sum_{m=1}^k \alpha_m = 1 \quad (2)$$

现假设所有成分分布都是高斯分布,则所对应的模型就为高斯混合模型,而 d 维的高斯混合模型的参数 θ_m 实际上由参数均值向量 μ_m 和方差矩阵 Σ_m 所决定^[8]。

在式(2)约束下,因为求式(1)参数的闭式解非常复杂,故一般采用迭代方法^[9],即先建立样本的最大似然方程,然后采用 EM 算法来对类参数及混合参数进行估计。

最大似然估计的基本假设是所有 N 个样本的集

合 $Y = \{y_1^{(1)}, \dots, y_N\}$ 是独立的,其似然函数定义如下:

$$l(\Theta) = p(Y | \Theta) = \prod_{n=1}^N p(y_n | \Theta) \quad (3)$$

进一步定义对数似然函数为

$$H(\Theta) = \ln[l(\Theta)] = \sum_{n=1}^N \ln p(y_n | \Theta) \quad (4)$$

将式(1)代入式(4),得

$$H(\Theta) = \sum_{n=1}^N \ln \sum_{m=1}^k \alpha_m p(y | \theta_m) \quad (5)$$

所谓最大似然估计,就是要找到使式(4)的对数似然函数值最大的 Θ 的估计值 $\hat{\Theta}$,即

$$H(\hat{\Theta}) = \max_{\Theta \in \Theta} \sum_{n=1}^N \ln \sum_{m=1}^k \alpha_m p(y | \theta_m) \quad (6)$$

2.2 参数估计的 EM 算法

参数估计的 EM 算法是由 Dempster 等于 1977 年提出的^[10],它分为 E-步和 M-步,其中 E-步用于计算对数似然函数的期望—— Q 函数, M-步用于选择使期望最大的参数,当 M-步选择好参数后,再将选择的参数代入 E-步,计算期望,如此反复,直到收敛到最大似然意义上的最优解为止,其优点是不需要知道闭式解,且计算速度较快。对于高斯混合模型,采用 EM 算法进行参数估计的过程如下:

E-步:首先初始化参数 μ_m, Σ_m 和 α_m , 计算每个样本 n 属于第 m 类的后验概率:

$$Q_{m,n} = \alpha_m p(y | \theta_m) \quad (7)$$

其标准化后为

$$R_{m,n} = \frac{Q_{m,n}}{Q_n} = \frac{\alpha_m p(y | \theta_m)}{\sum_{m=1}^k \alpha_m p(y | \theta_m)} \quad (8)$$

其中, $p(y | \theta_m) = 2\pi^{-d/2} |\Sigma_m|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(y - \mu_m)^T \Sigma_m^{-1} (y - \mu_m)\right\}$ 服从高斯分布。

M-步:通过最大化式(8)来得到新的参数值 $\bar{\mu}_m, \bar{\Sigma}_m$ 和 $\bar{\alpha}_m$, 其具体计算公式如下:

$$\bar{\alpha}_m = \frac{\sum_{n=1}^N R_{m,n}}{N} \quad (9)$$

$$\bar{\mu}_m = \frac{\sum_{n=1}^N R_{m,n} y_n}{N \bar{\alpha}_m} \quad (10)$$

$$\bar{\Sigma}_m = \frac{\sum_{n=1}^N R_{m,n} (y_n - \bar{\mu}_m)(y_n - \bar{\mu}_m)^T}{N \bar{\alpha}_m} \quad (11)$$

利用式(8)~式(11)迭代收敛后,就可以得到

样本 n 属于第 m 类的后验概率矩阵 $R_{m,n}$ 。这一结果可应用于数据分类、图像分割等。下面将主要讨论高斯混合模型在图像分割上的应用。

3 纹理图像分割

为了验证高斯混合模型在图像分割方面的效果,从 Brodatz 纹理数据库中任意选取了 8 幅纹理图像,并对它们进行合成,然后将其作为待分割图像进行实验。其合成后的纹理图像见图 1。

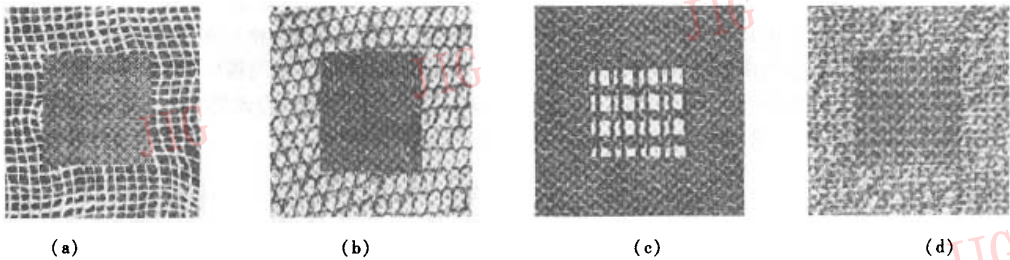


图 1 合成的纹理图像

Fig. 1 Composed texture images

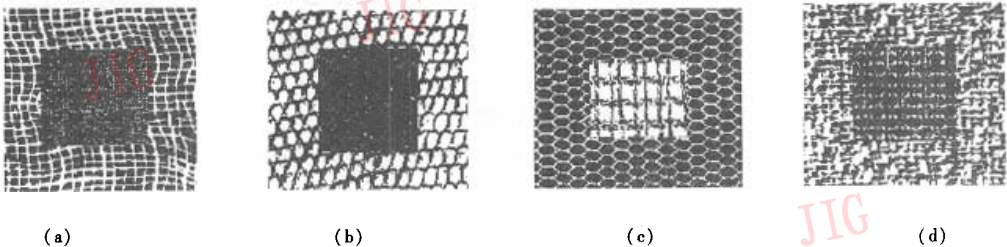


图 2 4 幅合成图像分别采用单像素方法分割后的结果

Fig. 2 Segmented results of four composed images by single pixel method

从引言的分析可以知道,一个纹理有别于其他纹理的不同之处,是由于它们具有独特的像素值组合,并在空间分布上满足一定的规律,因此,要对纹理图像作出分割,则必须考虑到像素及其邻域的像素值。一种简单的方法就是考虑 3×3 、 5×5 、 7×7 、 9×9 等大小的子图像块。也许这些小的图像块并不能代表纹理,但是对每一种纹理而言,如果将每一个小的图像块看作是纹理空间中分布的样本,则取自相同纹理的样本在空间中表现出的聚集性要大于取自不同的纹理的样本。有了该想法,就可将单像素的灰度图像分割扩展到纹理图像的分割。

这种思想在 Kohonen 的自适应子空间自组织映射 (self-organizing map, SOM) 中已有所体现,就是所谓图像子空间的思想^[11]。这一思想与图像流

原始纹理图像和合成图像都没有做任何处理,如果用人工进行识别,则能很快判断前景和背景图像,继而完成分割,但要计算机完成这一过程却很难。有人用高斯混合模型来进行图像分割,其采用的是单像素方法,也即以像素灰度的差异作为分类的依据。这种方法用于非纹理图像的分割是成功的,且类似于阈值化方法,但运用于纹理图像的分割却是不成功的。图 2 是采用单像素对合成纹理图像进行分割的结果,由图 2 可见,其并不能将前景物体和背景分割开。

形^[12]的概念是不谋而合的。

实验的第 1 步就是要确定图像块的大小,若图像块太大,则不同纹理间的边缘区域的分割精度无法得到保证;而图像块太小,又不能获得足够的纹理信息来将不同纹理分割出来。图像块的大小需由实验来选取。经不同大小的像素块实验,最后发现 8×8 邻域有较好的分割结果,以下的实验结果都是以 8×8 大小的图像块进行采样得来的。这里需要说明的是,如果选取的图像块大小为 1×1 ,则该算法实际上就是灰度图像分割的算法。

结合上面的分析及本文第 2 节推导的公式,具体的分割算法步骤如下:

(1) 选择样本 从合成图像上随机选取 2000 个 8×8 的图像块。

(2) 初始化 设定初始类别个数、各类均值向量、协方差矩阵等。

(3) 训练 利用 EM 算法来估计最大似然参数:

① E-步 利用式(8)来计算样本 n 属于第 m 类的标准化后验概率矩阵 $R_{m,n}$;

② M-步 利用式(9)~式(11)来计算最新的参数值 $\bar{\mu}_m$, $\bar{\Sigma}_m$ 和 $\bar{\alpha}_m$;

③ 重复以上两步直到收敛。

(4) 计算后验概率 得到各类别的似然参数后,再逐点从图像中读入待分割图像块(8×8 大小),以计算该样本属于各类别的后验概率。

(5) 分割 根据样本的后验概率的大小,将该样本的中间像素判为不同的图像类。

该算法实际上由训练和分割两大步组成,即上面算法的前 3 步是训练,后 2 步是分割。考虑计算

的效率,作为训练的图像并不要求全部待分割的图像都参与运算,只要随机选取 2000 个样本即可,这样可以大大地节省计算时间。

EM 算法需要给定混合比例、初始均值向量和协方差矩阵。该算法假设类别数已知,混合比例初始化为以类别数为分母的均匀分布。均值向量则是在 2000 个样本数据的基础上,通过对其 64 维特征分别求均值而得到的一个 64 维向量;协方差矩阵则为初始化 2000 个样本数据的协方差矩阵经对角化后的对角阵。

该算法大都在迭代约 30 步后收敛,收敛后的均值向量和协方差矩阵就是对图像进行分割的依据,分割时,首先从图像中相互重叠地取出 8×8 大小的子图像块,然后计算它与哪一类最近,该子图像块的中心像素就据此标记为该类别,最后得到的分割结果如图 3 所示。

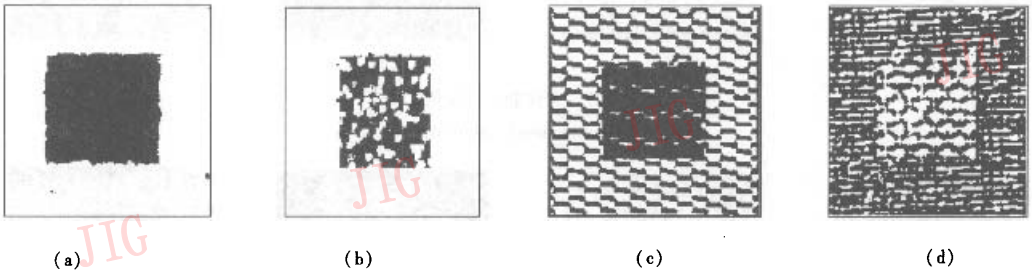


图 3 4 幅合成图像分别采用图像块方法分割后的结果

Fig. 3 Segmented results of four composed images by image patches method

4 算法改进

第 3 节的一些分割结果表明,通过一定大小的图像块的采样来分割纹理图像是可行的,但除图 1(a)能得到较好的分割结果外,其他几幅合成图像的分割结果都不是十分理想,特别是图 1(d),由于合成纹理有较大的相似性,因此几乎不能得到理想的分割结果,而图 1(c)的分割结果则变成了另两种纹理的合成。另外,由于采用图像块进行计算后,整个算法的运行时间也增加了很多,因此希望对算法进行改进。

改进的出发点就是在这 8×8 大小的窗口内求出能表示这 64 个像素的特征,由于纹理具有平移不变性,因此选取的像素块特征也应具有这一特性,即窗口内的像素均值、最小值和最大值都具有这一特性。考虑到像素块中心点的像素值是判断像素块属

于某一类的基础,所以将该值也作为特征,这样就结合了单像素方法,使它成为本算法的一个特例。另外,由于像素块内像素灰度值对窗口内像素灰度均值的变化程度也是一个很重要的指标,因此又选择了标准差作为特征。以以上 5 个特征为基础进行了图像分割,其结果如图 4 所示。

图 4 相对于图 3 的分割结果有很大改善,如图 4(b)中前景纹理的白色方块减少了,图 4(c)中的背景也变成了一致的白色,图 4(d)虽然还不是十分理想,但比图 3 的分割结果仍有很大改善,只是图 4(a)的背景纹理有些退化,但经过简单的滤波操作,就能够基本上除去这些脏点。

分析其原因,笔者认为,将 8×8 邻域中的所有像素值都作为特征进行运算,可能是造成图像不可分的主要原因。图像不可分的原因是:首先,由于所有这些像素作为特征,维数高达 64 维,在高维空间,像素分布表现出“空空间现象”,这已经不满足

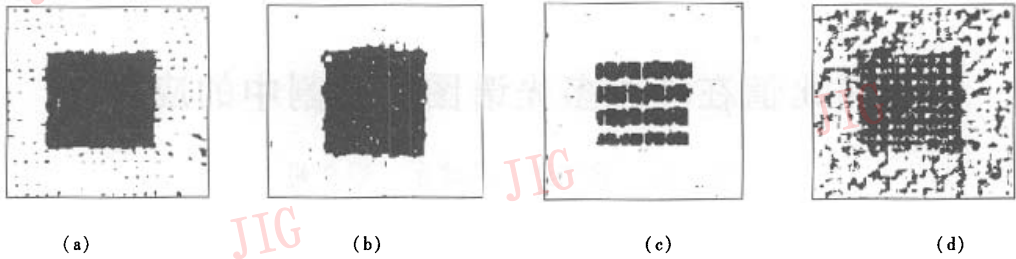


图4 4个合成图像改进后算法的分割结果

Fig. 4 Segmented Results of Four Composed Images by Improved Algorithm

高斯分布的假设了;其次,在高维空间,像素分布的训练需要大样本,而在样本有限的情况下,EM算法则容易收敛到局部最优解。

相对于图像块方法,除分割精度有了有效改进外,分割速度也较图像块方法有了很大提高。两种方法相比,以前直接使用 8×8 邻域中的像素值作为特征,处理的是64维高斯混合模型,而现在使用像素值、邻域均值、标准差、最大值和最小值作为特征后,则只需处理5维高斯混合模型,这是使运算时间大大减少的主要原因。每幅图像经5次分割后的平均运算时间对比见表1。

表1 采用不同算法各步时间对比(计算5次后平均)

Tab. 1 Time contrasts in every step by different methods (average out at 5 times) 单位:s

	合成图像	训练(50步)	计算后验概率	分割
单像素	图1(a)	1.824 6	6.098 6	4.761 2
	图1(b)	1.796 4	5.678 2	4.600 2
	图1(c)	1.872 6	8.576 0	6.759 4
	图1(d)	1.832 6	7.402 4	5.942 8
像素块	图1(a)	42.698 8	118.111 2	9.816 0
	图1(b)	38.776 8	77.852 2	9.591 6
	图1(c)	38.885 2	167.435 2	13.308 8
	图1(d)	38.901	125.325 8	12.637 8
改进后的	图1(a)	3.154 4	51.210 4	4.957 0
	图1(b)	3.200 4	46.826 4	4.604 6
	图1(c)	3.126 6	72.342 4	6.671 6
	图1(d)	3.146 0	62.470 6	5.764 0

5 结 论

本文讨论了基于EM算法的高斯混合模型,并给出了应用于纹理图像分割的算法。实验结果表明,该算法是合理的,也能给出一个较为理想的分割

结果。特别在对图像样本的特征进行修改后,精度和运行效率都得到了很大提高。下一步将试图引入纹理的其他特征,以进一步提高分割精度。

参考文献 (References)

- Zhang Yu-jing. Image segmentation [M]. Beijing: Science Press, 2001. [章毓晋. 图象分割[M].北京:科学出版社,2001.]
- Turk M A, Pentland A P. Face recognition using eigenfaces[A]. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1991: 586 ~ 591.
- Jain A K, Duin R, Mao J. Statistical pattern recognition: A review [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(1): 4 ~ 38.
- Figueiredo M A T, Jain A K. Unsupervised learning of finite mixture models [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(3):381 ~ 396.
- Akaike H. A new look at statistical model identification [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(6):716 ~ 723.
- Chickering D M, Heckerman D. Efficient approximations for the marginal likelihood of bayesian networks with hidden variables[R]. Microsoft Research Technical Report, MSR-TR-96-08, 1997.
- Barron A, Rissanen J, Yu B. The minimum description length principle in coding and modeling [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(6):2743 ~ 2760.
- McLachlan G, Peel D. Finite mixture models[M]. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- Bian Zhao-qi, Zhang Xue-gong, et al. Pattern Recognition [M], Beijing: Tsinghua University Press, 2000. [边肇祺,张学工等. 模式识别[M].北京:清华大学出版社,2000.]
- Dempster A, Laird N, Rubin D. Maximum likelihood estimation from incomplete data via the EM algorithm [J]. Journal of the Royal Statistical Society. Series B, 1977, 39(1):1 ~ 38.
- Kohonen T, Kaski S, Lappalainen H. Self-organized formation of various invariant feature filters in the adaptive-subspace SOM [J]. Neural Computation, 1997, 9(6):1321 ~ 1344.
- Lu H, Fainman Y, Hecht_Nielsen R. Image manifolds [A]. In: Proceedings of SPIE Applications of Artificial Neuralworks in Image Processing III [C], Bellingham, WA, USA, 1998, 3307:52 ~ 63.