

# 基于贝叶斯理论的湍流退化图像复原方法研究

余国亮<sup>1)</sup> 张天序<sup>1)</sup> 洪汉玉<sup>1),2)</sup> 王宁宇<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(华中科技大学图像识别与人工智能研究所,图像信息处理与智能控制教育部重点实验室,武汉 430074)

<sup>2)</sup>(武汉工程大学计算机图形图像研究室,武汉 430074)

**摘要** 大气湍流退化图像的复原在航天成像、天文观测等领域具有重要的地位,也是目前亟需解决的问题。该问题的解决能够克服大气湍流扰动带来的图像降质和提高目标图像的分辨能力,以便于后续的目标特征提取和识别等处理。为了对湍流退化图像进行有效复原,提出了一种基于贝叶斯理论的单帧双重循环盲目去卷积图像复原算法,并对该算法的快速实现进行了研究,最后还进行了稳健性分析与测试。实验结果表明,该算法具有较强的稳定性和抗噪声能力,对于缺乏先验知识的情况尤为适用,可见该算法具有实用价值。

**关键词** 大气湍流 图像复原 盲目去卷积 点扩展函数

中图法分类号:TP391.41 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2005)09-1171-07

## Investigation on Restoration Method for Turbulence-degraded Image Using Bayes Theorem

YU Guo-liang<sup>1)</sup>, ZHANG Tian-xu<sup>1)</sup>, HONG Han-yu<sup>1),2)</sup>, WANG Ning-yu<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(Institute for Pattern Recognition and Artificial Intelligence, State Key Laboratory for Image Processing and Intelligent Control, HuaZhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

<sup>2)</sup>(Wuhan Institute of Technology, Laboratory for Computer Graphics and Image, Wuhan 430074)

**Abstract** Restoration of atmospheric turbulence-degraded image is very important in the field of astronomical imaging and astroobservation. It needs to be solved as soon as possible. Solving this problem can deblur the atmospheric turbulence-degraded image and improve the capability of object identification which is good for late stage works such as object feature extraction and recognition. In order to restore the turbulence-degraded image efficiently, a single frame blind deconvolution image restoration algorithm with two circulations based on Bayes theorem is presented. Its fast implementation is studied and some experiments to analyze the stability are carried out. The experimental results show that the algorithm is capable of resisting-noise with robustness; especially it is more suitable for the situation without any prior knowledge. So the algorithm possesses practical value.

**Keywords** atmospheric-turbulence, image restoration, blind deconvolution, point spread function(PSF)

## 1 引言

由于大气湍流扰动的影响,使得探测器(如地基天文望远镜、卫星成像探测装置等)获取的图像质量退化,甚至严重影响对目标的识别和检测<sup>[1]</sup>。

为了解决因大气湍流造成的图像退化问题,国内外的一些专家学者提出了逆滤波、维纳滤波和卡尔曼滤波等方法,这些方法一般都是在确切知道点扩展函数的情况下来进行的。然而,由于通常人们很难准确地获得湍流退化的点扩展函数,而且大气湍流的形成是高度随机的,很难建立一个准确的数学模

基金项目:国家自然科学基金重点项目(F60135020)

收稿日期:2004-08-17;改回日期:2005-01-31

第一作者简介:余国亮(1978~),男,2000年获华中科技大学工学学士学位,现为华中科技大学模式识别与智能系统专业硕士研究生。主要研究方向为模式识别、图像复原及图像分析。E-mail: yglbj@tom.com

型,因此,在不能获得点扩展函数的情况下,采用盲目去卷积技术也是一种可取的途径。所谓盲目去卷积技术,即在不知道点扩展函数的先验信息情况下,采用一定的知识来分别对目标图像和点扩展函数进行估计,进而达到恢复图像的目的<sup>[2]</sup>。这些盲目去卷积主要有:空间域迭代盲目去卷积、利用傅里叶变换的迭代盲目去卷积、最大似然估计方法、模拟退火方法以及最小熵方法等<sup>[3]</sup>。其中空域或频域的迭代盲目去卷积算法<sup>[4]</sup>都需要对点扩展函数的支持域进行较紧的约束,而且收敛性不够好,当然常常也可以得到一个比较接近的解。最大似然估计方法<sup>[5,6]</sup>和本文的方法属于同一类方法。McCallum 提出的模拟退火方法<sup>[7]</sup>,原则上说,其具有全局收敛性,但由于该方法计算量太大,因而限制了其使用范围,其只能处理尺寸很小的盲目去卷积问题。

本文提出的改进的单帧盲目去卷积算法是从信号统计概率的角度出发,利用贝叶斯定理推导出的图像复原算法,其与 Richardson 和 Lucy 等人提出的算法<sup>[8,9]</sup>不同的是,本文提供了该类算法的盲目去卷积形式,并对算法快速实现进行了研究,另外,还分析了算法的计算复杂性。实验表明,该算法不需要点扩展函数的先验知识,就能将湍流模糊图像进行很好复原,且该算法具有较强的抗噪声能力。

## 2 单帧盲目去卷积图像复原算法

### 2.1 算法原理

对于线性移不变系统的图像复原问题,一般假定退化图像  $g$ 、点扩展函数  $h$  和原始图像  $f$  具有以下关系:  $g = h * f$ , 其中符号  $*$  表示线性卷积。假定  $g, h, f$  均为离散概率频率函数,那么  $g, h, f$  上的每一点的数值可以认为是事件(假定收集到的单位光子为一个事件)在该点上发生的频率数。在本文中,若  $g, h, f$  带下标,则表示在下标位置处的数值,例如,  $g_{i,j}$  表示退化图像  $g$  在位置  $(i, j)$  处的灰度值。给定退化图像  $g$ 、点扩展函数  $h$ , 若要求恢复原始图像  $f$ , 则很自然就想到贝叶斯定理。根据统计概率的知识,贝叶斯定理可用下式表示:

$$P(x|y) = \frac{P(y|x)P(x)}{\int P(y|x)P(x)dx} \quad (1)$$

其写成离散形式为

$$P(x|y) = \frac{P(y|x)P(x)}{\sum_x P(y|x)P(x)} \quad (2)$$

其中,  $P(y|x)$  是事件  $y$  在给定事件  $x$  下的条件概率;  $P(x)$  是事件  $x$  的概率,而  $P(x|y)$  是逆条件概率,也就是给定事件  $y$  下的事件  $x$  的概率。

沿用上面提供的符号,在事件  $g_k$  发生的条件下,事件  $f_i$  发生的概率的表达式为

$$P(f_i|g_k) = \frac{P(g_k|f_i)P(f_i)}{\sum_j P(g_k|f_j)P(f_j)} \quad (3)$$

其中,  $f_i, f_j \in f$  (原始图像空间),  $g_k \in g$  (退化图像空间)。考虑到所有的  $g_k$  联合  $h$  作用在  $f_i$  上的独立性,有

$$P(f_i) = \sum_k P(f_i \cdot g_k) = \sum_k P(f_i|g_k)P(g_k) \quad (4)$$

将式(3)代入式(4),得

$$P(f_i) = \sum_k \frac{P(g_k|f_i)P(f_i)P(g_k)}{\sum_j P(g_k|f_j)P(f_j)} \quad (5)$$

由于在式(5)的右边也含有  $P(f_i)$  项,因此直接求解很困难。在贝叶斯定理的许多应用中,当  $P(f_i)$  这项未知时,可以采取这样的—个可以接受的策略,即从不太好的情况中选用一个最好的解,则可由式(5)来得到下面的迭代方程

$$P^{(n+1)}(f_i) = P^{(n)}(f_i) \sum_k \frac{P(g_k|f_i)P(g_k)}{\sum_j P(g_k|f_j)P^{(n)}(f_j)} \quad (6)$$

其中,  $n$  为盲目迭代次数

$$\text{由于 } P(f_i) = \frac{f_i}{\sum_j f_j}, P(g_k) = \frac{g_k}{\sum_j g_j}, \text{ 又由于图像}$$

复原过程是能量守恒的,即有以下关系:  $\sum_j f_j =$

$\sum_j g_j$  (总能量或总光子数相等), 而且  $P(g_k|f_i) =$

$P(h_{i,k}) = \frac{h_{i,k}}{\sum_j h_j}$ , 因此式(6)可写为

$$\frac{f_i^{(n+1)}}{\sum_j f_j} = \left( \frac{f_i^{(n)}}{\sum_j f_j} \right) \sum_k \frac{\left( \frac{h_{i,k}}{\sum_j h_j} \right) \left( \frac{g_k}{\sum_j g_j} \right)}{\sum_j \left( \frac{h_{j,k}}{\sum_j h_j} \right) \left( \frac{f_j^{(n)}}{\sum_j f_j} \right)}$$

即

$$f_i^{(n+1)} = f_i^{(n)} \sum_k \frac{h_{i,k} g_k}{\sum_j h_{j,k} f_j^{(n)}} \quad (7)$$

由上式可知,如果给出点扩展函数  $h$  和目标图像的初始估计  $f_0$ , 那么就可以获得相应的迭代解。

为了推导叙述方便,若将  $i, k$  和  $j$  分别换写成

$x, y$  和  $z$ , 则可把式(7)写成以下连续积分的形式:

$$f^{(n+1)}(x) = f^{(n)}(x) \int \frac{h(y, x)g(y)dy}{\int h(y, z)f^{(n)}(z)dz} \quad (8)$$

其中,  $x, z \in X, X$  为原始目标图像的支撑域,  $y \in Y, Y$  为观察到的退化图像的支撑域, 但点扩展函数的支撑区域一般比图像的支撑区域要小。假定观测目标的区域为等晕(isoplanatic)时, 点扩展函数将是空间不变的, 即与空间位置无关, 那么式(8)可以写成如下卷积形式:

$$f^{(n+1)}(x) = \left\{ \left[ \frac{g(x)}{h(x) * f^{(n)}(x)} \right] * h(-x) \right\} f^{(n)}(x) \quad (9)$$

若点扩展函数  $h(x)$  是已知的, 则可以通过对式(9)进行迭代, 直到其收敛来得到目标  $f(x)$ 。复原图像时, 首先用目标图像的一个初始估计  $f^{(0)}(x)$  来启动此算法; 接着, 在随后的迭代中, 由于受该算法所采取的形式影响, 致使初始估计中, 相对于真实目标图像的较大的偏差在初始的迭代中被迅速地丢弃了, 而细节则在随后的迭代中被更缓慢地添加上去。倘若初始估计  $f^{(0)}(x) \geq 0$  的话, 则这一算法的优势不仅在于它包含一个非负约束条件, 而且, 随着迭代的进行, 能量还能被加以保存。

在实际图像复原中, 由于点扩展函数  $h(x)$  一般都是未知的, 且上面的迭代算法很难实施, 因此, 可以考虑采用新的算法策略来分别对点扩展函数和目标图像进行迭代计算, 即实施盲目去卷积算法。对于该盲目去卷积算法, 在进行第  $n$  次盲目迭代时, 先假设目标由第  $n-1$  次迭代得到; 随后, 点扩展函数  $h^{(n)}(x)$  按照式(10)进行迭代计算, 下标  $m$  表示迭代次数, 式(10)实质上是式(9)的逆形式, 因为目标和点扩展函数是相逆的, 并且它是由目标来计算点扩展函数; 最后,  $f^{(n)}(x)$  就可按照相同的迭代次数利用式(11)来进行迭代计算, 即

$$h_{m+1}^{(n)}(x) = \left\{ \left[ \frac{g(x)}{h_m^{(n)}(x) * f^{(n-1)}(x)} \right] * f^{(n-1)}(-x) \right\} h_m^{(n)}(x) \quad (10)$$

$$f_{m+1}^{(n)}(x) = \left\{ \left[ \frac{g(x)}{h^{(n)}(x) * f_m^{(n)}(x)} \right] * h^{(n)}(-x) \right\} f_m^{(n)}(x) \quad (11)$$

### 2.2 算法的快速实现

显然, 由于该算法需要多次迭代, 计算量太大, 因此, 为了快速恢复目标图像, 需要进行快速运算。

由于

$$\begin{aligned} f_1(t) * f_2(-t) &= f_2(-t) * f_1(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_2(-\tau)f_1(t-\tau) d\tau \end{aligned}$$

令  $u = -\tau$ , 则

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f_2(-\tau)f_1(t-\tau) d\tau &= - \int_{+\infty}^{-\infty} f_2(u)f_1(t+u) du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_2(u)f_1(t+u) d\tau \end{aligned}$$

即  $f_1(t) * f_2(-t) = f_2 \circ f_1$ , 其中 ‘ $\circ$ ’ 表示相关运算; 故式(10)和式(11)可写为

$$h_{m+1}^{(n)}(x) = \left\{ f^{(n-1)}(x) \circ \left[ \frac{g(x)}{h_m^{(n)}(x) * f^{(n-1)}(x)} \right] \right\} h_m^{(n)}(x) \quad (12)$$

$$f_{m+1}^{(n)}(x) = \left\{ h^{(n)}(x) \circ \left[ \frac{g(x)}{h^{(n)}(x) * f_m^{(n)}(x)} \right] \right\} f_m^{(n)}(x) \quad (13)$$

这样就可将式(12)和式(13)中的卷积和相关运算用快速算法来实现。

### 2.3 计算复杂性分析

设图像和点扩展函数空间大小均为  $N \times N$ , 则  $h_m^{(n)} * f^{(n-1)}$  的计算复杂性为  $O(N^4)$ , 而采用卷积的快速算法时, 计算的复杂性是  $O(6N^2 \ln N + 4N^2)$ 。也就是说, 改进前算法总的计算复杂性为  $O(N^4)$ , 改进后算法总的计算复杂性仅为  $O(N^2 \ln N)$ , 这从理论上证明了计算速度确有极大提高。

## 3 算法编程实现及流程图

对算法进行编程实现时, 应该注意能量守恒(即退化前后图像的总强度相等)的问题, 如果只作图像的归一化处理, 那么很可能造成图像的能量集中分布在个别像素点上, 而其他像素上则因灰度值太小而影响图像复原结果。由于点扩展函数的和为1, 模糊图像可以认为是原始图像强度的重新分布, 因此, 退化图像和原始图像的能量应该保持不变, 其表现在图像上, 即退化图像和原始图像的像素灰度值总和相等。这对调整复原图像各个像素点的灰度值具有重要意义, 因它可以避免图像能量集中分布在个别像素点的情况。

### 3.1 能量误差函数

为了量化该算法的收敛属性, 可定义如下的能量误差函数:

$$E = \iint_{\Omega} [g(x, y) - \hat{g}(x, y)]^2 dx dy$$

其中,  $\Omega$  表示图像空间,  $(x, y)$  表示图像空间像素坐标位置,  $g, \hat{g}$  分别表示模糊图像及其估计。一般, 误差能量函数值随着迭代次数的变化而变化, 若误差能量函数值随着迭代次数的增加而变小, 则说明估计的目标图像越来越精确, 反之, 估计的结果变差。另外, 通过绘制随迭代次数变化的能量误差函数曲线, 还可以分析算法的收敛稳定性, 若该曲线为单调下降有界曲线, 则说明算法的收敛很稳健, 若该曲线出现抖动甚至发散, 则可判定算法稳定性较差, 甚至不收敛。

### 3.2 采用维纳滤波改善恢复效果

直接利用式(12)、式(13)进行迭代得到的恢复图像具有强度分布集中的缺点, 这是由于利用信号概率统计的方法只能最大似然地恢复图像, 而不能很好地保持图像的细节的缘故。为了克服这个缺点, 在算法的循环迭代过程完成后, 可采用维纳滤波技术来进一步提高恢复图像的质量, 即

$$\hat{F}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \lambda |D(u, v)|^2} G(u, v) \quad (14)$$

其中,  $\hat{F}(u, v)$  为目标图像估计的傅里叶变换,  $H(u, v)$  为点扩展函数的傅里叶变换,  $H^*(u, v)$  为  $H(u, v)$  的复共轭,  $D(u, v)$  为二阶差分算子傅里叶变换的第  $(u, v)$  项,  $G(u, v)$  为湍流退化图像的傅里叶变换。这样求出  $\hat{F}(u, v)$  ( $u, v = 0, 1, \dots, N-1$ ) 后, 再对  $\hat{F}(u, v)$  ( $u, v = 0, 1, \dots, N-1$ ) 进行傅里叶反变换, 即可得到恢复图像  $\hat{f}$ 。众所周知, 正则化参数  $\lambda$  的选择是个难点, 在实验中, 在较高信噪比的情况下可选择较小的  $\lambda$  值, 因为这样可以很好地恢复图像的细节, 当退化图像的信噪比较低时, 宜选择较大的  $\lambda$  值, 这样可以适当地抑制噪声的影响。

### 3.3 算法流程图

算法主要由两层循环组成, 即 1 个外循环和 2 个内循环。外循环即整个盲目迭代过程, 而 2 个内循环则分别用来估计点扩展函数和目标图像, 如  $f_m^{(n)}(x)$  表示算法迭代至第  $n$  次外循环中的第  $m$  次内循环时的目标图像估计。整个算法流程即先对目标图像  $f_0^{(0)}(x)$  和点扩展函数  $h_0^{(0)}(x)$  进行初始估计, 然后分别对点扩展函数和目标图像进行  $m$  次迭代得到估计的点扩展函数和目标图像, 如此循环, 直到满足终止条件为止。循环结束后, 再将迭代估计得到的点扩展函数代入式(14), 就获得最后的复原图像。算法流程图如图 1 所示。

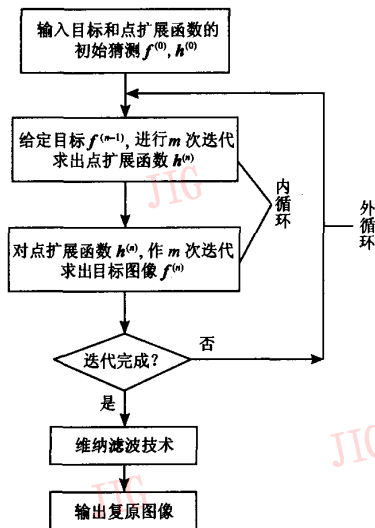


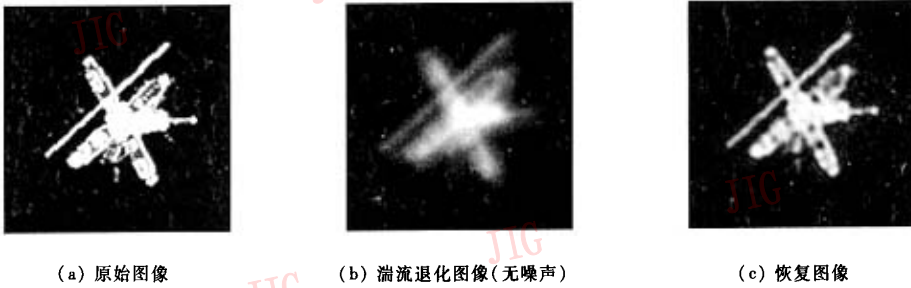
图 1 算法流程图

Fig. 1 The flow chart of algorithm

## 4 实验结果及分析

为了说明算法的快速性, 本文在微机 (Pentium IV 2.66GHz) 上做了如下对比实验: 实验用图像大小为  $64 \times 64$  时, 分别采用 Lucy 算法计算 (添加了支持域约束, 假定点扩展函数大小为  $8 \times 8$ ) 和本文算法进行 10 次内循环、15 次外循环运算的耗时分别为 87s、8s, 可见后者速度提高约 11 倍; 当图像大小为  $128 \times 128$  时, 两者的运算耗时分别为 1376s、40s, 本文算法比 Lucy 算法计算速度提高约 34.4 倍。由此可见, 随着图像空间的增大, 采用本文算法计算的速度提高是非常明显的。

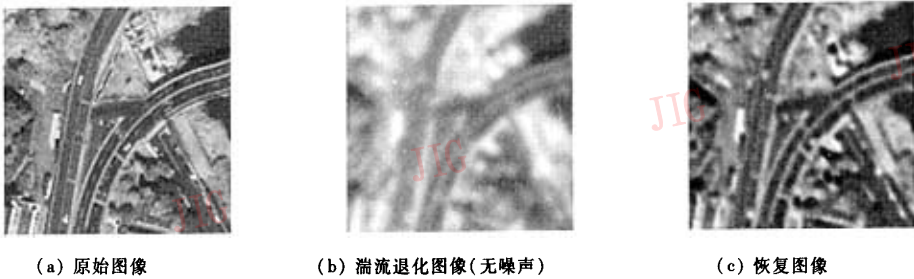
图 2 (a) 为 1 帧原始目标图像, 大小为  $128 \times 128$ , 图 2 (b) 为其模拟的湍流退化图像。图 2 (c) 为用本文恢复算法进行外循环 10 次、内循环 15 次所得到的复原图像, 由该图可见, 恢复效果较好。一般来说, 随着迭代次数的增加, 恢复出的目标图像将越来越清晰, 但是由于模糊图像本身信息的丢失以及算法的局限性, 致使恢复结果始终不可能完全与原始图像一致。图 3 (a) 为具有复杂背景的原始清晰图像, 其模拟生成的湍流退化图像如图 3 (b) 所示, 图 3 (c) 为进行外循环 20 次、内循环 150 次所得到的复原图像。由图 3 可以看出, 该算法对于复杂图像也具有很好的恢复效果。图 4 提供了另外一组实验结果, 它们分别是原始目标图像、湍流退化图



(a) 原始图像 (b) 湍流退化图像(无噪声) (c) 恢复图像

图 2 空间背景湍流退化图像的复原

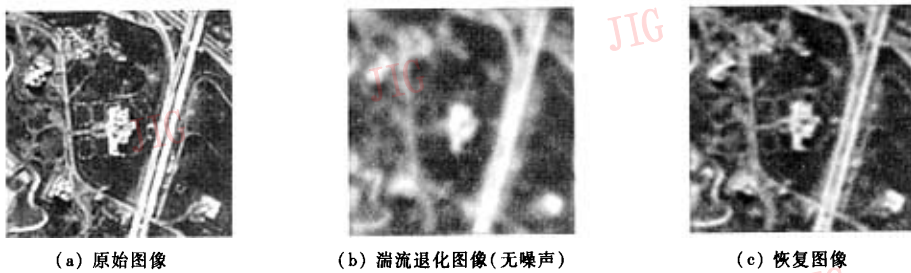
Fig. 2 Restoration of turbulence-degraded image with spatial background



(a) 原始图像 (b) 湍流退化图像(无噪声) (c) 恢复图像

图 3 复杂背景湍流退化图像的复原

Fig. 3 Restoration of turbulence-degraded image with complexity background



(a) 原始图像 (b) 湍流退化图像(无噪声) (c) 恢复图像

图 4 复杂背景湍流退化图像的复原

Fig. 4 Restoration of turbulence-degraded image with complexity background

像、以及用本文恢复算法进行外循环 20 次、内循环 100 次得到的恢复图像。本文采用模糊图像作为目标图像的初始估计,点扩展函数的初始估计为  $N \times N$  的 1 矩阵。

为了验证算法具有较好的抗噪声性能,本文做了如下实验。图 5(a)为对图 2(b)所示的湍流退化图像添加信噪比为 40 dB 的加性高斯白噪声后的噪声图像,图 5(b)为对其进行外循环 10 次、内循环 15 次后所得到的恢复图像,从图上可以清晰地辨认目标的细节信息,可见恢复图像的效果很好。图 5(c)为对图 2(b)所示的湍流退化图像添加信噪比为 30 dB 的加性高斯白噪声后的噪声图像,图 5(d)为其恢复结果图像,由该图可见,恢复效果较好,说明算

法具有良好的抗噪声能力。如果进一步加大噪声的强度,使信噪比达到 20 dB(如图 5(e)所示),其恢复结果图像如图 5(f)所示,虽然退化图像受到噪声严重污染,但是恢复后的目标图像仍然可以被很好地辨识。值得注意的是,如果信噪比太低(如:  $SNR < 20$  dB),那么经过一定次数的迭代后,就很可能使估计得到的点扩展函数仅为单位冲击函数,以致得到的恢复图像即为模糊图像本身,也就达不到恢复图像的目的。为了避免这种情况的发生,可考虑先对模糊图像进行去噪处理,并且在迭代过程中对点扩展函数进行适当的约束,以防止点扩展函数收敛成单位脉冲。

图 6 为对图 2(b)进行不同迭代次数恢复的能

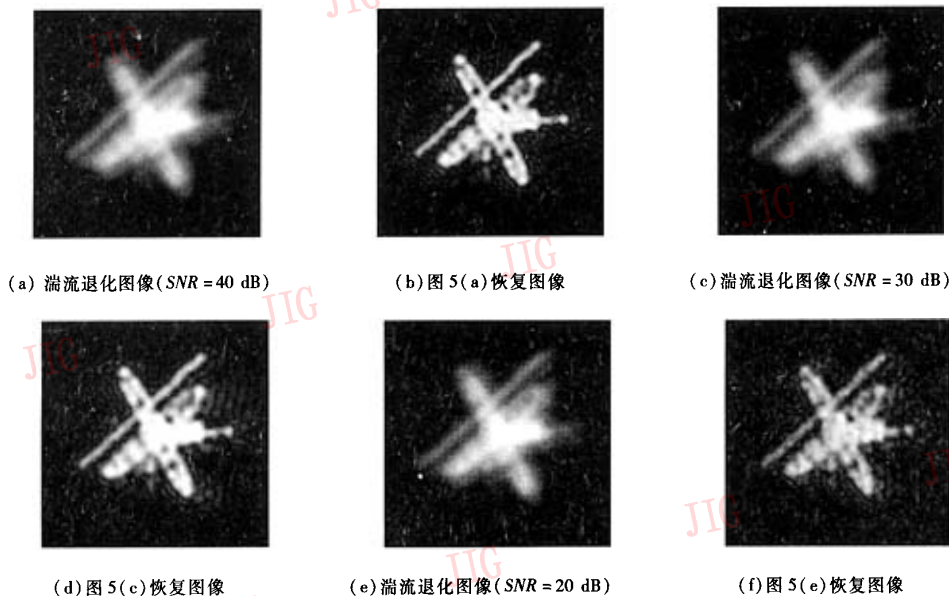


图 5 本文算法的抗噪声性能测试

Fig. 5 Tests of the algorithm resisting-noise capability

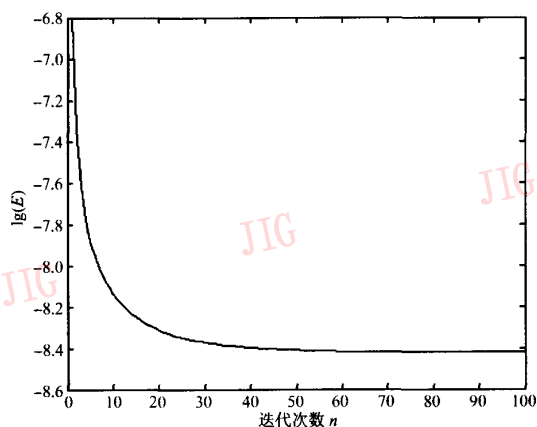


图 6 能量误差函数曲线

Fig. 6 The curve of energy error function

## 5 结 论

通过上面对单帧模糊图像盲目去卷积问题进行的探讨表明,单帧图像盲目去卷积作为一种重要的图像复原方法,具有很大的实用价值,可广泛应用于航天、天文观测、医学成像等领域,而本文采用的迭代算法则具有收敛稳健和克服噪声能力强等优点,比较适合应用于实际情况。实验结果也证明这种算法是有效的。在许多实际的应用中,还可能会出现这样的情形,即可以获得目标或点扩展函数的某些信息。此时,由于目标图像或点扩展函数并不是完全未知的,因而,可以在迭代算法中融入有关目标或点扩展函数的先验知识,以便可以获得更加精确的图像恢复结果。该算法具有进一步发展的潜力,除了可用于单帧图像恢复,还可以被改造成多帧序列图像的恢复算法,以消除湍流效应带来的像抖动、像偏移。另外,该算法还易于与其他算法(如 IBD 算法、非线性正则化图像复原算法等)相结合。在下一步工作中,笔者将在这些方面开展深入的研究,以进一步提高算法的性能。

致 谢 参加本项目算法研究和讨论的还有涂娇姣、何成剑等硕士研究生,在此,作者向他们表示感谢。

量误差函数曲线。为了便于说明问题,其中迭代次数指的是外循环迭代次数  $n$ ,内循环次数  $m$  保持 20 次不变,且图像数据已经进行了归一化处理。由图 6 可以看出,当迭代次数小于 20 次时,能量误差函数曲线下降很快,当迭代次数大于 50 次时,能量误差函数曲线变得平缓,能量误差值趋于不变,说明该算法收敛很稳健,而且估计得到的点扩展函数和目标图像已经为全局极小。在编程实现时,除了可通过指定有限的迭代次数来控制程序终止外,还可以通过设定期望的最小能量误差值来控制程序运行,以使程序具有自适应性。

## 参考文献 (References)

- 1 Yin Xingliang. Principles of aero-optical [M]. Beijing: China Astronautics Publishing House, 2003. [殷兴良. 气动光学原理 [M]. 北京:中国宇航出版社,2003.]
- 2 Zhang Tianxu, Hong Hanyu, Sun Xiangua, *et al.* Restoring turbulence-degraded images based on the estimation of turbulence point spread function values [J]. ACTA Automatica Sinica, 2003, 29(4):573 ~ 581. [张天序, 洪汉玉, 孙向华等. 基于估计点扩展函数值的湍流退化图像复原 [J]. 自动化学报, 2003, 29(4): 573 ~ 581.]
- 3 Kundur D, Hatzinakos D. Blind image deconvolution [J]. IEEE Signal Processing Magazines, 1996, 13(3): 43 ~ 64.
- 4 Ayers G R, Dainty J C. Iterative blind deconvolution method and its applications [J]. Optics Letters, 1988, 13(7): 547 ~ 549.
- 5 Schulz T J. Multiframe blind deconvolution of astronomical images [J]. Journal of Optical Society of America A, 1993, 10(5): 1064 ~ 1073.
- 6 Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. Journal of the Royal Statistical Society Series B, 1977, 39(1): 1 ~ 38.
- 7 McCallum B C. Blind deconvolution by simulated annealing [J]. Optics Communications, 1990, 75(2): 101 ~ 105.
- 8 Richardson W H. Bayesian-based iterative method of image restoration [J]. Journal of Optical Society of America A, 1972, 62(1): 55 ~ 99.
- 9 Tsumuraya F, Miura N, Baba N. Iterative blind deconvolution method using Lucy's algorithm [J]. Astronomy and Astrophysics, 1994, 282: 669 ~ 708.