

# 基于奇 Gabor 滤波器与 Rayleigh 分布的边缘检测

朱振峰 卢汉清

(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室,北京 100080)

**摘要** 为了自适应地更好地进行边缘检测,提出了一个基于奇 Gabor 滤波器与 Rayleigh 分布的边缘检测方法。在边缘响应获取中,由于该方法改进了原有的基于奇 Gabor 滤波器的边缘响应获取方法,从而提高了计算效率,并且避免了原算法对初始梯度方向估计的依赖。同时根据奇 Gabor 滤波器的一阶微分属性,可对其边缘输出响应利用 Rayleigh 分布进行拟合。为克服已有算法中阈值选择的局限性,还提出了一种基于 Rayleigh 分布的非线性自适应阈值选择方法。实验结果表明,所提出的边缘检测方法具有较好的检测性能和自适应性。

**关键词** 边缘检测 Gabor 滤波器 Rayleigh 分布 自适应阈值

中图法分类号:TP391.4 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2005)07-0821-07

## Edge Detection Based on Odd Gabor Filter and Rayleigh Distribution

ZHU Zhen-feng, LU Han-qing

(National Laboratory of Pattern Recognition Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

**Abstract** In order to realize edge detection adaptively and effectively, this paper presents an edge detection algorithm based on odd Gabor filter and Rayleigh distribution. To obtain the edge response, an improved odd Gabor filter based edge response obtaining method was proposed, which increases the computational efficiency and avoids the estimation of gradient direction. For the differential property of odd Gabor filter, the edge response based on odd Gabor filter was fitted by a Rayleigh distribution. To overcome the shortcomings of existing threshold selection approaches, a Rayleigh distribution based nonlinear adaptive threshold determining method was given. Both the synthetic and natural images were tested in our case. The experimental results show that the proposed edge detection method has good detection property and adaptability.

**Keywords** edge detection, Gabor filter, Rayleigh distribution, adaptive threshold

## 1 引言

边缘检测是图像处理和目标识别中的一个基础性课题。所谓边缘,就是指图像周围像素灰度变化比较大(非连续)的那些像素的集合,它是进行目标检测、识别、图像匹配及分割的重要特征,也是形状分析、图像增强与恢复、3 维重建、及图像压缩的基础。在已有的边缘检测算法中,大多数都可归纳为基于梯度的,如:简单的 Roberts、Sobel 算子及高级的 Canny、Susan 算子<sup>[1,2]</sup>等。有关边缘检测的综述文章可参见文献[3],此外边缘检测的一些新算法

可参见文献[4]、[5]。

Gabor 变换(滤波器),又称短时傅里叶变换,其在 Heisenberg 测不准原理下,可以达到时域分辨率与频域分辨率的平衡。目前,Gabor 变换已被公认是通信和信号处理中的信号表示,尤其是图像表示的最好方法之一。Daugman 等还从视神经感知的角度对其进行了深入研究。另外在图像分割、目标识别、图像匹配等方面,2 维 Gabor 滤波器也获得了广泛的应用。在 Canny 算子的 3 个最优边缘检测准则下,Mehrotra 等指出奇 Gabor 滤波器具有优异的边缘检测性能<sup>[6]</sup>,但由于该方法要依赖于简单的梯度算子去估计梯度方向,因而,梯度方向的估计误差将

基金项目:国家自然科学基金项目(60135020 和 60121302)

收稿日期:2004-07-01; 改回日期:2004-11-22

第一作者简介:朱振峰(1974 ~ ),男,2001 年获哈尔滨工业大学工学学士学位,现为中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室博士研究生。目前的研究兴趣为目标检测、识别及机器学习。E-mail:zfzhu@nlpr.ia.ac.cn

会对奇 Gabor 模板的准确构造产生影响,特别是在噪声环境下。另外,也无法利用 FFT (fast Fourier transform) 来实现模板与输入图像的快速卷积。针对上述问题,本文提出了一个改进的基于奇 Gabor 变换的边缘响应获取方法。

Voorhees 等指出,如果图像噪声是加性 Gaussian 白噪声,那么图像的梯度幅值可用 Rayleigh 分布来刻画<sup>[7]</sup>。从某种程度上讲,由于奇 Gabor 滤波器具有一阶微分属性,因而可用 Rayleigh 分布对基于奇 Gabor 的边缘输出响应进行拟合。基于该分布,本文提出了一个非线性自适应阈值选择方法,最后,利用该算法对合成与自然图像进行了边缘检测实验。

## 2 基于奇 Gabor 变换的边缘检测

在文献[8]中,Daugman 等指出,从满足统计  $\chi^2$  检测法的意义上讲,绝大多数哺乳动物的视觉皮层简单细胞的 2 维感知域模型可以被 2 维 Gabor 基函数很好地拟合。Gabor 滤波器的表达形式为复正弦波调制下的 Gaussian 函数,即

$$G(x, y, \sigma, \omega, \theta) = g(x, y) \cdot \exp[j\omega(x\cos(\theta) + y\sin(\theta))] \quad (1)$$

其中,  $g(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x^2 + y^2)\right]$  为一 Gaussian 函数,  $\sigma$  是 Gaussian 函数的方差,  $\omega$  表示调制频率。  $\theta$  为梯度方向角。

图 1 给出了 2 维 Gabor 滤波器的偶部(实部)与奇部(虚部)的时域图。对于给定的输入图像  $I(x, y)$ , 它的 Gabor 变换输出响应为

$$O(x, y) = G(x, y, \sigma, \omega, \theta) * I(x, y) \quad (2)$$

其中,  $*$  表示卷积符号。当  $\omega \cdot \sigma \approx 1$ , 且  $\theta$  为梯度方向时, 即  $\theta = ((\partial I(x, y))/\partial y)/((\partial I(x, y))/\partial x)$  时, 奇 Gabor 滤波器(odd Gabor filter, OGF)  $G^{\text{OGF}}$ , 即 Gabor 滤波器的虚部, 它是一个有效的、鲁棒的边缘检

测算子<sup>[6]</sup>。它的检测性能要优于传统的简单边缘检测算子(如 Roberts, Sobel 等), 其与被广泛使用的 Canny 边缘检测算子相比, 具有相近的检测性能。

在边缘检测中, 为消除噪声的影响, Canny 边缘检测算子采用 Gaussian 函数来实现低通滤波, 借以消除噪声, 而对于奇 Gabor 滤波器, 则有

$$G^{\text{OGF}}(x, y, \sigma, \omega, \theta) * g(x, y, \sigma) = c \cdot G^{\text{OGF}}\left(x, y, \sqrt{2}\sigma, \frac{\omega}{2}, \theta\right) \quad (3)$$

其中,  $c$  为一常数。此式证明可参见文献[6](由于原证明中没有考虑梯度方向角  $\theta$ , 为此可先进行旋转变换)。这样, 由于尺度为  $\sqrt{2}\sigma$  的奇 Gabor 滤波器可被分解为尺度为  $\sigma$  的奇 Gabor 与同尺度的 Gaussian 函数的卷积, 因而奇 Gabor 滤波器也具有平滑性, 这也是其具有良好的边缘检测性能的原因。

如文献[6]指出, 在每个像素位置, 一些简单边缘检测算子(如 Sobel 算子)被用来估计  $\theta$ , 进而构造在该像素位置的奇 Gabor 模板。对于尺寸为  $m \times n$  大小的图像, 一般来说, 构造  $m \times n$  个用来与输入图像进行卷积的 Gabor 模板的计算代价较高, 但通常, 人们可以通过对  $\theta$  的离散化来建立奇 Gabor 模板的查找表(例如用  $5^\circ$  对  $\theta$  离散, 就可以有 36 个奇 Gabor 模板), 以便使模板的数量得以减少。但是, 由于每个像素对应不同的模板, 因此仍无法采用 FFT 来实现模板与输入图像的快速卷积。另外, 对  $\theta$  估计的准确性将极大影响奇 Gabor 模板的构造, 特别是在噪声干扰下, Sobel 等将无法准确估计出  $\theta$ 。

针对上述问题, 与传统的基于梯度的边缘算子相似, 由于这里仅考虑  $\theta_i = \frac{(i-1)\pi}{2}, i=1, 2$ , 因此就

$$G_i^{\text{OGF}}(x, y, \sigma, \omega, \theta_i) = g(x, y, \sigma) \cdot \sin[\omega(x\cos(\theta_i) + y\sin(\theta_i))] \quad (4)$$

对于输入图像, 经两个方向滤波后的边缘响应能量定义为

$$E(x, y, \sigma, \omega) = \sqrt{\sum_i [G_i^{\text{OGF}}(x, y, \sigma, \omega, \theta_i) * I(x, y)]^2} \quad (5)$$

方向角定义为

$$A(x, y, \sigma, \omega) = \arctan\left(\frac{G_2^{\text{OGF}}(x, y, \sigma, \omega, \theta_2) * I(x, y)}{G_1^{\text{OGF}}(x, y, \sigma, \omega, \theta_1) * I(x, y)}\right) + \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

这里, 由于每个模板可看成具有‘全局’属性, 因而

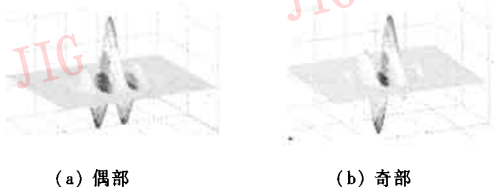


图 1 2 维 Gabor 滤波器响应

Fig. 1 2-D Gabor filter

可利用 FFT 来实现模板与输入图像的快速卷积。

### 3 奇 Gabor 输出响应的 Rayleigh 分布及阈值的自适应选择

在文献[7]中, Voorhees 和 Poggio 指出, 如果图像噪声是加性 Gaussian 白噪声, 那么图像的梯度幅值可用 Rayleigh 分布来刻画。鉴于奇 Gabor 滤波器在某种程度上具有微分属性, 所以奇 Gabor 响应输出能量  $E(\cdot)$  也可看成服从 Rayleigh 分布, 即

$$R[E(\cdot)] = \frac{E(\cdot)^2}{\sigma_g^2} \exp\left(-\frac{E(\cdot)^2}{2\sigma_g^2}\right) \quad (7)$$

其中,  $\sigma_g$  为加性高斯噪声的方差,  $E(\cdot) \geq 0$ 。

Rayleigh 分布的均值  $\mu_r$  与方差  $\sigma_r^2$  (下角 r 代表 Rayleigh 分布, 下同) 可由下式给出

$$\mu_r = \sigma_g \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad \sigma_r^2 = \frac{4 - \pi}{2} \sigma_g^2 \quad (8)$$

在现有文献中, 有多种方法用于对参数  $\sigma_g$  进行估计。本文采用一种计算复杂度较低的中值估计法<sup>[9]</sup>来对参数  $\sigma_g$  进行估计, 即

$$\hat{\sigma}_g = \frac{M}{2} \sqrt{\frac{2}{\ln(2)}} \quad (9)$$

其中,  $M$  为中值, 且满足  $\int_0^M R[E(\cdot)] dE(\cdot) = \frac{1}{2}$ 。

Rayleigh 分布曲线如图 2 所示。

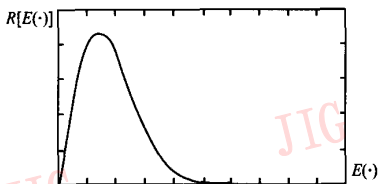


图 2 Rayleigh 分布曲线  
Fig. 2 Rayleigh distribution curve

通过对  $E(\cdot)$  的概率分布的分析, 可以通过设置阈值  $T$  来对边缘像素进行判定。文献[7]给出了一个基于噪声排除 (noise removal, NR) 概率  $P$  的阈值设定方法, 即

$$P = \frac{\int_0^{T_{NR}} R[E(\cdot)] dE(\cdot)}{\int_0^{\infty} R[E(\cdot)] dE(\cdot)}$$

从而有

$$T_{NR} = \sqrt{-2 \ln(1 - P)} \sigma_g = 2 \sqrt{\frac{-\ln(1 - P)}{4 - \pi}} \sigma_r \quad (10)$$

但由于该阈值设定方法只是从降噪的角度来考虑, 因此在边缘检测中不具有自适应性。实验表明, 在边缘检测中, 如果采用该阈值设定方法, 则对于较大的  $\sigma_r$ , 会造成大量细节丢失; 反之, 则会有大量伪边缘出现。同时, 该方法没有考虑均值  $\mu_r$  的变化对阈值  $T_{NR}$  设定的影响。在实验中笔者发现, 无论均值  $\mu_r$ , 还是方差  $\sigma_r$  都会对阈值的设定有一定的影响, 即它们之间存在一种非线性关系。为此, 本文给出以下一个自适应的阈值 (adaptive threshold) 设定方法:

$$T_{adapt} = \mu_r + k(\mu_r, \sigma_r) \sigma_r \quad (11)$$

其中,  $k(\mu_r, \sigma_r)$  是一个依赖于均值  $\mu_r$  与方差  $\sigma_r$  的非线性自适应调解因子, 它充分考虑了均值  $\mu_r$  及方差  $\sigma_r$  的变化对阈值设定的影响。在文献[9]中给出了一个类似的阈值选择机制, 但由于它的调节因子  $k$  被取为常值, 因而如前述, 该阈值选取方法不具有自适应性。本文给出的非线性因子函数  $k(\mu_r, \sigma_r)$  为

$$k(\mu_r, \sigma_r) = (10 - 2\mu_r) e^{-\frac{\sigma_r}{0.02}} \quad (12)$$

该因子在实验中被证明具有很好的自适应性。

### 4 边缘响应的后处理

边缘响应的后处理是边缘检测中的一个重要组成部分。在基于梯度的边缘检测算法中, Canny 边缘检测算子的非极大值抑制与启发式搜索是一种常用的后处理方法。在该方法中, 首先通过设定的高阈值来实现对输出响应的非极大值抑制, 进而通过低阈值来实现极大值点间的连接。本文采用该方法来实现边缘响应的后处理。有关非极大值抑制与启发式搜索的具体算法描述可见文献[1]。此外, 在最终的边缘输出中, 可限制边缘的连通长度大于 3pixels, 否则将被作为噪声而排除。

### 5 实验结果及分析

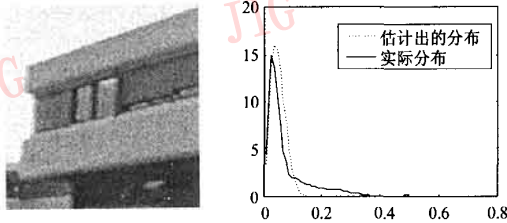
对来自现实世界的图像, 一般来说, 由于对边缘检测性能评价的主观性的存在, 使得很难对两个不同的边缘检测算法给出客观评判<sup>[10]</sup>。为验证本文算法的效果, 本文使用一些合成图像<sup>[11]</sup>与自然图像来测试本文提出的边缘检测算法的效果。

在前面曾假设基于奇 Gabor 的能量输出服从 Rayleigh 分布, 图 3 给出了加有高斯白噪声

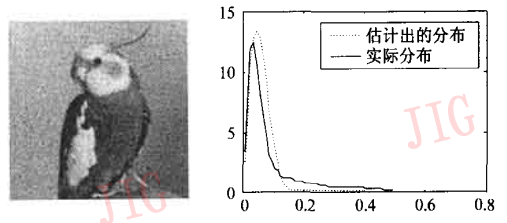
( $\sigma_g = 25.5$ ) 的自然图像的能量输出的实际分布与经估计得到的 Rayleigh 分布。为评价能量输出实际分布  $p(x)$  与估计得到的 (Rayleigh) 分布  $q(x)$  的相似程度, 本文采用 Bhattacharyya 系数作为度量, 其定义为

$$b = \int_0^{+\infty} \sqrt{p(x)q(x)} dx \quad (13)$$

从图 3 中可以看出, 实际分布与估计得到的分布能够较好地拟合, 这也说明, 本文采用 Rayleigh 分布对基于奇 Gabor 的能量输出进行描述是可行的。



(a) 加入  $\sigma_g = 25.5$  高斯白噪声后的 Building 图像 ( $b = 0.8907$ )



(b) 加入  $\sigma_g = 25.5$  高斯白噪声后的 Bird 图像 ( $b = 0.8818$ )

图 3 基于奇 Gabor 滤波器的能量输出的实际分布与估计出的 Rayleigh 分布的比较

Fig. 3 Comparison between the real distribution and the estimated Rayleigh distribution based on odd Gabor energy output

尺度问题是边缘检测中的一个重要问题, 为测试本文算法的鲁棒性, 在所有实验中, 对奇 Gabor 滤波器均采用单一尺度  $\sigma = 2.5$ 。图 4 给出了合成图像的边缘检测结果。本文采用文献 [11] 中对信噪比 SNR 的定义:  $SNR = \left(\frac{S}{N}\right)^2$ , 其中,  $S$  为阶跃边缘的高度,  $N$  为噪声的方差。从实验结果可看出, 本文算法的边缘检测结果要优于文献 [11] 的检测结果。此外, 本文算法还与得到广泛应用的 Canny 算子进行了比较。为检测边缘算子对噪声的抵抗性能, 还对测试图像分别加了分布为  $N(0, 25.5)^2$  的高斯白噪声。图 5 ~ 图 9 给出了对现实世界中的自然图像与噪声污染图像 (加性高斯白噪声  $\sigma_g = 25.5$ ) 采用

本文算法及不同尺度 ( $\sigma_c = 1, 1.4, 1.8, 2.2$ ) 下 Canny 算子 (即  $\sigma_c$  的下角  $c$ , 下同) 的边缘检测结果。为保证本文算法同 Canny 边缘检测算子进行有效的比较, Canny 边缘检测算子中的高阈值  $T_{high}$  与低阈值  $T_{low}$  系数在本文实验中被设定为常值, 即  $T_{high} = 0.7, T_{low} = 0.4$ 。

从图 5 ~ 图 9 的 Canny 算子的边缘检测结果可以看出, 对某一幅图像较优的检测尺度, 对其他图像来说并不一定最优。另外, 从实验结果还可以看出, 对于现实世界中的无噪声的自然图像, 基于奇 Gabor 滤波器与 Rayleigh 分布的本文算法与最优尺度下的 Canny 边缘算子的边缘检测性能相似, 但对于后者来说, 这是以多尺度为代价的。此外还可看

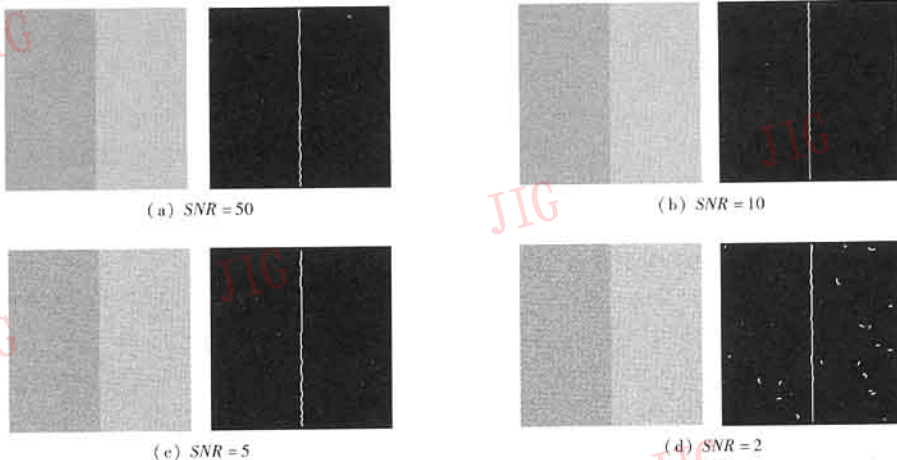


图 4 本文算法对不同 SNR 的合成图像的边缘检测结果

Fig. 4 Edge detection results of different SNR synthetic images based on the proposed algorithm



图 5 Lena 图像边缘检测结果

(图 5(e) ~ 图 5(h) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 5(a) 进行边缘检测的结果; 图 5(i) ~ 图 5(l) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 5(c) 进行边缘检测的结果)

Fig. 5 Edge detection results of Lena image, Fig. 5(e) ~ Fig. 5(h) show detection results of Fig. 5(a) based on Canny operator and Fig. 5(i) ~ Fig. 5(l) correspond to Fig. 5(c)

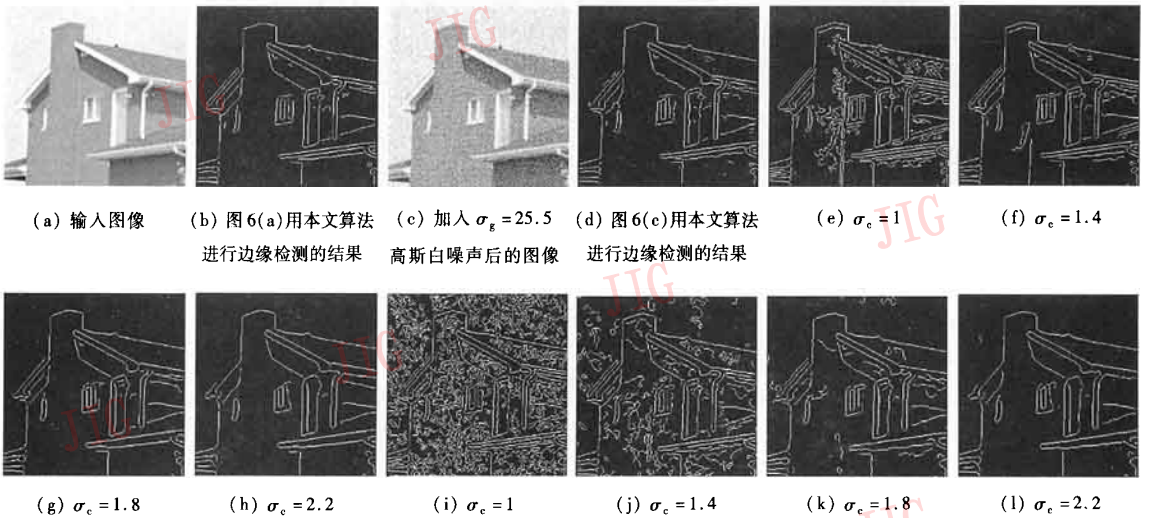


图 6 House 图像边缘检测结果

(图 6(e) ~ 图 6(h) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 6(a) 进行边缘检测的结果; 图 6(i) ~ 图 6(l) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 6(c) 进行边缘检测的结果)

Fig. 6 Edge detection results of House image, Fig. 6(e) ~ Fig. 6(h) show detection results of Fig. 6(a) based on Canny operator and Fig. 6(i) ~ Fig. 6(l) correspond to Fig. 6(c)

出,对于受噪声污染的图像,本文算法对噪声的敏感程度要小于 Canny 算子。需要注意的是,对于一幅输入图像,如果没有其被噪声污染程度的先验知识,而采用多尺度对其进行测试,从应用角度来说,并不具有实际意义。这些都说明,本文提出的基于奇

Gabor 滤波器与 Rayleigh 分布的边缘检测算法具有较好的鲁棒性和检测性能。另外,从前面的分析也可看出,本文算法的复杂度与 Canny 边缘算子的复杂度是一致的。

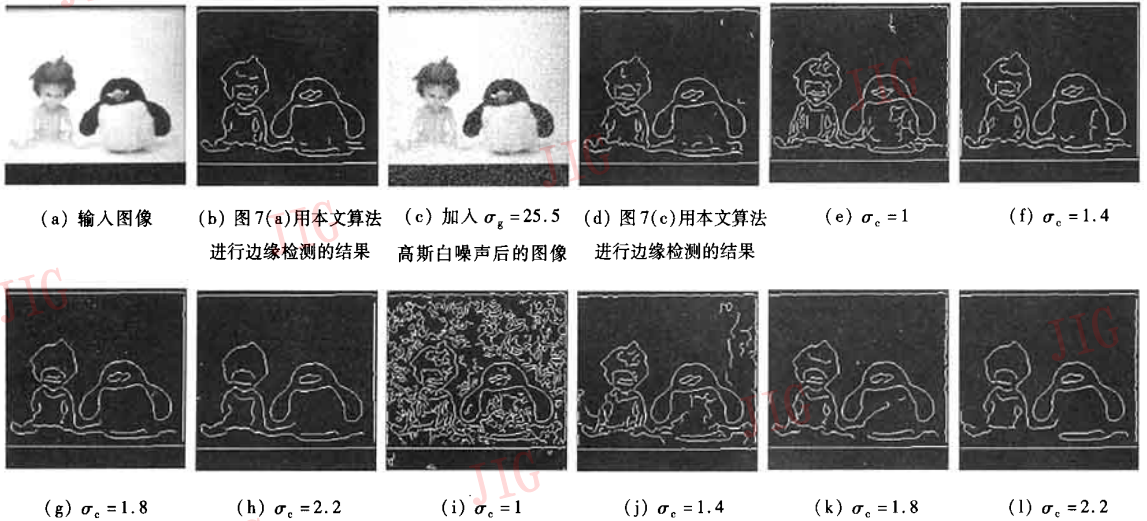


图 7 Toy 图像边缘检测的结果

(图 7(e) ~ 图 7(h) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 7(a) 进行边缘检测的结果; 图 7(i) ~ 图 7(l) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 7(c) 进行边缘检测的结果)

Fig. 7 Edge detection results of Toy image, Fig. 7(e) ~ Fig. 7(h) show detection results of Fig. 7(a) based on Canny operator and Fig. 7(i) ~ Fig. 7(l) correspond to Fig. 7(c)

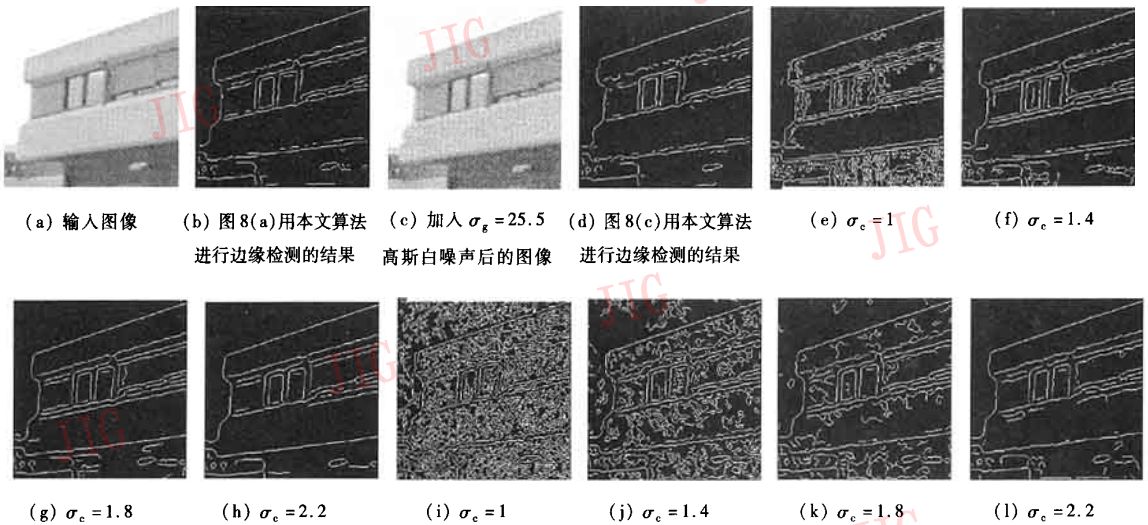


图 8 Building 图像边缘检测的结果

(图 8(e) ~ 图 8(h) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 8(a) 进行边缘检测的结果; 图 8(i) ~ 图 8(l) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 8(c) 进行边缘检测的结果)

Fig. 8 Edge detection results of Building image, Fig. 8(e) ~ Fig. 8(h) show detection results of Fig. 8(a) based on Canny operator Fig. 8(i) ~ Fig. 8(l) correspond to Fig. 8(c)

### 6 结 论

本文提出了一个基于奇 Gabor 滤波器与 Rayleigh 分布的边缘检测算法。为了有效地获取边

缘响应,对原有的基于奇 Gabor 滤波器的边缘检测方法进行了改进,从而不仅提高了计算效率,并且避免了原算法对初始梯度方向估计的依赖。鉴于奇 Gabor 滤波器具有一阶微分属性,故本文采用 Rayleigh 分布对奇 Gabor 边缘响应输出进行刻画,并

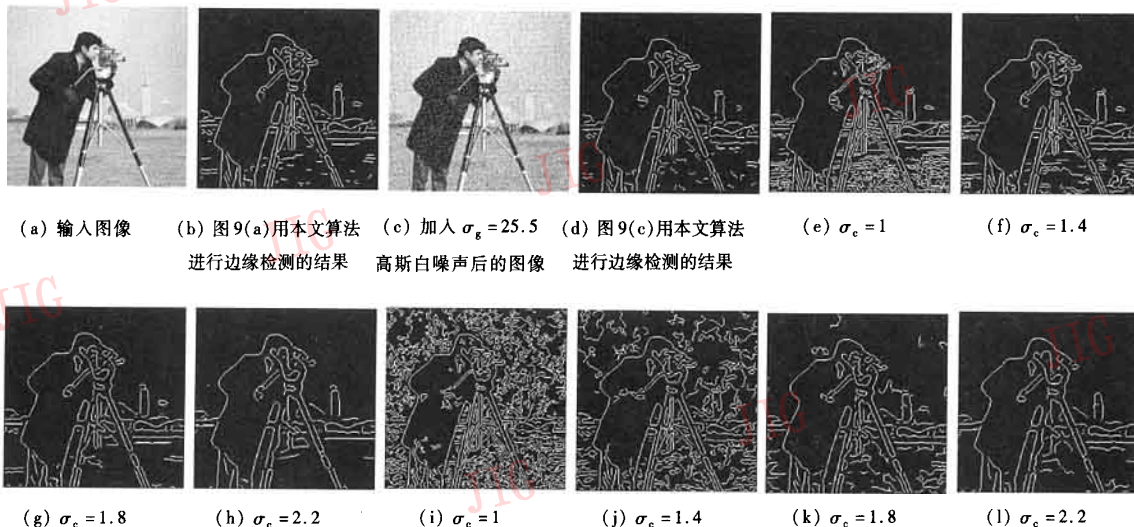


图 9 Cameraman 图像边缘检测的结果

(图 9(e) ~ 图 9(h) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 9(a) 进行边缘检测的结果;  
图 9(i) ~ 图 9(l) 为用不同尺度下的 Canny 算子对图 9(c) 进行边缘检测的结果)

Fig. 9 Edge detection results of Cameraman image, Fig. 9(e) ~ Fig. 9(h) show detection results of Fig. 9(a) based on Canny operator Fig. 9(i) ~ Fig. 9(l) correspond to Fig. 9(c)

给出了一种依赖于分布均值与方差的阈值自适应选择方法。实验结果表明,本文提出的边缘检测算法具有较强的抗噪声能力。对于自然图像,其检测性能与被广泛使用的 Canny 边缘检测算子具有可比性,且对噪声具有更好的适应性。多尺度滤波是边缘检测中的一个重要方法,本文的后续工作将尝试把多尺度滤波应用到本文算法。

参考文献 (References)

- 1 Canny J F. A computational approach to edge detection [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6) : 679 ~ 698.
- 2 Smith S M, Brady J M. SUSAN—a new approach to low level image processing [ J ]. International Journal of Computer Vision, 1997, 23(1) : 45 ~ 78.
- 3 Ziou D, Tabbone S. Edge detection techniques—an overview [ J ]. International Journal on Pattern Recognition and Image Analysis, 1998, 8(4) : 537 ~ 559.
- 4 Meer P, Georgescu B. Edge detection with embedded confidence [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(12) : 1351 ~ 1365.

- 5 Shigeru Ando. Image field categorization and edge/corner detection from gradient covariance [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(2) : 179 ~ 190.
- 6 Mehrotra R, Namuduri K R, Ranganathan N. Odd Gabor filter-based edge detection [ J ]. Pattern Recognition, 1992, 25 ( 12 ) : 1479 ~ 1494.
- 7 Voorhees H, Poggio T. Detecting textons and texture boundaries in natural images [ A ]. In: Proceedings of International Conference of Computer Vision [ C ], London, UK, 1987 : 250 ~ 258.
- 8 Daugman J G. Complete discrete 2-d Gabor transforms by neural networks for image analysis and compression [ J ]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1988, 36(7) : 1169 ~ 1179.
- 9 Kovsi P. Phase preserving denoising of images [ A ]. In: The Australian Pattern Recognition Society Conference: DICTA '99 [ C ], Perth, Australian, December 1999 : 212 ~ 217.
- 10 Heath M, Sarkar S, Sanocki T, et al. Comparison of edge detector: a methodology and initial study [ J ]. Computer Vision and Image Understanding, 1998, 69(1) : 38 ~ 54.
- 11 Zhou W. A new method of edge detection [ EB/OL ]. <http://prettyview.com/edge/nsedge.shtml#to>