

非平稳环境下基于小波变换的图像去噪

何 坤 李 健 乔 强 周激流

(四川大学电子信息学院,成都 610064)

摘 要 传统的图像去噪算法往往仅对平稳或缓慢变化的噪声有效,且残留的图像噪声较大。对此,研究了非平稳环境下基于小波变换的图像去噪算法。该算法根据图像与噪声在小波域中的分布特性以及它们的小波变换模极大值随尺度的变化大小不同,运用迭代算法得到不同尺度小波域中噪声的具体位置以及小波系数大小,完成了图像去噪。实验结果表明,对峰值信噪比较低图像,该方法去噪后峰值信噪比比传统方法的高,并且保留了较多的图像细节,同时对平稳和非平稳的噪声都能进行较好地去除。

关键词 图像 去噪 小波变换 非平稳性 Lipschitz 指数

中图法分类号: TP391-41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2005)10-1252-06

Noise Reduction Based on Wavelet Transform under Non-stationary Environments

HE Kun, LI Jian, QIAO Qiang, ZHOU Ji-liu

(College of Electric Information Sichuan University, Chengdu 610064)

Abstract This paper addresses the problem of noise reduction under non-stationary environments based on the wavelet transform. This algorithm can overcome the deficiency of the conventional algorithms of noise suppression, which were only efficient for stationary environments and had large level of residual noise. The algorithm addressed in this paper is based on the different amplitude value change of image and noise and their distributing character in the wavelet domain, by this way, we can find the site and the value of the noise in the wavelet domain by making use of the iterativeness algorithm. Further, noise suppression of the image is implemented. Experiments confirm that the PSNR after denoising with the proposed algorithm is larger than the conventional algorithm; moreover, the high-frequency information of the image contains much information after the noise suppression. At the same time, the noise reduction by proposed algorithm is effective to reduce the noise under both stationary and non-stationary environments.

Keywords image, noise reduction, wavelet transform, non-stationary, Lipschitz exponent

1 引 言

在图像通信技术中,图像信号均受到噪声的干扰,因此去噪处理技术得到了极为广泛的应用。国内外的许多学者对信号去噪算法进行了研究,在平稳信号及信噪比较大的情况下得到了较好的去噪效果。但在非平稳环境下及低信噪比的图像信号去噪处理仍具有挑战性。目前,对非平稳环境下的信号去噪算法研究还很少。Cohen^[1]等人首先估计信号

概率密度分布函数,然后在此基础上改进了对数谱估计算法,使得改进算法对非平稳的噪声具有良好的抑制作用,该算法的缺点是信号的概率密度函数较难估计^[2,3]。

传统的去噪方法^[4,5]是将被噪声干扰的信号通过一个滤波器,滤掉高频的噪声部分,但对于脉冲信号、白噪声、非平稳等信号,传统去噪方法存在一定的局限性,对这类信号,且在低信噪比情况下,经过滤波器处理,不仅信噪比得不到较大改善,而且位置信息也被模糊到了^[6]。

收稿日期:2004-01-13; 改回日期:2005-03-14

第一作者简介:何坤(1972~),男,现为四川大学电子信息学院博士研究生。主要研究方向为数字图像处理、生物特征识别等。E-mail:cjx198073@163.com

基于小波变换的阈值去噪方法是利用小波变换的变尺度特性对图像具有一种“集中”能力。如果一个图像的能量集中在小波变换域少数系数上,那么对这些系数的取值必然大于在小波变换域内能量分散于大量小波系数上的图像或噪声的小波系数值。基于小波变换的阈值去噪方法主要是对小波变换的系数进行筛选。同时系数的筛选又主要依赖于阈值的选取。Donoho^[7]等人已经提出了一种典型阈值选取方法,并从理论上证明阈值与噪声的方差成正比。但是事实上,对于有限长度的图像,Donoho等人提出的阈值仅仅是阈值优化的上界。阈值优化是随图像长度渐进变化的。图像为无限长才能符合Donoho等人提出的阈值优化条件,实际上图像的长度受到限制。基于小波变换的阈值法去噪方法中,阈值的选取是一个难题。

本文提出了基于小波变换的去噪,利用图像与噪声在小波变换的模极大值随尺度的变化大小不同,运用迭代算法得到不同尺度噪声的具体位置以及大小从而完成去噪目的。该方法克服了小波阈值法各层阈值的选取。实验结果表明,该方法对峰值信噪比较低图像去噪后峰值信噪比比传统方法的高,并且保留较多的图像细节。同时该方法对平稳和非平稳的噪声都能进行较好地去噪。但是含细节较丰富的图像受到噪声干扰时,运用本文所提出的算法对其进行去噪处理,去噪后图像的细节保留较少。

2 离散小波变换

图像信号是非平稳信号,因此图像的频率是随时间变化的,这种变化可以分为慢变化和快变化两部分。慢变化部分表现图像的低频部分,代表图像的主体轮廓;而快变化部分表现图像的高频部分,表示图像的细节。图像的能量主要集中在低频部分;而高频部分的能量较小^[8]。运用二进制离散小波变换对图像进行分析,原图像 $I(m,n)$ 被视为一个分辨率为 $2^0 = 1$ 的离散逼近 $A_0 I$,它可以分解为一个粗分辨率 2^{-j} 的逼近,等于信号在向量空间 v_j^2 上的正交投影。

令 $\varphi(x,y)$ 和 $\psi(x,y)$ 分别是小波变换的离散尺度函数和离散小波函数。

$$\varphi(x,y) = \varphi(x)\varphi(y) \quad (1)$$

$$\psi^{(1)}(x,y) = \varphi(x)\psi(y) \quad (2)$$

$$\psi^{(2)}(x,y) = \psi(x)\varphi(y) \quad (3)$$

$$\psi^{(3)}(x,y) = \psi(x)\psi(y) \quad (4)$$

设待分解的图像信号 $I(m,n) \in v_j^2$, 2 维逼近图像 $A_j I(m,n)$ 可分解为

$$A_j I = A_{j+1} I + D_{j+1}^{(1)} I + D_{j+1}^{(2)} I + D_{j+1}^{(3)} I \quad (5)$$

式中

$$A_{j+1} I = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{j+1}(m,n) \varphi_{j+1}(m,n) \quad (6)$$

$$D_{j+1}^{(i)} I = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{j+1}^{(i)}(m,n) \psi_{j+1}^{(i)}(m,n) \quad (7)$$

$i = 1, 2, 3$

并且

$$C_{j+1}(m,n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(k-2m)h(l-2n)C_j(k,l) \quad (8)$$

$$D_{j+1}^{(1)}(m,n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(k-2m)g(l-2n)C_j(k,l) \quad (9)$$

$$D_{j+1}^{(2)}(m,n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} g(k-2m)h(l-2n)C_j(k,l) \quad (10)$$

$$D_{j+1}^{(3)}(m,n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} g(k-2m)g(l-2n)C_j(k,l) \quad (11)$$

将原图像 $I(m,n)$ 经过小波变换分别得到 2^{-j} 分辨率下 LL_j 小波域系数 $C_{j,k}(m,n)$ 、 LH_j 小波系数 $D_j^{(1)}(m,n)$ 、 HL_j 小波系数 $D_j^{(2)}(m,n)$ 、 HH_j 小波系数 $D_j^{(3)}(m,n)$ 。图像的二进小波分解算法如图 1 所示。其二进小波分解如图 2 所示。

小波逆变换为

$$C_j = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h^*(k-2m)h^*(l-2n)C_{j+1}(k,l) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h^*(k-2m)g^*(l-2n)D_{j+1}^{(1)}(k,l) +$$

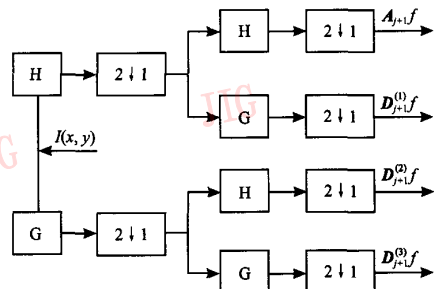


图 1 二进小波分解算法

Fig. 1 The discrete wavelet transform algorithm

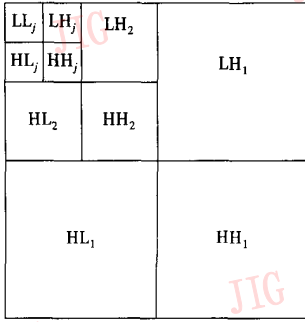


图 2 图像的二进小波分解

Fig. 2 A two-scale wavelet decomposition of an image

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} g^*(k-2m)h^*(l-2n)D_{j+1}^{(2)}(k,l) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} g^*(k-2m)g^*(l-2n)D_{j+1}^{(3)}(k,l) \quad (12)$$

3 图像与噪声的小波模值

给定小波函数,满足容许条件, $f(t) \in L^2(\mathbf{R})$, $[a,b] \in \mathbf{R}$, $f(t)$ 在区间 $[a,b]$ 上具有一致 Lipschitz 指数^[7,9] β , 当且仅当对任意 $t \in [a,b]$, 存在常数 A , 使得下式成立。

$$|W_s f(t)| \leq A s^\beta \quad (13)$$

当 $\beta > 0$, 随着尺度 s 的减小, 小波模极大值减小; 当 $\beta = 0$, 模值不变; 当 $\beta < 0$, 随着尺度 s 的增大, 小波模极大值反而减小。对于脉冲图像与白噪声, 它们的小波变换特性为

设 2 维脉冲信号 $\delta(x,y) = \delta(x)\delta(y)$, 其小波变换为

$$W_s \delta(x,y) = \delta(x,y) * \psi_s(x,y) = \frac{1}{s^2} \psi_x\left(\frac{x}{s}\right) \psi_y\left(\frac{y}{s}\right) \quad (14)$$

小波模值为

$$|W_s \delta(x,y)|^2 = \frac{1}{s^4} \left| \psi\left(\frac{x}{s}\right) \right|^2 \left| \psi\left(\frac{y}{s}\right) \right|^2 \quad (15)$$

从式(15)可以看出 2 维脉冲信号随着尺度的增大, $|W_s \delta(x,y)|^2$ 逐渐减少。且

$$|W_s \delta(x,y)|^2 \propto \frac{1}{s^4} \quad (16)$$

设 $N(x,y)$ 是均值为 0, 方差为 $\sigma^2 = \sigma_x^2 \sigma_y^2$ 的平稳白噪声, 其自相关系数为

$$E[N(x)N(y)] = \sigma^2 \delta(x-y) \quad (17)$$

其小波变换为

$$W_s N(x,y) = N(x,y) * \psi_s(x,y) = \iint_{\mathbf{R}} N(u,v) \psi_s(x-u) \psi_s(y-v) dudv \quad (18)$$

$$E(|W_s N(x,y)|^2) = \iiint_{\mathbf{R}} \sigma_x^2 \delta(u-v) \psi_s(x-u) \psi_s(x-v) \sigma_y^2 \delta(a-b) \psi_s(y-a) \psi_s(y-b) dudvdadb = \frac{\|\psi^4\|^4 \sigma^4}{s^2} \quad (19)$$

从式(19)可见, 平稳白噪声随着尺度的增加, $|W_s N(x,y)|^2$ 的均值逐渐减少。且:

$$E(|W_s N(x,y)|^2) \propto \frac{1}{s^2} \quad (20)$$

噪声的 Lipschitz 指数是负数, 其对应的小波模极大值将随着尺度的增加而减小。这说明对带噪声的图像进行小波变换, 在较高分解层的低频子图像中噪声的小波系数较小, 可以忽略。

4 图像去噪

4.1 小波分解层的决定

对带噪图像进行小波变换。噪声在较高分解层的低频子图像中小波系数较小, 可以忽略。而净图像在该分解层的低频子图像中小波系数相对较大。即带噪图像较高分解层的低频子图像中小波系数主要是净图像的小波系数。根据这一特性采用下列方法判断带噪声图像的分解层数: 假设图像的小波分解在第 j 层中 LL_j 的小波域系数为 $C_{j,k}(m,n)$ 、LH_j 的小波系数为 $D_j^{(1)}(m,n)$ 、HL_j 的小波系数为 $D_j^{(2)}(m,n)$ 、HH_j 的小波系数为 $D_j^{(3)}(m,n)$, 第 j 层中噪声的小波系数较小, 主要是净图像的小波系数。第 j 层中 HH_j 的小波系数均值

$$\bar{D}_j^{(3)} = \frac{1}{L_j M_j} \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{n=1}^{L_j} D_j^{(3)}(m,n) \quad (21)$$

其中, $L_j M_j$ 是第 j 层中 $\{D_j^{(3)}(m,n)\}$ 的个数。

第 j 层中 HH_j 的小波系数 $D_j^{(3)}$ 的方差均值为

$$|Var_j|^2 = \frac{1}{L_j M_j} \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{n=1}^{L_j} (D_j^{(3)}(m,n) - \bar{D}_j^{(3)})^2 \quad (22)$$

第 j 层中净图像的 HH_j 小波系数为

$$\tilde{D}_j^{(3)}(m,n) = \begin{cases} 0 & |D_j^{(3)}(m,n) - \bar{D}_j^{(3)}| \leq 3 |Var_j| \\ D_j^{(3)}(m,n) & \text{其他} \end{cases} \quad (23)$$

第 j 层中净图像信号的小波系数为

$$\begin{cases} C_j(m, n) = C_j(m, n) \\ D_j^{(1)}(m, n) = D_j^{(1)}(m, n) \\ D_j^{(2)}(m, n) = D_j^{(2)}(m, n) \\ \tilde{D}_j^{(3)}(m, n) = \tilde{D}_j^{(3)}(m, n) \end{cases} \quad (24)$$

第 j 层中净图像信号与含噪图像信号在小波域模值的比值为

$$\frac{\|C_j\|^2 + \|D_j^{(1)}\|^2 + \|D_j^{(2)}\|^2 + \|\tilde{D}_j^{(3)}\|^2}{\|C_j\|^2 + \|D_j^{(1)}\|^2 + \|D_j^{(2)}\|^2 + \|D_j^{(3)}\|^2} = \alpha \quad (25)$$

α 的大小决定小波分解层, 设定一个阈值 T 。当 $\alpha < T$, 说明第 j 层中噪声的小波系数较大, 需要继续进行小波分解; 当 $\alpha > T$ 时, 说明了第 j 层中噪声的小波系数较小, 主要是图像的小波系数。

4.2 噪声在各层的小波系数和位置

设第 j 层中小波系数主要是图像的小波系数。将第 j 层中净图像的小波系数(式(24))对其进行小波逆变换得到图像在第 $j-1$ 层中 LL_{j-1} 的小波域系数 $\tilde{C}_{j-1}(m, n)$ 。噪声在第 $j-1$ 层中 LL_{j-1} 的小波域系数 $C_{j-1}N(m, n)$ 为

$$C_{j-1}N(m, n) = C_{j-1}(m, n) - \tilde{C}_{j-1}(m, n) \quad (26)$$

第 $j-1$ 层中 LL_{j-1} 噪声小波系数的 $|W_{j-1}N|^2$ 值为

$$|W_{j-1}N|^2 = \frac{1}{L_{j-1}M_{j-1}} \sum_{m=1}^{M_{j-1}} \sum_{n=1}^{L_{j-1}} (C_{j-1}N(m, n))^2 \quad (27)$$

式中, $L_{j-1}M_{j-1}$ 是第 $j-1$ 层中 LL_{j-1} 噪声的小波系数的个数。

净图像信号在小波域的能量分布主要在 LL; 其次是 LH; 再次之为 HL; HH 的能量分布较少。而噪声信号在小波域的能量分布主要在 HH; 其次是 HL; 再次之为 LH; LL 的能量分布较少。使用 K_1, K_2, K_3 来表示噪声能量在小波域的这种分布特性, 同时根据噪声 $|W_jN(x, y)|^2$ 与小波尺度的关系, 可以决定其在第 $j-1$ 层中 LH_{j-1} 小波系数 $D_{j-1}^{(1)}N(m, n)$ 、 HL_{j-1} 小波系数 $D_{j-1}^{(2)}N(m, n)$ 、 HH_{j-1} 小波系数 $D_{j-1}^{(3)}N(m, n)$ 、噪声小波系数的值和位置。具体做法为分别计算出在第 $j-1$ 层中含噪图像小波系数 LH; HL; HH 的均值 $\bar{D}_{j-1}^{(1)}; \bar{D}_{j-1}^{(2)}; \bar{D}_{j-1}^{(3)}$ 。

$$\bar{D}_{j-1}^{(1)} = \frac{1}{N_{j-1}M_{j-1}} \sum_{m=1}^{M_{j-1}} \sum_{n=1}^{N_{j-1}} D_{j-1}^{(1)}(m, n) \quad (28)$$

$$\bar{D}_{j-1}^{(2)} = \frac{1}{N_{j-1}M_{j-1}} \sum_{m=1}^{M_{j-1}} \sum_{n=1}^{N_{j-1}} D_{j-1}^{(2)}(m, n) \quad (29)$$

$$\bar{D}_{j-1}^{(3)} = \frac{1}{N_{j-1}M_{j-1}} \sum_{m=1}^{M_{j-1}} \sum_{n=1}^{N_{j-1}} D_{j-1}^{(3)}(m, n) \quad (30)$$

运用 3σ 原则^[10] 计算出第 $j-1$ 层中噪声的小波系数及位置; 第 $j-1$ 层中 LH、HL、HH 净图像小波系数为

$$\tilde{D}_{j-1}^{(1)}(m, n) = \begin{cases} 0 & |D_{j-1}^{(1)}(m, n) - \bar{D}_{j-1}^{(1)}| < 3K_1 |W_{j-1}N| \\ D_{j-1}^{(1)}(m, n) & \text{其他} \end{cases} \quad (31)$$

$$\tilde{D}_{j-1}^{(2)}(m, n) = \begin{cases} 0 & |D_{j-1}^{(2)}(m, n) - \bar{D}_{j-1}^{(2)}| < 3K_2 |W_{j-1}N| \\ D_{j-1}^{(2)}(m, n) & \text{其他} \end{cases} \quad (32)$$

$$\tilde{D}_{j-1}^{(3)}(m, n) = \begin{cases} 0 & |D_{j-1}^{(3)}(m, n) - \bar{D}_{j-1}^{(3)}| < 3K_3 |W_{j-1}N| \\ D_{j-1}^{(3)}(m, n) & \text{其他} \end{cases} \quad (33)$$

K_1, K_2, K_3 为常数。 K_1, K_2, K_3 表示噪声能量在小波域 HL、LH、HH 中分布优先等级。经验选取 K_1, K_2, K_3 值, 且满足 $0 < K_1 < K_2 < K_3$ 。在第 $j-1$ 层中净图像的小波域系数为

$$\begin{cases} \tilde{C}_{j-1}(m, n) = V\tilde{C}_{j-1}(m, n) \\ \tilde{D}_{j-1}^{(1)}(m, n) = \tilde{D}_{j-1}^{(1)}(m, n) \\ \tilde{D}_{j-1}^{(2)}(m, n) = \tilde{D}_{j-1}^{(2)}(m, n) \\ \tilde{D}_{j-1}^{(3)}(m, n) = \tilde{D}_{j-1}^{(3)}(m, n) \end{cases} \quad (34)$$

在第 $j-1$ 层中噪声的小波域系数为

$$\begin{cases} C_{j-1}N(m, n) = C_{j-1}(m, n) - \tilde{C}_{j-1}(m, n) \\ D_{j-1}^{(1)}N(m, n) = D_{j-1}^{(1)}(m, n) - \tilde{D}_{j-1}^{(1)}(m, n) \\ D_{j-1}^{(2)}N(m, n) = D_{j-1}^{(2)}(m, n) - \tilde{D}_{j-1}^{(2)}(m, n) \\ D_{j-1}^{(3)}N(m, n) = D_{j-1}^{(3)}(m, n) - \tilde{D}_{j-1}^{(3)}(m, n) \end{cases} \quad (35)$$

运用式(23) ~ (35) 计算出图像与噪声在小波分解中各层的小波系数及位置。

5 实 验

运用本文方法(其中 $T = 0.95; K_1 = 3; K_2 = 6; K_3 = 12$) 对 256×256 的 woman 图像 $I(m, n)$ 叠加不同分布噪声 $N(m, n)$ 得到的含噪图像信号 $S(m, n)$ 进行去噪分析。

$$S(m, n) = I(m, n) + N(m, n) \quad (36)$$

图像受到均匀分布噪声 $N(m, n)$ 的干扰分别采用小波阈值法和本文算法的去噪分析如图 3 所示; 图像受到均匀分布叠加高斯分布的混合噪声 $N(m, n)$ 的干扰分别采用小波阈值法和本文算法的去噪

分析如图 4 所示。从图中可见,小波阈值去噪后,净图像信号的细节保留较少;而本文去噪算法保留了较多的净图像细节。

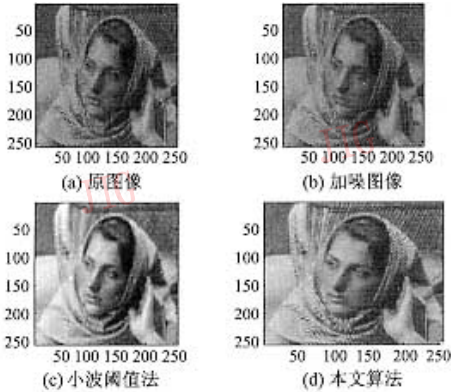


图 3 均匀分布噪声的去噪分析

Fig. 3 Reduction noise analysis of image and noise distributed evenly

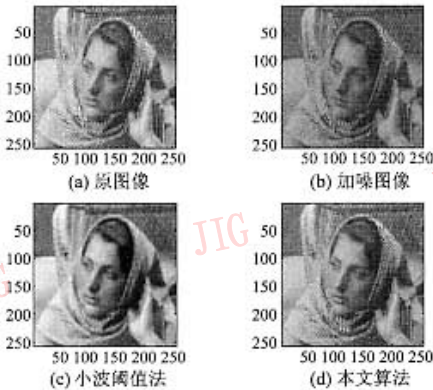


图 4 混合噪声的去噪分析

Fig. 4 Reduction noise analysis of image and noise distributed evenly and Gauss

对图像质量的客观评价一般采用峰值信噪比

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{MSE} \quad (37)$$

$$MSE = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [S'(m,n) - S(m,n)]^2}{255^2} \quad (38)$$

图像受到均匀分布噪声或均匀分布叠加高斯分布混合噪声的干扰分别采用小波阈值法和本文算法的去噪分析前后的峰值信噪比(PSNR)如表 1 所示。图像受到均匀分布噪声干扰时,滤波前峰值信噪比为 7.165 9;小波阈值法去噪后峰值信噪比为

表 1 不同去噪算法的比较

Tab.1 Comparison of noise reduction

噪声分布	去噪算法	PSNR(dB)	MSE
均匀分布	未滤波	7.165 9	12 488
	小波阈值	20.875 9	531.486 4
	本文算法	27.745 9	109.263 3
均匀和高斯分布	未滤波	15.089	2 014.8
	小波阈值	19.283	766.97
	本文算法	28.693	87.849

注:未滤波表示原始图像不进行任何滤波处理。

20.875 9;本文算法去噪后峰值信噪比为 27.745 9。图像受到均匀分布叠加高斯分布的混合噪声干扰时,滤波前峰值信噪比为 15.089;小波阈值法去噪后峰值信噪比为 19.283;本文算法去噪后峰值信噪比为 28.693。本文算法峰值信噪比比小波阈值法高。表明了去噪效果较理想。

对细节较丰富的图像受到噪声干扰时,噪声和图像信息都主要集中在小波变换的高频子图像中。运用本文算法对其进行去噪处理,存在图像的 HH 子图像小波系数误认为是噪声的小波系数而滤除的问题。去噪后图像的细节保留较少,因此对这类图像信号的去噪处理效果不理想,如图 5 所示。

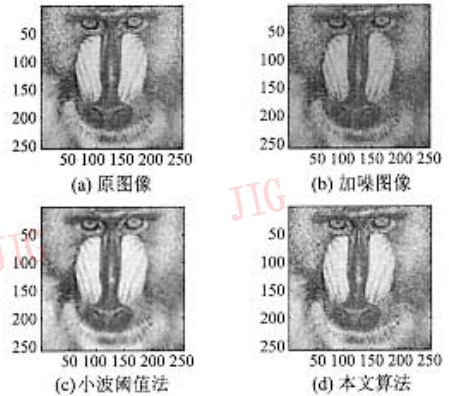


图 5 细节丰富图像的去噪分析

Fig. 5 Noise reduction of image with abundant detail

6 结 论

由于环境复杂多变,图像的去噪技术是一项具有挑战性的课题,任何去噪算法都有其优点和局限性。本算法利用图像与噪声的小波模极大值随尺度变化不同的特性。运用迭代算法得到不同尺度下噪

声的具体位置以及大小从而完成去噪目的,该方法克服了小波阈值法各层阈值的选取,去噪后峰值信噪比比小波阈值法高,同时保留较多的图像细节。但是含细节较丰富的图像受到噪声干扰时,噪声和图像信息都主要集中在小波变换的高频子图像中。运用本文算法对其进行去噪处理,存在图像的HH子图像小波系数误认为是噪声的小波系数而滤除的问题。去噪后图像的细节保留较少,因此对这类图像信号的去噪处理效果不理想。

参考文献 (References)

- 1 Cohen I, Berdugo B. Speech enhancement for non-stationary noise environments[J]. *Image Processing*, 2001, **81**(11): 2403 ~ 2418.
- 2 Sim B L, Tong Y C, Tan C T, *et al.* A parametric formulation of the generalized spectral subtraction method[J]. *IEEE Transaction on Speech and Audio Processing*, 1998, **6**(4): 328 ~ 337.
- 3 Martin R. Noise power spectral density estimation based on optimal smoothing and minimum statistics[J]. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 2001, **9**(5): 504 ~ 512.
- 4 Boll S. Suppression of acoustic noise in speech using spectral subtraction[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1979, **4**(2): 113 ~ 120.
- 5 Berouti M, Schwartz R, Makhoul J. Enhancement of speech corrupted by acoustic noise [A]. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing [C]*, Washington, DC, 1979: 208 ~ 211.
- 6 Lockwood P, Boudy J. Experiments with a nonlinear spectral subtractor (NNS), hidden Markov models and projection for robust recognition in cars [J]. *Speech Communication*, 1992, **11**(5): 215 ~ 228.
- 7 Chen Wu-fan. *Wavelet Analysis and Applying of the Image Processing* [M]. Beijing: Publishing House of Science, 2002. [陈武凡. 小波分析及其在图像处理中的应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2002.]
- 8 Zhan Xian-da. *Modern Signal Processing* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1995. [张贤达. 现代信号处理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.]
- 9 Zhan Xian-da. *Bao Zheng Non-stationary Signal Analysis and Processing* [M]. Beijing: Publishing House of National Defence Industry, 1998. [张贤达, 保铮. 非平稳性信号分析与处理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.]
- 10 Liu Xiao-shi, Chen Hong-jian, He La-mei. *Probability and Statistic* [M]. Beijing: Publishing House of Science, 2000. [刘晓石, 陈鸿建, 何腊梅. 概率论与数理统计 [M]. 北京: 科学出版社, 2000.]