

一种新的平面开曲线形状距离的度量

张学 沈明霞

(南京农业大学农业工程学院, 南京 210031)

摘要 平面曲线形状识别是最基本的模式识别问题,然而这个问题至今仍然未能很好地解决。其困难在于难以给出两条曲线的形状差别的定量描述。本文为基于曲率表示的两条平面开曲线的等形下了严格的数学定义,从而找到了一种新的形状距离度量,并且证明了这种形状距离的计算问题可以转化为一个泛函的极值问题,同时给出了求解形状距离的微分方程。由于解这个微分方程是困难的,实验中采用粗略的分段匹配法。本文还介绍了算法的程序实现,尤其是离散情况下的曲线的曲率表示,并且用基于动量守恒的高斯滤波解决了曲率法表示曲线的噪声敏感性问题。实验表明本文提出的形状距离度量方法是有效的。

关键词 开曲线 形状距离 曲线识别

中图法分类号: TP391.41 O177.92 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2005)02-0249-06

A New Kind of Shape Distance between Two Open Planar Curves

ZHANG Xue, SHEN Ming-xia

(College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031)

Abstract Shape recognition of planar curves is a fundamental problem of pattern recognition. But it has not been well resolved by now. It is difficult to value the shape difference between two curves. This paper gives a mathematical definition to that two open planar curves have the same shape based on curvature representation, therefore, a new kind of shape distance is proposed. It is concluded that the problem of computing the shape distance between two open planar curves can be changed to the problem of a functional extremum, and the differential equation is given, which can be used to figure out the shape distance. However, it is very difficult to solve that equation. Since there is no better means at hand, a rude method of fragmentation matching is used in experiments. It is also presented in this paper how to implement the algorithm step by step, especially how to represent an open planar curve in the discrete case. A constant-momentum-based Gaussian filtering is applied to reduce the noise sensitivity of curvature-based representation. The experimental results show that this kind of shape distance is effective.

Keywords open curves, shape distance, curves recognition

1 引言

平面开曲线形状识别技术具有重大的实用价值,20世纪80年代曾引起模式识别领域的普遍关注,然而曲线形状识别问题多年来一直未能很好地解决。目前,识别平面开曲线的方法主要有:(1)基于傅里叶描述子的方法^[1],这种方法用傅里叶变换

后的系数作为特征向量来描述曲线的形状,称为傅里叶描述子,缺点是局部形状信息分布到各个系数上,不能在频域中局部化;(2)基于时间序列分析的方法^[2~4],这种方法用时间序列模型的参数作为曲线的特征向量,缺点是当曲线变化复杂时,模型参数不足以描述复杂的形状;(3)基于形式语言的方法^[5,6],这种方法虽然建立在完善的形式语言理论的基础上,但是在描述曲线的形状上却遇到了困难;

收稿日期:2003-10-13; 改回日期:2004-09-09

第一作者简介:张学(1975~),男,助教。2003年于南京航空航天大学计算机科学与工程系获计算机应用专业硕士学位。研究方向为图像处理、模式识别。E-mail:njau_zhangxue@tom.com

(4) 基于 Hough 变换的方法^[7], 这种方法在 Hough 空间提取曲线形状的特征向量, 缺点是只能识别由直线、圆弧等规则曲线段构成的曲线; (5) 基于线性逼近的方法^[8], 也只适合于规则曲线的识别。此外还有一些其他的方法。总之, 这些方法在曲线变化复杂时均遇到了困难。而本文提出的方法和这些方法相比, 能够更有效地识别较为复杂的平面开曲线在宏观上所表现出来的弯曲状况。

2 曲线的等形

2.1 曲线的表示

使用曲率法表示曲线, 即一条平面开曲线可以表示为 $f(t)$, t 是弧长参数, $f(t)$ 是规定了正负方向的曲率。

2.2 等形的定义

定义 1 设有两条曲线 $f_1(t_x)$ 和 $f_2(t_y)$, $t_x \in S_1 = [t_{A1}, t_{B1}]$, $t_y \in S_2 = [t_{A2}, t_{B2}]$, 设 $t_y = \varphi(t_x)$ 是 t_x 的单值函数, 即 φ 既是 S_1 到 S_2 的单射又是 S_1 到 S_2 的满射。对于任意的 $t_x \in S_1$, 如果满足 $\int_{t_{A1}}^{t_x} f_1(t) dt = \int_{t_{A2}}^{\varphi(t_x)} f_2(t) dt$, 就称曲线 f_1 和 f_2 关于 φ 是等形的, 其中 φ 称为等形映射。

如果曲线 f 经过一种变换变为 f^* , 并且 f^* 和 f 是等形的, 则称这种变换为等形变换, 也称 f^* 为 f 的等形变换。如果 φ 是线性映射, 则称这种变换为线性等形变换。

2.3 等形变换公式

设曲线 $f^*(t)$, $t \in [t_A^*, t_B^*]$ 是 $f(t)$, $t \in [t_A, t_B]$ 的等形变换, $\varphi(t)$ 是 f 到 f^* 的等形映射。根据定义 1, 对于 $\forall t \in [t_A, t_B]$, 恒有 $\int_{t_A}^{\varphi(t)} f^*(t) dt = \int_{t_A}^t f(t) dt$, $\varphi(t_A) = t_A^*$, $\varphi(t_B) = t_B^*$, 令 $y = \varphi^{-1}$, 则 $\int_{t_A}^t f^*(t) dt = \int_{t_A}^{y(t)} f(t) dt$, $y(t_A^*) = t_A$, $y(t_B^*) = t_B$, 对此积分式两边求导, 得

$$f^*(t) = f(y(t))y'(t) \quad (1)$$

这就是 $f(t)$ 关于 y^{-1} 的等形变换公式。特别地, 如果曲线 $f_L^*(t)$, $t \in [t_A^*, t_B^*]$ 是 $f(t)$, $t \in [t_A, t_B]$ 的线性等形变换, 根据式(1)可得

$$f_L^*(t) = \frac{t_B - t_A}{t_B^* - t_A^*} f\left(\frac{t_B - t_A}{t_B^* - t_A^*}t + \frac{t_A t_B^* - t_A^* t_B}{t_B^* - t_A^*}\right) \quad (2)$$

3 曲线的形状距离

设有两条曲线 $f_1(t)$, $t \in [t_{A1}, t_{B1}]$ 和 $f_2(t)$, $t \in [t_{A2}, t_{B2}]$, 将 f_1 等形变换为 f_1^* , $f_1^*(t)$ 和 $f_2(t)$ 具有相同的定义域, 设 f_1 到 f_1^* 的等形映射为 y^{-1} , 则根据式(1)有 $f_1^*(t) = f_1(y(t))y'(t)$, 在这种等形变换下, 定义曲线 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的形状差异为 $S_{\text{dif}}(f_1, f_2)$ 。

定义 2

$$S_{\text{dif}}(f_1, f_2) = \sqrt{\int_{t_{A1}}^{t_{B1}} (f_1(y(t))y'(t) - f_2(t))^2 dt} \quad (3)$$

显然, $S_{\text{dif}}(f_1, f_2)$ 是定义在 $\{y | y^{-1} \text{ 是等形映射}\} \rightarrow \mathbf{R}$ 上的泛函。将 $S_{\text{dif}}(f_1, f_2)$ 称为曲线 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的形状差异泛函。

定义 3 将 $S_{\text{dif}}(f_1, f_2)$ 最小值定义为 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的形状距离, 并记为 $S_{\text{dis}}(f_1, f_2)$ 。

定义 4 将

$$F_{\text{dis}}(f_1, f_2) = \sqrt{\int_{t_{A2}}^{t_{B2}} (f_L^*(t) - f_2(t))^2 dt}$$

定义为曲线 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的线性形状距离, 其中, $f_L^*(t)$ 是曲线 $f_1(t)$ 从 $[t_{A1}, t_{B1}]$ 到 $[t_{A2}, t_{B2}]$ 的线性等形变换。

可以证明这样定义的形状距离和线性形状距离满足距离的性质, 并且可以进一步证明下面的定理。

定理 1 两条曲线的形状距离和线性形状距离在线性等形变换中守恒。

也就是说, 设 $T_1[\cdot]$, $T_2[\cdot]$ 是线性等形变换, 则 $S_{\text{dis}}(T_1[f_1], f_2) = S_{\text{dis}}(f_1, T_2[f_2]) = S_{\text{dis}}(T_1[f_1], T_2[f_2])$, $F_{\text{dis}}(T_1[f_1], f_2) = F_{\text{dis}}(f_1, T_2[f_2]) = F_{\text{dis}}(T_1[f_1], T_2[f_2])$ 。这个定理是本文的立论基础, 证明从略。

4 求解形状距离的微分方程

由定义 3 知, 两条曲线的形状距离的计算问题可以转化为形状差异泛函的极值问题, 只需考虑具有公共定义域的两条曲线, 因为由定理 1 知, 可以将任何两条开曲线线性等形变换到公共的定义域上而不改变它们的形状距离。

设曲线 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 具有公共的定义域 $[t_A, t_B]$, 记 $F(t, y, y') = (f_1(y(t))y'(t) - f_2(t))^2$ 。根据定义 3, 求两条曲线的形状距离是求 $S_{\text{dif}}(f_1, f_2)$ 的极小值, 其可取函数集合为

$$A = \left\{ y(t) \left| \begin{array}{l} y(t) \in C_{[t_A, t_B]}^{(2)} \\ y(t_A) = t_A, y(t_B) = t_B \end{array} \right. \right\}$$

其中, $C_{[t_A, t_B]}^{(2)}$ 表示定义在区间 $[t_A, t_B]$ 上的二阶连续可导函数的集合(这里设 y 是二阶连续可导的)。根据泛函分析的结论, $Y(t) \in A$ 使式(3)取得极小值的必要条件是 $Y(t)$ 为欧拉方程 $\frac{\partial}{\partial y} F - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial y'} F \right) = 0$ 的解。将 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial y'} F \right)$ 展开, 得到下面的二阶常微分方程

$$\frac{\partial}{\partial y} F(t, y, y') - \frac{\partial^2}{\partial t \partial y'} F(t, y, y') - y' \frac{\partial^2}{\partial y \partial y'} F(t, y, y') - y'' \frac{\partial^2}{\partial y' \partial y'} F(t, y, y') = 0$$

因为 $F(t, y, y') = (f_1(y(t))y'(t) - f_2(t))^2$, 所以

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2(f_1(y)y' - f_2(t))y' \frac{df_1(y)}{dy}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y'} = 2(f_1(y)y' - f_2(t))f_1(y)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t \partial y'} = -2f_1(y)f_2'(t)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial y'} = 2 \left(y' f_1(y) \frac{df_1(y)}{dy} + (f_1(y)y' - f_2(t)) \frac{df_1(y)}{dy} \right)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y' \partial y'} = 2f_1^2(y)$$

$$\text{从而, } \frac{\partial}{\partial y} F(t, y, y') - \frac{\partial^2}{\partial t \partial y'} F(t, y, y') -$$

$$y' \frac{\partial^2}{\partial y \partial y'} F(t, y, y') - y'' \frac{\partial^2}{\partial y' \partial y'} F(t, y, y') =$$

$$2(f_1(y)y' - f_2(t))y' \frac{df_1(y)}{dy} + 2f_1(y)f_2'(t) -$$

$$2y' \left(y' f_1(y) \frac{df_1(y)}{dy} + (f_1(y)y' - f_2(t)) \frac{df_1(y)}{dy} \right) -$$

$$2y'' f_1^2(y) = 2y'y' f_1(y) \frac{df_1(y)}{dy} - 2y' f_2'(t) \frac{df_1(y)}{dy} +$$

$$2f_1(y)f_2'(t) - 2y'y' f_1(y) \frac{df_1(y)}{dy} -$$

$$2y'y' f_1(y) \frac{df_1(y)}{dy} + 2y' f_2'(t) \frac{df_1(y)}{dy} - 2y'' f_1^2(y) =$$

$$-2y'' f_1^2(y) - 2y'y' f_1(y) \frac{df_1(y)}{dy} + 2f_1(y)f_2'(t)$$

于是得到形状差异泛函取极小值的必要条件

$$f_1^2(y)y'' + f_1(y) \frac{df_1(y)}{dy} (y')^2 - f_1(y)f_2'(t) = 0 \quad (4)$$

从上面的方程很容易看出, 当 $f_1(t) \equiv 0$ 时, 方

程式(4)恒成立。也就是说, 当 $f_1(t)$ 或 $f_2(t)$ 为直线时, $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的形状差异与 y 无关。进一步得到下面的欧拉方程

$$f_1(y)y'' + \frac{df_1(y)}{dy} (y')^2 - f_2'(t) = 0 \quad (5)$$

通过解这个欧拉方程, 就可以得到在最小均方意义下的最优等形映射 $y(t)$, 从而可以求出曲线 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的形状距离。

5 实现方法

5.1 图像预处理

为了避免复杂的图像处理, 实验曲线是使用 Windows 绘图工具中的“铅笔”绘制的。尽管如此, 但由于曲线的交点、拐点、抖动和毛刺仍然会给采样和识别带来极大的不便。因此, 还要对图像进行一系列的预处理, 这种预处理可以通过考察每一个像素及其周围像素的各种可能的状态来完成。

5.2 在离散情况下获取曲线的曲率表示

(1) 获取曲线的坐标序列

从曲线的一端出发, 通过跟踪曲线就可以得到曲线上点的坐标序列 $\{(x_i, y_i), i=1, \dots, N\}$, 其中, N 是以像素为单位的曲线的长度。在跟踪曲线过程中遇到交点时, 需确保选择合适的路径。

(2) 求方向序列

一条曲线可以看成是质点运动的轨迹, 如果进一步假设质点是以均匀速率运动的, 那么质点在任一时刻的运动方向就决定了此时的运动状态。因此在离散情况下, 一条曲线可以表示为运动方向的序列 $\{\omega(i), i=1, \dots, N\}$, $\omega(i)$ 表示质点在第 i 个像素点处的运动方向。根据一个点和它下一个点的坐标值, 容易得到质点在该点处的运动方向。显然, 在离散情况下, $\omega(i)$ 的取值均为 45° 的整数倍。求方向序列的目的是为了求曲线的曲率表示。

(3) 对方向序列采样

在曲线上均匀地选取若干个点作为采样点。因为采样的时间步长是一个浮点数, 所以一般说来采样点不是方向序列中的点。因此, 要根据采样点两边的整数点来估计采样点的方向值。估计的办法是认为两个相邻的离散点之间的方向变化是均匀的, 也就是说, 如果两点的方向值相同, 就认为这两点之间的部分是直线, 如果两点的方向值不同, 就认为这两点之间的部分是圆弧。于是便可得到曲线的方向

采样序列 $\{s(i), i=0, \dots, n; n \text{ 为采样点数}\}$ 。对方向序列采样的实质是为曲线做归一化处理。

(4) 离散情况下的曲线的曲率表示

对采样序列求差分得 $\{f(i) = s(i) - s(i-1), i=1, \dots, n\}$ 。容易证明,这个结果实际上就是规定了正负方向的用脉冲函数所描述的曲率, $f(i)$ 的值是单位脉冲函数的系数。这样就得到了在离散情况下的曲线的曲率表示。

5.3 基于动量守恒的高斯滤波

在 5.2 节第 2 步的假设条件下,容易证明曲线在某一点的曲率在数值上等于质点运动到该点时所受力的大小,而质点的运动时间在几何上表现为曲线的长度。根据牛顿力学的结论,力在时间上的累积就是力的冲量,冲量的大小等于质点的动量的变化量。将质点在运动过程中受到的冲量的总和定义为曲线的动量。

用曲率法表示曲线的最大缺点就是它对噪声敏感,因此必须做平滑处理。将力(曲率)在某一时刻的作用效果(冲量)按高斯分布转移到一段时间内,即用一个高斯函数来平滑曲线。这种平滑不同于通常的基于形心守恒的平滑处理。如果忽略平滑过程中力的作用效果在曲线端点之外的损失,容易证明这种高斯滤波能够保持动量守恒。基于动量守恒的高斯滤波,其优点是它能够保持曲线的宏观形状相对稳定。5.2 节第 4 步的结果经高斯滤波后, $f(i)$ 的值就不再是单位脉冲函数的系数,而是 i 点处曲率的实际大小。

5.4 两条曲线的形状差异

要计算两条曲线的形状距离,就要根据方程式(5)找到一个最优的等形变换。然而解方程式(5)较困难。这里采用爬山法,具体如下:

(1) 在 f_1 和 f_2 上分别选取两点 $i, j \in [n/k, (k-1)n/k]$, 其中, n 为采样点数, k 为控制分点范围的常

数,这样 f_1 和 f_2 分别被 i, j 分为两段。设 f_1 被 i 划分为 f_{1A} 和 f_{1B} , f_2 被 j 划分为 f_{2A} 和 f_{2B} , 通过穷举法选取 i, j , 使得 $F_{dis}(f_{1A}, f_{2A}) + F_{dis}(f_{1B}, f_{2B})$ 取得最小值。

(2) 将 $f_{1A}, f_{1B}, f_{2A}, f_{2B}$ 按式(2)线性等形变换到公共的定义域 $[0, n]$ 上。

(3) 对 f_{1A} 和 f_{2A}, f_{1B} 和 f_{2B} , 继续划分。设最后每条曲线上有 m 个分点, 曲线 f_1 被划分为 $f_{10}, f_{11}, \dots, f_{1m}$, 曲线 f_2 被划分为 $f_{20}, f_{21}, \dots, f_{2m}$ 。

(4) 根据式 $S_{dir}(f_1, f_2) = \sum_{i=0}^m F_{dis}(f_{1i}, f_{2i})$ 计算曲线的形状差异。

上面的算法不是一个好的方法,因为根本无法衡量其结果和方程式(5)真实解的近似程度,然而它在实验中却工作得很好。爬山法自身的缺陷是无法保证收敛到最优解(最优解的存在和本算法的收敛性是可以证明的)。它的时间复杂度为 $O(mn^2)$, 空间复杂度为 $O(mn)$ 。相对而言,其空间复杂度是很大的。

6 实验结果

选取采样点数 $n = 30$, 高斯滤波函数的标准差 $\sigma = 1.732$, 控制分点范围的常数 $k = 5$, 分点个数 $m = 31$, 应用 5.4 节的算法, 将图 1 中的曲线作为输入, 实验结果如表 1、表 2 所示。

从实验结果可以看出:(1) 曲线和自身的形状差异为 0;(2) 当曲线的形状比较简单时, 形状差异的对称性很好, 当曲线的形状比较复杂时, 形状差异的对称性略有偏差;(3) 形状差异在很大程度上满足距离的三角不等式(尽管可以证明 5.4 节的算法求得的形状差异不满足距离的性质)。总之, 虽然 5.4 节的算法是一种极为粗略近似方法, 但是它却取得了很好的实验结果, 这更加表明本文提出的平面开曲线的形状距离的度量方法是有效的。

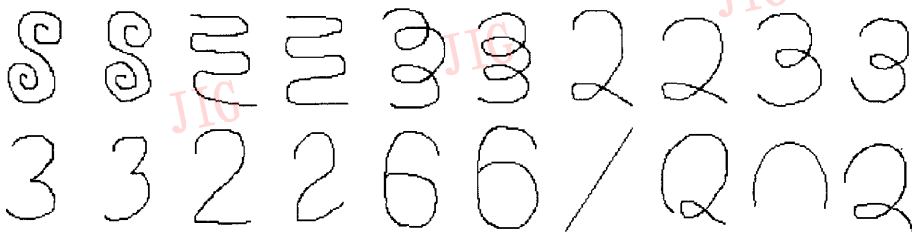


图 1 实验曲线 (曲线从左到右从上到下依次编号为 C_1, C_2, \dots, C_{20})

Fig. 1 Experimental Curves

表1 $C_1 \sim C_{10}$ 的实验结果
Table 1 Experimental results of $C_1 \sim C_{10}$

曲线	曲线									
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
C_1	0.0	29.6	639.2	636.5	628.7	582.4	503.4	518.5	558.4	504.0
C_2	29.6	0.0	641.0	626.4	613.5	589.0	527.5	525.2	562.6	497.1
C_3	636.4	645.8	0.0	13.8	499.9	202.7	265.6	262.2	220.3	354.1
C_4	636.5	621.1	13.8	0.0	501.6	201.8	261.2	275.3	223.1	352.5
C_5	622.0	613.6	506.9	503.3	0.0	85.9	247.5	249.8	377.6	169.1
C_6	562.6	583.6	204.4	201.8	85.9	0.0	147.4	145.6	32.8	227.5
C_7	498.4	528.2	257.7	269.0	247.5	147.4	0.0	15.6	124.0	98.8
C_8	513.1	523.3	267.5	277.1	249.8	145.6	15.6	0.0	122.5	103.8
C_9	555.2	554.8	220.3	223.1	377.6	32.8	124.0	122.5	0.0	27.8
C_{10}	504.0	499.9	359.7	357.6	169.1	227.5	98.8	103.8	27.8	0.0
C_{11}	529.0	534.9	181.2	196.7	364.3	50.5	111.1	108.3	36.9	188.5
C_{12}	554.0	544.8	208.8	201.0	350.0	76.1	98.3	91.2	64.9	164.7
C_{13}	709.2	731.9	194.8	196.2	497.1	163.2	239.1	235.0	139.9	312.4
C_{14}	758.4	781.1	215.6	219.7	500.0	183.7	266.9	276.0	195.9	320.8
C_{15}	529.9	553.0	344.6	350.0	292.2	121.8	101.5	93.2	106.6	119.8
C_{16}	531.7	554.3	332.1	340.5	277.4	123.3	96.3	102.1	122.7	97.4
C_{17}	554.1	582.6	326.2	329.5	531.2	128.6	274.7	260.9	146.8	351.1
C_{18}	425.7	448.1	289.7	292.3	238.2	139.3	42.7	32.4	136.5	100.0
C_{19}	526.8	557.1	266.2	270.6	430.0	71.7	180.7	167.2	57.8	249.7
C_{20}	473.5	494.3	269.8	266.0	241.5	140.8	19.6	32.1	116.9	104.6

注:单元格中的数据是两条曲线的形状差异

表2 $C_{11} \sim C_{20}$ 的实验结果
Table 2 Experimental results of $C_{11} \sim C_{20}$

曲线	曲线									
	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}	C_{17}	C_{18}	C_{19}	C_{20}
C_1	527.4	551.2	709.2	752.0	524.9	536.1	554.1	425.8	534.1	477.0
C_2	532.1	555.8	731.9	785.9	553.9	553.4	587.9	448.1	557.1	496.0
C_3	177.7	203.0	193.5	217.7	344.8	332.1	321.0	289.7	266.2	269.8
C_4	195.1	196.1	199.9	213.2	351.2	341.1	324.3	290.6	264.3	266.1
C_5	360.3	350.0	497.1	500.0	280.4	271.9	524.1	238.2	430.0	241.5
C_6	50.5	76.1	163.2	183.7	121.3	127.8	130.3	139.3	71.7	140.8
C_7	111.1	98.3	239.1	266.9	101.3	96.3	274.3	42.7	180.7	19.6
C_8	108.3	91.2	235.0	276.0	93.2	102.1	260.9	32.4	167.2	32.1
C_9	36.9	64.9	139.9	195.9	106.6	122.7	145.6	136.5	57.8	116.9
C_{10}	188.5	164.7	312.4	320.8	102.4	105.5	365.1	100.0	249.7	104.6
C_{11}	0.0	30.5	171.4	193.6	105.7	111.1	184.6	128.6	108.7	102.8
C_{12}	30.5	0.0	153.8	174.8	101.8	97.2	194.3	117.4	117.9	103.1
C_{13}	171.4	153.8	0.0	27.0	209.0	210.6	203.1	244.0	129.3	230.6
C_{14}	193.6	174.8	27.0	0.0	222.6	227.0	215.5	272.4	170.2	257.6
C_{15}	105.7	101.8	209.2	225.9	0.0	17.1	240.4	174.5	114.9	62.3
C_{16}	115.5	97.2	219.6	223.6	17.1	0.0	242.3	161.6	143.8	56.4
C_{17}	182.3	199.3	196.1	214.3	249.3	242.3	0.0	283.7	96.6	287.2
C_{18}	128.6	117.4	244.0	272.4	177.6	166.1	272.0	0.0	185.3	40.3
C_{19}	108.7	117.9	129.3	170.2	154.2	148.7	95.1	185.3	0.0	167.6
C_{20}	102.8	103.1	230.6	257.6	47.8	52.1	284.8	40.3	167.6	0.0

注:单元格中的数据是两条曲线的形状差异

7 结 论

本文将基于曲率表示的两条平面开曲线的形状距离的计算问题转化为一个泛函的极值问题。然而方程式(5)是一个二阶非线性变系数常微分方程,一般说来,解这样的微分方程是非常困难的。方程式(5)的解法或近似解法需要继续探索。此外,方程式(5)的解只是某种意义的最优解,而绝不是视觉意义的最优解,要考虑人的视觉因素,就必须对方程式(5)加以修正,那么如何修正;如何解修正后的方程;以及在算法实现时如何选取合适的参数,这些问题尚待进一步的研究。

参考文献 (Reference)

- 1 Sven Loncaric. A survey of shape analysis techniques[J]. Pattern Recognition, 1998, 31(8): 983 ~ 1001.
- 2 Dubois S R, Glanz F H. An autoregressive model approach to tow-dimensional shape classification[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(1): 55 ~ 66.
- 3 He Y, Kundu A. 2-D shape classification using hidden Markov model [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(11): 1172 ~ 1183.
- 4 Zhang Tao, Ping Xi-jian, Shao Mei-zhen. Application of auto-regressive model in planar curve recognition[J]. Journal of Computer Research and Development, 2000, 37(8): 942 ~ 947. [张涛, 平西建, 邵美珍. 自回归模型在平面曲线识别中的应用[J]. 计算机研究与发展, 2000, 37(8): 942 ~ 947.]
- 5 Freeman H. Computer processing of line-drawing images[J]. ACM Computing Surveys, 1974, 6(1): 57 ~ 97.
- 6 Freeman H. Shape description via the use of critical points[J]. Pattern Recognition, 1978, 10(3): 159 ~ 166.
- 7 Gao Juan, Cao Xian-bin, Wang Xu-fa. Parallel optoelectronic shape recognition system based on Hough transform[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(7): 127 ~ 128. [高隼, 曹先彬, 王煦法. 基于Hough变换的并行光电形状识别系统[J]. 电子学报, 1999, 27(7): 127 ~ 128.]
- 8 Zhou Hui, Li Tao, Xing Qi-jiang. Identification and segmentation of digital curves[J]. Journal of Dalian University of Technology, 1997, 37(5): 576 ~ 580. [周辉, 李涛, 邢启江. 数字曲线的线性逼近和分段识别[J]. 大连理工大学学报, 1997, 37(5): 576 ~ 580.]