

一种保持边缘特征的图像插值方法

杨云峰¹⁾ 苏志勋²⁾ 胡金燕¹⁾

¹⁾(大庆石油学院数学系,大庆 163318) ²⁾(大连理工大学应用数学系,大连 116023)

摘要 提出了一种利用双三次样条曲面插值的方法,对图像进行放大处理,并在插值的同时考虑了边缘处的切矢及插值点位置的调整,从而保持了图像的边缘特征。实验结果表明,用该方法进行图像放大,可以得到很好的效果。

关键词 图像插值 双三次样条函数 边缘特征

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2005)10-1248-04

A New Edge-holding Algorithm of Image Interpolation

YANG Yun-feng¹⁾, SU Zhi-xun²⁾, HU Jin-yan¹⁾

¹⁾(Department of Mathematics, Daqing Petroleum Institute, Daqing 163318)

²⁾(Department of Mathematics Application, DaLian University of Technology, DaLian 116023)

Abstract In this paper a new image interpolation algorithm is proposed. Bicubic spline interpolation method is used in the algorithm to modify the image scale. The algorithm also considers tangent vector of the edge and position revision of the interpolation point. Thus the edge property is maintained. The experiment results show that scaled image processed with proposed algorithm is of good quality.

Keywords image interpolate, bicubic spline function, edge property

1 引言

图像放大在很多领域都有重要的应用。随着计算机可视化和虚拟现实的研究与发展,图像放大技术应用的范围也越来越广,最简单的放大技术是中心像素平移法,用该方法放大图像后产生的图像会出现锯齿效应,不能满足实际的需要。样条函数是插值和数据拟合的一种有效的工具,并且利用B-spline函数进行插值可以保证被插值曲线曲面的光滑性,因而在图像放大中也有了许多的应用,文献[1]中采用了B-spline方法放大图像,图像的效果有了一定的改善,但由于计算的复杂性,使得运行较慢。文献[2]、[3]也都是采用B-spline的方法放大图像,但是由于插值的结果过于平滑,从而使整幅图像看起来比较模糊,尤其是在图像的边缘处。这种

方法虽然有效地去除了噪声,但同时也损失了图像的很多边缘特征,因此插值的结果也不是很理想。近些年来利用变换域进行插值的方法也有很多,如文献[4]等是基于小波变换进行的插值,插值效果比较理想,但是需要先进行插值,然后再进行小波变换及其逆变换,计算量相对比较大。另外,直接在变换域进行插值,效果可能不会很理想^[5]。

样条函数在曲线曲面的插值中有着重要的应用,对于一幅图像,可以把它看作是一张曲面,各个像素可以看作是曲面上的网格点,这样就可以利用样条函数的方法对图像进行放大。使用双三次样条插值,就要使用到角点的切矢和扭矢信息,而切矢和扭矢对于插值起了非常重要的作用,根据切矢和扭矢不同的计算方法将会得到不同的插值效果。基于此,提出了一种利用样条函数进行任意倍放大图像的方法,并有效地保持了图像的质量和图像的边缘

收稿日期:2005-02-01; 改回日期:2005-07-05

第一作者简介:杨云峰(1972~),男,讲师。2001年于大连理工大学获计算数学专业硕士学位。主要研究方向为小波分析和图像处理。

E-mail: yfyang@dqpi.net

特征。该方法通过使用图像边缘点邻域内像素点处切矢的叠加技术来控制插值点处的切矢,可以有效地调节图像的边缘,通过调整图像边缘点的扭矢来改变插值域内部的平滑程度,此外还根据边缘点适当地调节了插值点的位置,这样就避免了因使用样条函数插值引起的图像整体过于平滑而导致的模糊现象。

2 图像插值

2.1 双三次样条插值函数

设给定 xy 平面上—矩形区域,记为 $D:[a,b] \times [c,d]$,并采用矩形剖分法对其剖分,在 x 轴和 y 轴上分别取定分割:

$$\begin{aligned} \Delta x: a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b \\ \Delta y: c = y_0 < y_1 < \dots < y_m = d \end{aligned} \quad (1)$$

这样便给出了区域 D 上的一个矩形剖分,将区域 D 分割成了 $m \times n$ 个小矩形:

$$d_{ij}: [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j] \quad (2)$$

并简记 $f_{i,j} = f(x_i, y_j)$, $f(x_i, y_j)$ 表示点 (x_i, y_j) 处的函数值。

寻找一函数 $p(x, y)$, 使得它满足:

$$p(x_i, y_j) = f_{i,j}$$

其中, $i = 0, 1, \dots, n; j = 0, 1, \dots, m$ 。

现取出小矩形 d_{ij} , 并记其 4 个网格点 $(x_{i-1}, y_{j-1}), (x_{i-1}, y_j), (x_i, y_{j-1}), (x_i, y_j)$ 分别为 $f_{00}, f_{01}, f_{10}, f_{11}$, 并用其来表示对应网格点的函数值,则在 d_{ij} 上便可以建立双三次样条插值函数^[6]:

$$p(x, y) = [F_0(x), F_1(x), G_0(y), G_1(y)]^T C [F_0(y), F_1(y), G_0(y), G_1(y)] \quad (3)$$

其中

$$C = \begin{bmatrix} f_{00} & f_{01} & f_{x00} & f_{x01} \\ f_{10} & f_{11} & f_{x10} & f_{x11} \\ f_{y00} & f_{y01} & f_{xy00} & f_{xy01} \\ f_{y10} & f_{y11} & f_{xy10} & f_{xy11} \end{bmatrix} \quad (4)$$

为角点信息矩阵。 f_x, f_y, f_{xy} 分别表示 $f(x, y)$ 对 x 方向的偏导数, y 方向的偏导数和二阶混合偏导数,

$$\begin{cases} F_0(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1 \\ F_1(x) = -2x^3 + 3x^2 \\ G_0(y) = y^3 - 2y^2 + y \\ G_1(y) = y^3 - x^2 \end{cases} \quad (5)$$

为混合函数,其中 $x \in [0, 1]$ 。

如果已知各个网格点处的函数值及各偏导数值,就可以利用插值式(3)来计算区域 D 上任意一点处的函数值 $p(x, y)$,从而可以较精确地描绘出区域 D 上的插值曲面。

2.2 角点信息矩阵的计算

一幅图像可以看作是一张 2 维曲面,各像素点的位置看作是曲面的网格点,而像素值就是网格顶点的函数值。记图像的像素值为 $[a_{ij}]_{m \times n}$, 并以此作为插值的网格顶点。取相邻的 4 个像素 $a_{i,j}, a_{i,j+1}, a_{i+1,j}, a_{i+1,j+1}$, 并记其为 $f_{00}, f_{01}, f_{10}, f_{11}$ 。在计算网格顶点即像素点的导数时,采用了差商的方法,即

$$\begin{aligned} f_{xi} &= \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2h_i} \\ f_{yj} &= \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2g_j} \end{aligned}$$

其中, $h_i = x_{i+1} - x_i, g_j = y_{j+1} - y_j, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ 。

这样计算的好处,一是考虑了插值域及前后相邻域的变化趋势,二是避免了三弯矩法求导数时计算的复杂性,可以有效地提高运行速度。而对于图像,由于各个像素间是等距分布的,并且距离都可看作是 1,因此上述的 h_i, g_j 都等于 1,从而角点信息矩阵的计算采用如下的公式:

$$\begin{aligned} f_{x00} &= (a_{i,j+1} - a_{i,j-1})/2 \\ f_{x01} &= (a_{i,j+2} - a_{i,j})/2 \\ f_{x10} &= (a_{i+1,j+1} - a_{i+1,j-1})/2 \\ f_{x11} &= (a_{i+1,j+2} - a_{i+1,j})/2 \\ f_{y00} &= (a_{i+1,j} - a_{i-1,j})/2 \\ f_{y01} &= (a_{i+1,j+1} - a_{i-1,j+1})/2 \\ f_{y10} &= (a_{i+2,j} - a_{i,j})/2 \\ f_{y11} &= (a_{i+2,j+1} - a_{i,j+1})/2 \\ f_{xy00} &= a_{i,j+1} + a_{i-1,j} - a_{i-1,j+1} - a_{i,j} \\ f_{xy01} &= a_{i,j+2} + a_{i-1,j+1} - a_{i-1,j+1} - a_{i,j+1} \\ f_{xy10} &= a_{i+1,j+1} + a_{i,j} - a_{i,j+1} - a_{i+1,j} \\ f_{xy11} &= a_{i+1,j+2} + a_{i,j+1} - a_{i,j+2} - a_{i+1,j+1} \end{aligned} \quad (6)$$

把式(6)代入式(3)便得到了对图像的插值公式。

2.3 图像边缘点的判断

在图像的插值过程中,对边缘的插值是非常重要的,例如对边缘处的插值效果的好坏,将影响到图像中特征点的变化。因而在图像插值的过程中,准确地寻找边缘点是非常重要的一步,下面以 1 维情况为例加以说明。

给定一族插值节点:

$$P = \{(x_i, f(x_i)), i = 0, 1, \dots, n\}$$

在这里引入一个参量 A , 用其来判断 x_i 和 x_{i+1} 是否是边缘点。

记

$$A = |f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})| - |f(x_{i+2}) - f(x_i)| \quad (7)$$

如果 $A > 0$, 则把 x_{i+1} 视为 $f(x)$ 的边缘点, 且为 x_{i+1} 右侧邻域的左边缘点, 这时在区间 (x_i, x_{i+1}) 上插值的点 x 可看作图像的位于区间 (x_i, x_{i+1}) 物体的右边缘; 如果 $A < 0$, 则 x_i 是区间 (x_i, x_{i+1}) 左侧邻域的右边缘点; 若 $A = 0$, x_i 和 x_{i+1} 都不作为 $f(x)$ 的边缘点, 对于此种情况, 虽然 (x_i, x_{i+1}) 可能是图像的边缘, 但是根据式(6)计算的切矢可以有效地控制此种情况下图像的边缘质量。

2.4 切矢、扭矢的确定

如果直接按照式(3)进行插值, 则不可避免地会造成图像边缘的模糊现象, 这是由于样条函数的平滑作用造成的。而直接利用式(6)计算而来的切矢在边缘点处进行插值也不一定能得到较好的效果, 为了避免这种现象, 除了考虑调整图像插值点的位置外, 还考虑了调整边缘点处切矢的方向和大小。因为图像的边缘和边缘邻域内的像素有很大的关系, 所以使用边缘处的切矢和周围邻域内像素点切矢的叠加技术, 来调整位于图像边缘的插值点的函数值, 使之尽可能地满足人的视觉效果, 从而有效地改善边缘处的模糊现象。

这里仍使用点组 P , 各点的导数记为 $f'(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$ 。判断某一区间 (x_i, x_{i+1}) 的端点是否是边缘点, 如果是边缘点, 这时重新来计算 x_i 点和 x_{i+1} 点的导数值。具体为

$$\begin{aligned} f'_i(x_i) &= c_1 f'(x_{i-1}) + c_2 f'(x_i) \\ f'_{i+1}(x_{i+1}) &= c_3 f'(x_{i+1}) + c_4 f'(x_{i+2}) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, c_1, c_2, c_3, c_4 是常数, 它们可以用来调节 x_i 和 x_{i+1} 处切矢的方向和大小。 $f'(x_i)$ 和 $f'_{i+1}(x_{i+1})$ 的位置如图 1 所示, 这样就可以根据自己的需要来调节曲线在 $[x_i, x_{i+1}]$ 上的形状, 从而按照要求来控制插值点处的函数值。

图像可以看作是一张曲面, 因此采用双三次样条插值时还要考虑到插值曲面片 4 个角点的扭矢, 通过调整扭矢可以得到需要的曲面片内部的数据信息, 从而得到比较满意的图像效果。扭矢调整的方法和前述调整切矢的方法相同, 在图像的边缘点处, 根据对角线方向角点扭矢的叠加来获取新的扭矢。

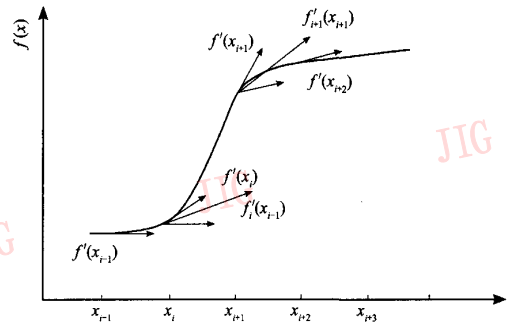


图 1 切矢

Fig. 1 Tangent vector

2.5 图像的插值

设图像的原尺寸为 $W \times H$, 放大的比例为 S_w 和 S_H (S_w 和 S_H 均是任意实数)。插值后图像中的任意一像素的位置记为 (i, j) , 其所对应的原图像中的位置为 (x, y) , 则它们的关系为

$$x = i/S_w, \quad y = j/S_H$$

令 $i = [x]$, $j = [y]$, 其中, $[\cdot]$ 表示不超过 x 的最大整数。

则 (x, y) 位于由 $[i, j]$, $[i, j+1]$, $[i+1, j]$, $[i+1, j+1]$ 4 个像素构成的网格内, 这样由该网格上的插值公式式(3)就可以求出 (x, y) 处的函数值, 从而求得放大后图像 (i, j) 位置的像素值。在计算时会遇到 x 和 y 是整数情况, 即 x 和 y 恰好是像素点的位置, 这时就不用插值公式式(3), 而是把 (x, y) 点处的像素值直接平移过来, 从而可以减少计算量, 提高了运行速度。

使用 A 既可判断图像的边缘点, 也可判断某个区域是否很“平”, 即该区域内的像素值的变化很小。在式(7)中, 如果 $A = 0$, 不做边缘处理, 此时可以把 4 个像素 $x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, x_{i+2}$ 看作是关于区间 (x_i, x_{i+1}) 对称的, 对于这样的网格区域上的插值, 就使用下面的双线性插值

$$\begin{aligned} f(x, y) &= x(f(x_{i+1}, y_j) - f(x_i, y_j)) + \\ & y(f(x_i, y_{j+1}) - f(x_i, y_j)) + \\ & xy(f(x_{i+1}, y_{j+1}) - f(x_i, y_j) - \\ & f(x_i, y_{j+1}) - f(x_{i+1}, y_j) + f(x_i, y_j)) \end{aligned} \quad (9)$$

这样又可以有效地减少计算量和计算的复杂度。

3 试验结果

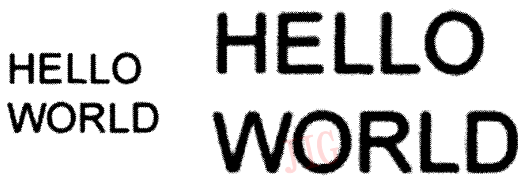
利用文中方法对 Lena 等图像进行插值处理, 具体结果如图 2、图 3、图 4 所示, 其中图 2 和图 4 的放



(a) Lena 图像 (b) 图像放大 2 倍(局部) (c) $S_w = 3, S_n = 2$ 的插值结果(局部)

图 2 Lena 图像插值

Fig. 2 Interpolation of image Lena



(a) 原始图像 (b) 放大 2 倍图像

图 3 文字图像插值

Fig. 3 Interpolation of a text image



(a) Pepper 原始图像 (b) 放大 2 倍图像(局部)

图 4 Pepper 图像插值

Fig. 4 Interpolation of image Pepper

大图像均是原图像的部分图像。

4 结 论

基于双三次样条函数的图像插值方法,考虑了图像边缘处的像素点的切矢和扭矢的调整,以及边缘点处插值点位置的调整,有效地控制了图像的边

缘特征。利用该方法对图像进行插值,可以避免样条函数的平滑作用,使得图像的边缘处比较清晰而且光滑,从而得到图像的良好视觉效果。该方法对文字图像插值也同样有比较好的效果。

参考文献 (References)

- 1 Durand C X, Faguy D. Rational zoom of bitmaps using B-spline interpolation in computer-ized 2-D animation[J]. Computer Graphics Forum, 1990, 9(1):27~37.
- 2 Keys R G. Cubic convolution interpolation for digital image processing [J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech, Signal Processing, 1981, 29(6):1153~1160.
- 3 Hou H S, Andrews H C. Cubic splines for image interpolation and digital filtering[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech, Signal Processing, 1978, 26(6):508~517.
- 4 Lu Yu. Research of image interpolation based on wavelet[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2003, 25(1):81~83. [卢钰. 基于小波的图像插值研究[J]. 武汉理工大学学报, 2003, 25(1): 81~83.]
- 5 Liu Zhi-gang, Liu Dai-zhi. Reappraising about image magnification methods based on wavelet transformation[J]. Journal of Image and Graphics, 2003, 8(4):403~408. [刘志刚, 刘代志. 基于小波变换的图像放大方法再探讨[J]. 中国图象图形学报, 2003, 8(4): 403~408.]
- 6 Shu Bu-qing, Liu Ding-yuan. Computational Geometry [M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 1980. [苏步青, 刘鼎元著. 计算几何[M]. 上海:上海科学技术出版社, 1980.]