

# 水平集重构方法改进及亚像素边缘定位

易沫 刘忠轩 彭思龙

(中国科学院自动化研究所, 国家专用集成电路设计工程技术研究中心, 北京 100080)

**摘要** 常用的亚像素边缘定位算法采取局部表面估计或结构模型实现局部边缘的定位, 不可避免由于离散化导致的锯齿效应和由于局部模型带来的不连续边缘定位。为此在扩散方程的基础上提出了一种改进的水平集重构算法, 通过改进的水平集重构实现边缘沿切线方向的平滑; 加入角点定位判断, 在角点处加入角点限制和拓扑限制以保证角点处的精确定位。通过几何图像和自然图像的亚像素边缘提取对比实验, 验证了该算法能在保持亚像素精度的同时消除锯齿效应, 保持边缘的平滑和连续性。

**关键词** 亚像素 边缘定位 水平集重构

中图分类号: TP391.4 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2005)10-1314-06

## Subpixel Edge Location Using Improved LSR

YI Mo, LIU Zhong-xuan, PENG Si-long

(National ASIC Design Engineering Center, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

**Abstract** Traditional subpixel edge location algorithms use local model to realize precise edge location. Which leads to side effects such as Zigzag effect and discontinuous edges. We present a new subpixel edge location algorithm based on partial differential equation (PDE), where level-set reconstruction (LSR) is introduced to smooth edge along their tangents. Anchor and topology constraints are used to avoid over-smoothing and keep edge topology structures. Subpixel edge location experiments with both geometric and natural image show that this method can remove zigzag effect while keeping edge smoothness and continuity.

**Keywords** subpixel, edge location, level set reconstruction

## 1 前言

随着计算机技术的发展, 目前图像处理领域大多以数字图像处理为主。但是在大部分情况下, 图像的边缘定位只能达到像素级精度。在图像数字化的过程中, 理想的线模型变成了一个平面模型, 出现了边缘的不连续性和边界锯齿效应。在某些要求更高精度的情况下, 像素级精度远远不够, 比如深亚微米芯片定位, 远程遥感图像等。但这一问题可以通过亚像素算法解决, 亚像素算法是一种在数字图像中准确定位边缘的方法。它通过计算边缘的几何模型达到任意精度定位的目的。

经典的边缘检测方法<sup>[1]</sup>均只能达到像素级的精度, 而现在的亚像素边缘检测算法都基于局部的边缘信息, 用连续函数或者几何模型来近似边缘模型以达到连续的边缘位置。Tabatabai<sup>[2]</sup>和Lyvers<sup>[3]</sup>分别提出了基于灰度矩保持和空间矩保持的方法。因为局部矩信息用来构造边缘的线性方程, 局部信息的相邻无关性导致边缘的不连续性; Huertas<sup>[4]</sup>提出一种用Laplacian-Gaussian核和平面模型(facet model)结合构造边缘的平面曲线表达式。因为这种平面边缘的数学模型构造的粗糙性, 边缘定位模糊、冗余, 并存在宽边缘。插值法是现在使用最广泛的亚像素边缘定位算法。基本的插值方法有双线性插值, 双三次插值和Kaleem<sup>[5]</sup>的几何奇点捕捉(Geometric shock-

基金项目: 国家自然科学基金项目(60272042)

收稿日期: 2004-10-14; 改回日期: 2005-03-02

第一作者简介: 易沫(1979~), 女, 现为中国科学院自动化研究所模式识别专业硕士研究生。主要研究方向为扩散方程、边缘提取、图像检索等。E-mail: yimo19790815@hotmail.com

capturing eno schemes)方法。几何奇异点方法能保持角点和尖锐角。但在所有的插值方法中,边缘都是在离散域中定位的,这样原始的离散特征保存了下来,特别是平滑区域的锯齿效应。其他方法可参见文献[6]~[8]。

为了克服这些方法带来的插值误差,提出了一种基于改进的水平集重构的插值亚像素边缘检测算法。在算法中,全局模型保证了边缘的连续性,非线性扩散保证了边缘的平滑性。通过对角点的判断,在角点处加入两个关键的限制:边角限制和拓扑限制,从而使扩散结果不会造成边缘偏离亚像素边缘

定位位置,保证了语义信息并且节省了时间。

## 2 基于插值的亚像素边缘检测

在亚像素边缘检测算法中,插值法是最为常用的算法<sup>[9-11]</sup>。其主要的思想是寻找一个最佳匹配函数。到目前为止,所有的插值方法在边缘重构中都不理想,他们只是在离散边缘上进一步寻找细节,而不是连续边缘轮廓的最佳逼近。从结果来看,插值图像仍表现出离散边缘特征。所以需要进一步平滑边缘以消除锯齿效应。图 1 显示了插值图像的边缘锯齿效应。

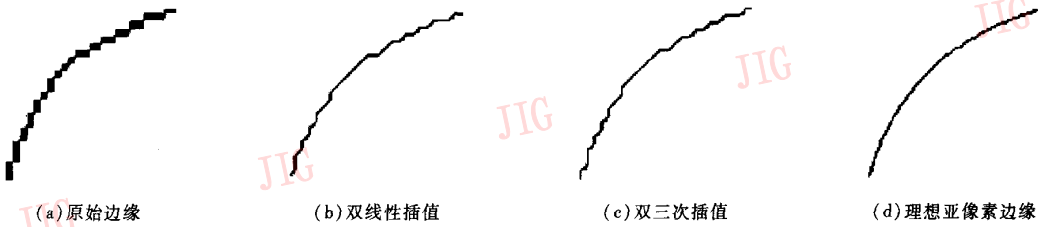


图 1 插值算法中的锯齿效应(3 倍亚像素)  
Fig. 1 Zigzag in interpolation(subpixel accuracy = 3)

图像的一个重要几何特征是它的水平曲线或称之为等幅线(相同灰度级的曲线)。从等幅线中能提取以下重要的特征:连续性和平滑性。虽然重构曲线沿曲线边缘能产生令人信服的定位效果,但是在曲线的交界或边角处却收缩为椭圆(如图 2 中虚线所示)。为此,提出一种亚像素边缘定位的新方法——改进的水平集重构方法(如图 2 中实线所

示),利用水平集平滑原始图像,并在水平曲线角点处加以限制。

## 3 基于水平集重构的亚像素边缘定位

### 3.1 水平集扩散

在图像处理中,扩散方程描述为

$$\partial_t u = \text{div}(D \cdot \nabla u) \quad (1)$$

其中, $\nabla u$ 为灰度值梯度, $D$ 称为扩散矩阵或张量,是一个正的有限对称矩阵,能适应局部图像结构, $\text{div}(\cdot)$ 表示散度。有 3 种重要的扩散方法:等扩散率的线性各向同性扩散滤波器;扩散率根据尺度调整的非线性各向同性扩散滤波器;扩散张量适应局部图像结构的非线性各向异性扩散滤波器。在线性滤波中,由于重要的语义信息被模糊,边缘结构定位发生了偏移,在高维空间产生了新的极点。边缘的偏移和模糊在非线性各向同性扩散中得到了很好的抑制,但是由于各向同性扩散不能增强连续的流线结构,因此对边缘噪声的处理效果不理想。在非线性各向异性扩散中,考虑了局部结构的方向信息,扩散张量代替了基于尺度的扩散率,并采用了针对局部结构的特征值和特征向量。

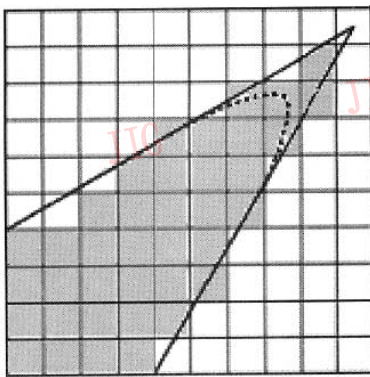


图 2 带奇异点限制的水平集(实线)和不带奇异点限制的水平集(虚线)的边缘定位比较  
Fig. 2 Edge location comparison between level set with anchor constraints(solid line) and without anchor constraints(dash line)

线性扩散可以写成  $\partial_t u_n = \Delta u_n = \partial_{\eta\eta} u_n + \partial_{\xi\xi} u_n$  的形式,其中,扩散方向  $\eta // \nabla u_n$ ,等幅线方向  $\xi \perp \nabla u_n$ ,  $\partial_{\eta\eta} u_n$  沿流线平滑,  $\partial_{\xi\xi} u_n$  沿等幅线平滑。曲率均值运动(MCM)只沿等幅线进行迭代各向异性扩散:

$$\begin{aligned} \partial_t u_n &= \partial_{\xi\xi} u_n = |\nabla u_n| \text{curv}(u_n) \\ &= \frac{u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy}}{(u_x^2 + u_y^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= u_n + w \partial_t u_n \\ (n &= 1, \dots, T_{\text{diffusion}}) \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\text{curv}(\cdot)$  为曲率函数,  $w$  决定每次迭代  $u_n$  随非线性扩散改变的幅度,  $T_{\text{diffusion}}$  为迭代时间。这种单沿等幅线的非线性扩散称之为水平集扩散<sup>[12,13]</sup>。由于它只是沿着等幅线进行扩散平滑,所以它能在平滑锯齿效应的同时保持很好的边缘定位精度。

### 3.2 改进的水平集重构

应用式(2)中的偏微分方程,锯齿被很好地平滑,数字图像边缘定位中的离散效果得到了有效地抑制。这种结果较好地满足了边缘平滑性和连续性的要求,但是同时也在细节处丢失了一些图像信息。因为过度迭代的结果使得曲线在奇异点处收缩,从而使得边角从原来的位置上偏移而成为椭圆。亚像素边缘定位不仅仅是插值法和水平集平滑的简单结合,同时必须加入限制条件以加强原始曲线边缘的定位精度,避免过度平滑。Morse<sup>[14]</sup>使用两个限制条件来保持曲线的定位精度,一个是角点限制,另一个是拓扑限制。带这两个限制的水平集扩散(LSD)称之为水平集重构(LSR)。

#### 3.2.1 角点限制

采样数据的灰度值由亚像素插值保持。由于数据的灰度值在各项异性扩散沿等幅线扩散中变得模糊,因此引入角点限制来保持采样数据的灰度值信息(如图3所示):

$$\partial_t u = \begin{cases} 0 & \text{采样数据} \\ |\nabla u| \text{curv}(u) & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

角点限制可以限制曲线运动,使得曲线保持在原始点附近。

#### 3.2.2 拓扑限制

如果水平曲线移动太快,比如说,角点限制使得水平集曲线移动速度过快,曲线的原始拓扑结构可能会改变(如图4所示),点A移动太快导致沿边缘出现新的极点。因此加入了另一个限制——拓扑限制:

(1)对每一个像素点根据等式(2)计算理想的

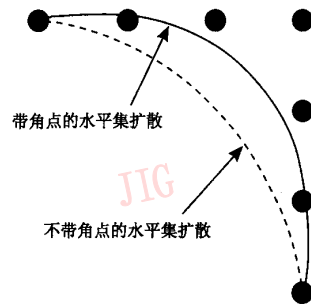


图3 带角点和不带角点的水平集扩散比较  
Fig.3 Comparison between level set diffusion with anchor constraints and without anchor constraints

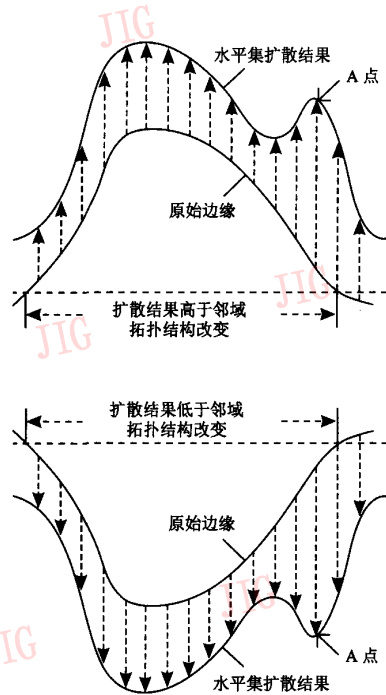


图4 不带拓扑限制的水平集扩散导致扩散误差  
Fig.4 Level set diffusion without topology constraints leads to topology error

下一次迭代值;

(2)对每一个灰度值增加的像素,限制其新的灰度值比灰度值大于它的相邻像素的最小值要小;

(3)对每一个灰度值减小的像素,限制其新的灰度值比灰度值小于它的相邻像素的最大值要大。

用这两个限制,亚像素边缘检测保证了平滑性和定位的精确性。此方法数学公式描述如下:

$$\tilde{x}_{i,t+1} = \begin{cases} \max(x_{i,t+1}, A_{i,t+1}) & x_{i,t+1} > x_{i,t} \\ \min(x_{i,t+1}, B_{i,t+1}) & x_{i,t+1} < x_{i,t} \end{cases} \quad (5)$$

$$A_{i,t} = \{x_{j,t} | x_{j,t} < x_{i,t}, x_{j,t} \in N_{i,t}\} \quad (6)$$

$$B_{i,t} = \{x_{j,t} | x_{j,t} > x_{i,t}, x_{j,t} \in N_{i,t}\} \quad (7)$$

其中,  $x_{i,t}$  是  $i$  点第  $t$  次迭代时的灰度值,  $N_{i,t}$  是  $x_{i,t}$  的 8 邻域。

### 3.2.3 改进的水平集重构:角点定位判断

Morse<sup>[14]</sup> 提出的限制是基于插值点的, 这样就不可避免地在保持图像结构的同时带来噪声干扰。角点限制不仅保持了原始边缘灰度信息, 而且保持了锯齿形的离散信息。这是一个抑制扩散平滑的过程, 希望得到的是保持原始边缘位置, 故仅在锯齿位置需要平滑边缘。除此之外, 拓扑限制可视为对角点限制带来的边缘拓扑结构打乱进行的一次弥补。这些限制都应该在实际角点处进行, 而不是对整个插值点进行限制。

为了改进这两个限制, 考虑提取角点位置, 而不是寻找所有插值点, 并在角点位置进行角点限制和拓扑限制。这样角点就可以通过角点限制和拓扑限制保持在原始位置, 而锯齿效应可以通过沿边缘方向的各项异性扩散得到抑制。把这种带角点判断的 LSR 称之为改进的 LSR。

Cooper 提出的角点判断保持了凸角信息。把它扩展到保持凸角和凹角信息, 并应用于亚像素边缘检测方法。

$$\text{凸角} \begin{cases} \kappa = \frac{u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} > +T_{\text{curv}} \\ |\nabla u| > T_{\text{dl}} \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{凹角} \begin{cases} \kappa = \frac{u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} < -T_{\text{curv}} \\ |\nabla u| > T_{\text{dl}} \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $T_{\text{curv}}$  是选择大曲率点的阈值,  $T_{\text{dl}}$  是选择边缘点的阈值。

本算法中有 4 个重要的参数: 式(3)中的  $w$  和  $T_{\text{diffusion}}$  决定扩散的强度和次数, 参数  $T_{\text{diffusion}}$  值取得越大, 扩散的效果也就越明显; 阈值  $T_{\text{dl}}$  和  $T_{\text{curv}}$ , 前者区分边缘点, 后者选择体现角点的大曲率信息,  $T_{\text{dl}}$  越大, 边缘越细,  $T_{\text{curv}}$  越大, 角点的尺度越大, 更多的细节被平滑掉。

另一个需要指出的细节是在凸角和凹角处的限制不能同时进行, 否则, 离散效果可被视为凹角和凸角的成对出现, 而被保留下来。角点的尺度应该比锯

齿效应的尺度更大。首先, 在凸角上反复运用带限制的水平集扩散进行迭代平滑, 结果是凸角位置保存而凹角被过度平滑, 锯齿效应消除; 其次, 原始图像中的凹角位置在被过度平滑的图像中标示出来, 用原始的凹角信息代替过度平滑的结果。这样, 对凸角和凹角两类角都有了准确的定位, 但是凹角的弥补会影响图像拓扑结构的改变, 通过进一步的水平集扩散来修正拓扑结构。改进的水平集重构亚像素边缘定位算法 (ILSR) 框架如图 5 所示。

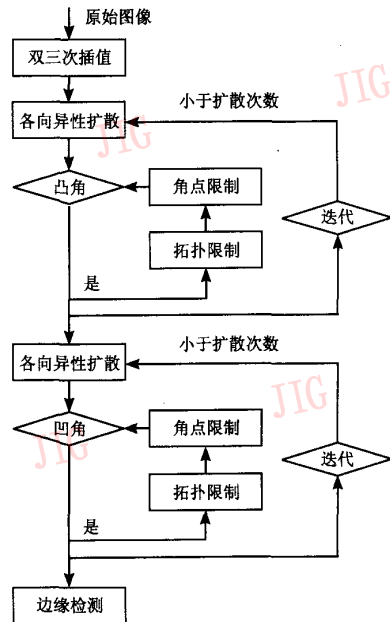


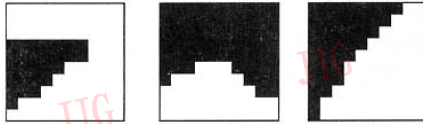
图 5 采用改进水平集重构的亚像素边缘定位算法流程  
Fig. 5 Flow chart of improved level set reconstruction applied in subpixel edge location

## 4 算法比较

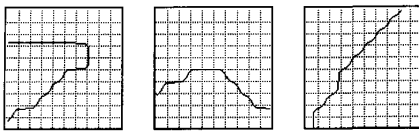
基于改进的水平集重构的亚像素边缘定位的主要优点是边缘定位准确同时具有自然边缘的平滑性。构造一幅标准的几何图像“圆和五角星”(图 6), 在其平滑区域和角点附近检验算法的边缘定位性能。从图 6 中可以看到改进的水平集重构亚像素边缘检测算法不仅在角点邻域取得了很好的定位效果, 而且对平滑边缘(图 6 的第 3 列)也同样适用。采用带有丰富的平滑边缘和角点信息的自然图像“Peppers”来检验算法的优越性(图 7)。并将本文算法与经典的 LoG 算子, 灰度矩保持算法, 双三次



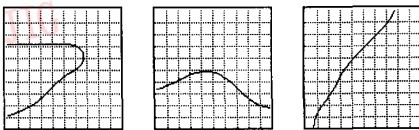
(a) 128 × 128 的原始图像, 标准圆和五角星。方框内为截取的 10 × 10 试验比较区域



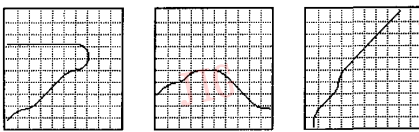
(b) 10 × 10 试验比较区域的放大显示



(c) 双三次插值



(d) 水平集扩散方法



(e) 改进的水平集重构算法

图 6 亚像素边缘定位算法比较

(亚像素精度: 0.1 像素; 参数, 扩散次数: 30 次; 角点阈值:  $T_{dl}=0.8, T_{curv}=0.5$ )

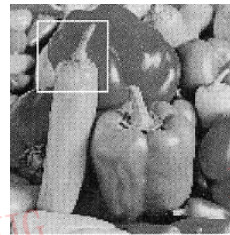
Fig. 6 Subpixel edge location algorithm comparison

(0.1 pixel accuracy) (parameters, diffusion times: 30, anchor threshold:  $T_{dl}=0.8, T_{curv}=0.5$ )

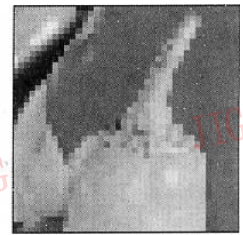
插值法进行比较, 结果如下:

**平滑性:** 观察图 6 中的边缘, 锯齿效应在双三次插值中明显可见 (图 6(c)), 但在水平集扩散算法 (图 6(d)) 和改进的水平集重构算法中被平滑 (图 6(e))。这归因于沿边缘方向的水平集扩散效果。

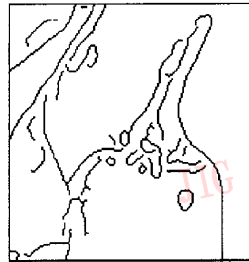
**精确性:** 比较水平集扩散算法 (LSD) (图 6(d)) 和改进的水平集重构算法 (ILSR) (图 6(e))。虽然它们都获得了平滑边缘, 但是 LSD 在角点邻域由于扩散效果存在边缘位移。相反, ILSR 通过加入角点处的角点限制和拓扑限制克服了位移问题。



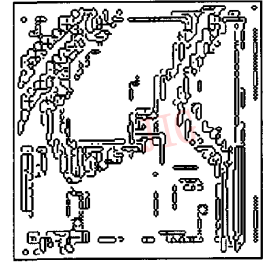
(a) 128 × 128 的原始图像



(b) 方框内实验图像



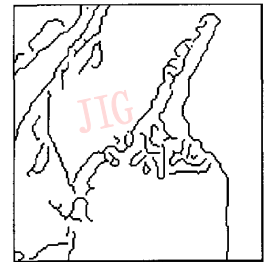
(c) 改进的水平集重构算法



(d) LoG 算法



(e) 灰度矩保持算法



(f) 双三次插值算法

图 7 亚像素边缘定位算法与其他算法的比较

Fig. 7 Subpixel edge location algorithm comparison with other algorithms

**单调性:** 和传统的 LoG 算子相比较, ILSR 由于初始精确的双三次插值得到单边缘; 而平面模型由于平面多项式近似的不精确性导致边缘的冗余。

**连续性:** 和传统的灰度矩保持算法相比较, ILSR 使用双三次插值、带限制的水平集扩散和 Canny 算子进行边缘定位。这些算子都采取全局模型, 保证了边缘的连续性。与此不同的是, 灰度矩保持算法使用局部模型来计算边缘定位, 导致相邻模板间的边缘不连续, 而且, 用直线拟合自然边缘本身就是不精确的。

## 5 结 论

本文分析了常用的亚像素边缘定位方法的特

点,典型的算法虽然能得到理论上精确的边缘定位,但是局部模型的计算方式和数字图像离散化的影响导致了边缘定位的不连续性和视觉上的锯齿效应。为此在插值法的基础上,提出了一种基于改进的水平集重构的亚像素边缘定位算法。插值法保证了边缘的连续性,但是存在锯齿效应。为了去除简单的插值法带来的锯齿效应,运用水平集扩散平滑曲线,而对水平集扩散在角点处引起的边缘收缩运用角点判断、角点约束以及拓扑约束进行补偿,保证了角点处的边缘定位精确性。通过对比实验表明:本算法有效实现了亚像素边缘定位的精确性、连续性和平滑性,是一种理想的亚像素边缘定位算法。

### 参考文献 (References)

- 1 Milan Sonka, Vaclav Hlavac, Roger Boyle. Image Processing, Analysis, and Machine Vision [M], Boston: PWS, 2002: 134 ~ 174.
- 2 Tabatabai A J, Mitchell O R. Edge location to subpixel values in digital imagery [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984, 6(2): 188 ~ 201.
- 3 Lyvers Edward P, Mitchell Owen Robert. Subpixel measurements using a moment-based edge operator [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11 (12): 1293 ~ 1309.
- 4 Huertas A, Medioni G. Detection of intensity changes with subpixel accuracy using laplacian-gaussian masks [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(5): 651 ~ 664.
- 5 Siddiqi Kaleem, Kimia Benjamin B, Shu Chi-wang. Geometric shock-capturing ENO schemes for subpixel interpolation, computation and curve evolution [A]. In: International Symposium on Computer Vision [C], Florida, 1997, 59: 278 ~ 301.
- 6 Kisworo M, Venkatesh S, West G. Modeling edges at subpixel accuracy using the local energy approach [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16 (4): 405 ~ 410.
- 7 Kisworo M, Venkatesh S, West G A W. Detection of curved edges at subpixel accuracy using deformable models [J]. IEEE Proceedings of Image Processing, 1995, 142(5): 304 ~ 312.
- 8 Steger Carsten. An unbiased detector of curvilinear structure [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(2): 113 ~ 125.
- 9 Stefanie Hahmann, Georges-Pierre Bonneau. Polynomial surfaces interpolating arbitrary triangulations [J]. IEEE Computer Society, 2003, 9(1): 99 ~ 109.
- 10 Parker J A, Kenyon R V, Troxel D E. Comparison of interpolation methods for image resampling [J]. IEEE Transactions on Medicine Imaging, 1983, 2(1): 31 ~ 39.
- 11 Allebach J, Wong P W. Edge directed Interpolation [A]. In: Proceedings of IEEE Conference on Image Processing [C], Lausanne, Switzerland, 1996: 707 ~ 710.
- 12 Joachim Weickert. Nonlinear Diffusion Filtering: Theory, Algorithms, and Applications [A]. In: Computer Vision and Applications [M], San Diego: Academic Press, 2000: 439 ~ 458.
- 13 Guillermo Sapiro. Geometric Partial Differential Equations and Image Analysis [M], Cambridge, United Kingdom, Cambridge University Press, 2001: 221 ~ 266.
- 14 Morse Bryan S. Duane Schwartzwald, Image Magnification Using Level Set Reconstruction [A]. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition [C], Hawaii, 2001: 333 ~ 340.