

# 基于最小描述长度原则的各向异性扩散模型

王毅 张良培 李平湘

(武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430079)

**摘要** 各向异性扩散的最大特点在于它是有选择性的平滑过程, 这种平滑过程在均匀的区域不受限制, 而在跨越边界部分被抑制, 因此噪声和一些无关的细节被平滑掉了, 从而能够有效地实现图像保边缘平滑。在现有各向异性扩散模型中, 偏微分方程解的适定性和扩散系数中的梯度阈值的合理估计是尚未很好解决的问题。为此利用最小描述长度(MDL)原则发展了一种各向异性扩散模型, 并与 Lyapunov 函数的 p-范数相结合, 改善了各向异性扩散模型中梯度阈值的估计方法, 形成了一种性能较好的各向异性扩散非线性滤波技术。实验结果表明, 该方法不仅能够更有效地识别噪声图像中的细节边缘, 而且还保证了各向异性扩散模型的稳定性; 改进的扩散模型, 滤波效果优于传统的各向异性扩散模型, 是一种较为理想的保边缘滤波方法。

**关键词** 各向异性扩散 最小描述长度原则 p-范数梯度阈值估计 扩散系数 图像平滑

**中图分类号**: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2005)08-0957-07

## Anisotropic Diffusion Model Based on Minimal Description Length Criterion

WANG Yi, ZHANG Liang-pei, LI Ping-xiang

(State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping & Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079)

**Abstract** The anisotropic diffusion is a selective smoothing technique that effectively employs intra-region smoothing without limitation while inhibits inter-region smoothing. With this technique, noise is smoothed out and the edge-preserving smoothing can be effectively implemented. Two problems in anisotropic diffusion schemes have still not been solved. One is existence and uniqueness of the solution of the partial derivative diffusion equation; the other is reasonable estimate of gradient threshold in diffusion coefficients. The algorithm proposed in this paper is developed on the basis of minimal description length criterion and incorporated with one alternative method for setting gradient threshold based on the simple calculation of the p-norm. The improved model not only detects effectively the detailed edges in images, but also preserves the stability of anisotropic diffusion. Experimental results show that this method has superiority over the previous anisotropic diffusion models and is an ideal edge-preserving filtering method.

**Keywords** anisotropic diffusion, minimal description length criterion, p-norm gradient threshold estimate, diffusion coefficient, image smoothing

## 1 引言

在图像滤波处理中, 各向同性平滑滤波器对高

噪声的处理效果较好, 然而在去除噪声的同时, 也使图像的边缘变得模糊。基于热传导方程的 Perona-Malik<sup>[1]</sup>各向异性扩散模型(PM模型)可以克服线性扩散模型的缺点, 但也存在着一些缺

基金项目: 国家“973”计划资助项目(2003CB415205); 国家“863”计划资助项目(2002AA135230-A); 国家自然科学基金项目(40471088); 全国优秀博士论文作者专项基金资助项目(200142)

收稿日期: 2004-09-13; 改回日期: 2004-12-24

第一作者简介: 王毅(1979~), 男, 2002年于武汉大学获电子出版专业学士学位, 现为武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室摄影测量与遥感专业博士研究生。主要研究方向为遥感图像处理、模式识别和高光谱遥感等。E-mail: wangyi@whu.edu.cn

陷<sup>[2,3]</sup>:一是,如果图像有颗粒噪声干扰,那么这类噪声理论上是无界的梯度,将作为边缘保留下来;二是,从数学角度来看,各向异性偏微分扩散方程本身在数学上是病态的,不能保证解的存在唯一性。为了解决 PM 模型的不足,Catté<sup>[2]</sup>等人通过高斯卷积核(标准差为常数 $\sigma$ )对图像进行时空域的正则化处理,提出了非线性退化扩散模型(Catté模型)。尽管 Catté 模型获得了较好的实验结果,然而仍存在一些问题:一是,由于标准差 $\sigma$ 是常数,这意味着高斯平滑在消除噪声的同时模糊了图像边缘,违背了各向异性扩散的思想;二是,扩散系数中的梯度阈值决定了扩散系数的特性,很多情况下梯度阈值被看成常数。然而,由于噪声图像中梯度具有很大的不确定性,因此梯度阈值若为常数则不能体现各向异性扩散的适用性。

为了改善 Catté 模型,理想的方案是:(1)给出高斯标准差一定的范围,并按照决策模型和图像信息从符合条件的标准差中选出最优的自适应结果;(2)建立简便和适应性强的梯度阈值估计模型来有效地控制扩散过程。基于上述思想,利用高斯平滑过程(概率事件)建立信息描述长度模型,确定其标准差范围,然后将信息论中最小描述长度(MDL)原则作为决策模型选择自适应的高斯标准差;同时在各向异性扩散模型中引入 p-范数梯度阈值估计方法,建立起性能稳定的扩散系数。研究目的是针对图像上不同信噪比的局部范围采用自适应的扩散行为,以更有效地对图像进行保边缘平滑。

## 2 基于最小描述长度原则的各向异性扩散模型

### 2.1 Catté 各向异性扩散模型

针对 PM 模型中各向异性扩散方程解的不适定性问题,为了尽可能消除脉冲噪声对扩散行为的影响,Catté 等人提出了改进的各向异性扩散模型:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = g(|\nabla G_\sigma * I|) |\nabla I| \operatorname{div} \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \quad (1)$$

其中, $I_0(x,y)$ 是原始图像, $G_\sigma$ 是具有标准差 $\sigma$ 的高斯核, $\nabla G_\sigma * I$ 表示 $t$ 时间的图像和高斯核 $G_\sigma$ 的卷积,即梯度估计。式(1)中 $\sigma$ 的选择对扩散模型的性能有着直接的影响,将 $\sigma$ 规定为某个确定的常数违背了各向异性扩散的本质思想;此外,由于图像上

的噪声分布各不相同,因而标准差 $\sigma$ 往往很难确定。下面推导一个基于最小描述长度原则的高斯预平滑模型。

### 2.2 基于最小描述长度原则的自适应高斯标准差

假设高斯平滑可以简单地看成下面的处理过程:

$$I_\sigma(x,y) = I_0(x,y) + \varepsilon_\sigma(x,y) \quad (2)$$

其中,等式右边 $I_\sigma(x,y)$ 表示高斯平滑的结果图像, $\varepsilon_\sigma$ 是残差。基于最小描述长度原则的自适应高斯标准差技术的核心思想在于:(1)由图像信息确定高斯标准差的动态范围,再在取值范围内选定一系列不同的标准差大小;(2)将高斯平滑过程式(2)用信息描述结构表示出来,对图像中所有像素在不同的标准差下进行基于描述长度的编码;(3)将最小描述长度原则作为信息最优化原则,依据贝叶斯估计原理,选择出基于描述长度的信息最优化(使用最小信息量最大化有用信息同时最小化残差信息)的编码方案,并将编码对应的高斯核标准差作为对应像素的自适应高斯标准差 $\sigma^*(x,y)$ 的大小。

从上面的分析可以看到,信息描述结构对局部高斯标准差的确定起着非常关键的作用。将高斯平滑过程写成描述长度 $dl$ 结构<sup>[4]</sup>的形式:

$$\begin{aligned} & l_d(I_0(x,y) | \sigma(x,y)) \\ &= l_d(I_\sigma(x,y)) + dl(\varepsilon_\sigma(x,y)) \\ &= \beta \left( \frac{\lambda}{\sigma^2(x,y)} + \varepsilon_{\sigma(x,y)}^2(x,y) \right) \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)是关于高斯局部标准差的函数, $\beta, \lambda$ 均为正数,它们是关于精度和噪声均方差的参数。从式(3)可以看出,由于图像边缘一定区域范围的标准均方差要明显大于同质区域的标准均方差,在式(3)中表现为对应于特定的高斯标准差 $\sigma$ ,边缘处残差 $\varepsilon_\sigma$ 的绝对值要明显高于同质区域残差的绝对值。图像上 $(x,y)$ 处的自适应高斯标准差 $\sigma^*(x,y)$ 将由下列原则来确定:根据对残差 $\varepsilon_\sigma$ 的分析,如果在图像边缘处,最小描述长度原则使 $\sigma(x,y)$ 的大小接近给定范围内最小标准差 $\sigma_{\min}$ ,即边缘处减少不必要的平滑,从而保持图像的细节边缘;如果在图像上同质区域,最小描述长度原则使 $\sigma(x,y)$ 的大小接近给定范围内最大标准差 $\sigma_{\max}$ ,对同质区域进行满足要求精度的高斯平滑。因此,基于最小描述长度原则的自适应标准差高斯平滑能够较好地识别和保持噪声图像的边缘。但是基于最小描述长度原则的高斯自适应平滑不是一个迭代过程,其不满足各向异性扩散的要求;随着迭代过程的不断进

行,噪声影响越来越小,平滑效果也应该随着减小,而高斯标准差固定的取值范围容易损失细节边缘。因此,这里考虑在每一步迭代中加入高斯自适应平滑处理,在迭代过程中,自适应高斯标准差的取值范围是动态的。基于此,提出下列描述长度结构:

$$l_d(I_0(x, y, t) | \sigma(x, y, t)) = \beta \left( \frac{\lambda}{\sigma^2(x, y, t)} + \varepsilon_{\sigma(x, y, t)}^2(x, y, t) \right) \quad (4)$$

式(4)具有如下意义:(1) 加入了时间步长  $t$ , 满足了迭代的要求;(2) 假设  $\sigma(x, y, t)$  的最大、最小值分别是  $\sigma_{\max}(t)$  和  $\sigma_{\min}(t)$ , 如给出随时间单调减小的收敛条件是:  $\sigma(t+1) = \sigma(t) \cdot s, s \in (0, 1]$ ,  $\sigma(0)$  是其初始值, 则收敛条件能满足自适应高斯标准差取值范围的动态变化。由式(4), 在每一步迭代中, 标准差的取值范围都会变化; 由于  $\sigma(x, y, t)$  的最大、最小值不断收敛, 取值范围的中心不断减小接近于 0, 从而更好地保持边缘, 满足自适应高斯平滑的要求。

### 2.3 梯度阈值的 $p$ -范数估计

经过上面的自适应标准差高斯平滑, 得到了如下形式的扩散系数:

$$g(|\nabla G_{\sigma^*} * I|) = \frac{1}{1 + \left( \frac{|\nabla G_{\sigma^*} * I|}{K} \right)^2} \quad (5)$$

式(5)较 Catté 模型的扩散系数性能更稳定, 它不仅能够有效地消除随机噪声的影响, 同时自适应的标准差还能够保证细节边缘不被丢失。从式(5)可以看到, 当  $|\nabla G_{\sigma^*} * I| > K$  时, 扩散效果小而保持了边缘; 当  $|\nabla G_{\sigma^*} * I| \leq K$  时, 扩散系数接近于 1 而具有明显的扩散效果。因此, 阈值  $K$  对于图像中区域分割、目标提取和边缘保持有着非常关键的作用。当  $K$  取值较大时, 低对比度的边缘将被平滑; 当  $K$  取值较小时, 扩散的效率将会降低, 从而影响各向异性扩散过程<sup>[5]</sup>。Perona 和 Malik 提出  $K$  值大小可由 Canny<sup>[6]</sup> 的基于直方图的噪声估计法确定, 即先求得  $\|\nabla I\|$  的累积直方图,  $K$  值就设为累积像素数为总像素数 90% 处所对应的  $\|\nabla I\|$  值。Black<sup>[7]</sup> 等人使用鲁棒统计学自动估计梯度阈值:

$$K = 1.4826 \text{median}(\|\nabla I - \text{median}(\|\nabla I\|)\|) \quad (6)$$

这里,  $\text{median}(\cdot)$  是中位数函数。这两种方法都需要经过噪声估计过程来确定梯度阈值。

从扩散过程的本质来看, 随着扩散的不断进行, 图像梯度的绝对值会越来越小。随着梯度绝对值的减小, 梯度阈值  $K$  也应该相应的减小, 使图像的边

缘不被丢失, 因为边缘保持的条件是  $|\nabla I| > K$ 。基于此, Voci<sup>[8]</sup> 等人提出了基于  $p$ -范数的单调递减的梯度阈值估计:

$$K = \frac{\omega \cdot \|I(\Delta t)\|_p}{h \cdot w} \quad (7)$$

这里,  $\|I(\Delta t)\|_p = \left( \sum_{(x, y) \in I} |I(x, y, \Delta t)|^p \right)^{\frac{1}{p}}, 2 \leq p \leq \infty$ , 随时间单调递减, 常数  $\omega$  和图像  $I_0$  的均值成正比。基于  $p$ -范数梯度阈值的确定不需要经过噪声估计过程, 相比上面两种方法能够更好地保持图像的细节边缘, 同时计算起来也更加简单快速, 容易实现。文献[8]论证了式(7)的稳定性, 但是式(7)没有和梯度很好地联系, 梯度估计过程不太合理; 同时在  $p$ -范数定义中, 没有给出  $p$  的限定条件, 使  $p$  值很难确定。为此, 结合自适应高斯标准差提出下列梯度估计模型:

$$K = \frac{\omega \cdot \|\nabla G_{\sigma^*} * I\|_p}{h \cdot w} \quad (8)$$

实验结果证明, 当  $p \leq 3$  时,  $K$  值较大, 扩散速度快, 图像边缘容易模糊; 当  $p > 6$  时,  $K$  值较小, 随着  $p$  不断增大, 虽然基于  $p$ -范数的梯度阈值能够不受迭代次数的影响较好地保持图像的细节边缘和精细结构, 但却大大降低了扩散效率。因此考虑对参数  $p$  进行合理的限制:  $3 < p \leq 6$ , 即  $p = 4, 5, 6$ 。这样简单地限制不仅发挥了基于  $p$ -范数的梯度阈值估计的优势, 同时使  $p$  值的确定相对容易, 并较好地保证了扩散效率。

### 2.4 各向异性扩散算法

从式(1)~(5), 推导了一个基于最小描述长度原则的自适应高斯平滑模型, 并在式(8)中给出了该模型梯度阈值的  $p$ -范数估计方法, 该模型的算法实现如下:

由式(1)可得到:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = g(|\nabla G_{\sigma^*} * I|, \Delta t) |\nabla I| \text{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \quad (9)$$

$$I(0, x, y) = I_0(x, y) \quad (9)$$

$$g(|\nabla G_{\sigma^*} * I|, \Delta t) = \frac{1}{1 + \left( \frac{|\nabla G_{\sigma^*} * I| \cdot h \cdot w}{\omega \cdot \|\nabla G_{\sigma^*} * I\|_p} \right)^2} \quad (10)$$

$(3 < p \leq 6)$

这里,  $\sigma^*$  表示自适应高斯标准差。具体的实现步骤为:

(1) 参数初始化, 首先需要确定算法的迭代次数  $N$ 。在基于最小描述长度原则的自适应高斯平滑

实现上,需要初始化高斯标准差的最大值  $\sigma_{\max}(0)$ 、最小值  $\sigma_{\min}(0)$ 、尺度空间上所含元素的数目  $n$ 、常数  $\beta$  和  $\lambda$ ,由这些条件得到一组高斯核  $\{G_\sigma, \sigma = \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$ ;在基于  $p$ -范数的梯度阈值实现上,需要初始化  $\Delta t$ 、比例系数  $\omega$  和范数大小  $p$ ;

(2) 计算图像的梯度  $\nabla I$ 。假设图像经过  $k$  次迭代处理,将迭代处理后的图像结果输入作为待处理的图像  $I = I^{(k)}$ ,对应的自适应高斯标准差的取值范围变为  $\sigma^* \in [\sigma_{\min}(k\Delta t), \sigma_{\max}(k\Delta t)]$ 。为了更好地利用图像的梯度信息,采用文献[3]中 8-邻域差分算法得到  $|\nabla I|$ ,其中图像的四周边界部分采取特殊处理以满足整幅图像处理的需要;

(3) 计算扩散系数  $g(|\nabla G_\sigma * I|, \Delta t)$ ,首先用步骤 1 中得到的一组高斯核分别和当前待处理图像的梯度  $\nabla I^{(k)}$  进行高斯卷积,得到满足条件的尺度空间  $\{|\nabla I_\sigma^{(k)}| \mid \nabla I_\sigma^{(k)} = \nabla I_{\sigma_1}^{(k)}, \nabla I_{\sigma_2}^{(k)}, \dots, \nabla I_{\sigma_n}^{(k)}, \nabla I_\sigma^{(k)} = \nabla I^{(k)} * G_\sigma\}$ 。在图像上逐个像素按照不同的高斯标准差分别用信息描述结构表示出来,并根据信息论中最小描述长度原则,求得最小信息描述长度  $\min(l_d(\nabla I_\sigma^{(k)}))$ 。则  $\min(l_d(\nabla I_\sigma^{(k)}))$  所对应的高斯标准差  $\sigma^*(i, j, k\Delta t)$  即为像素  $(i, j)$  处的自适应高斯标准差。然后将满足要求的梯度图像  $|\nabla I_{\sigma^*}^{(k)}|$ 、参数  $\Delta t$ 、比例系数  $\omega$  和范数大小  $p$  代入式(8)中,计算对应像素基于  $p$ -范数的梯度阈值估计  $K$ ,然后将结果代入式(10)中,求得扩散系数;

(4) 迭代求解偏微分方程,求得经过迭代处理后的图像。这里采用偏微分方程离散化数值解法,对应的差分迭代方程为

$$\frac{I_{i,j}^{(k+1)} - I_{i,j}^{(k)}}{\Delta t} = g(|\nabla G_{\sigma^*} * I_{i,j}^{(k)}|, k\Delta t) \cdot |\nabla I_{i,j}^{(k)}| \cdot \operatorname{div}\left(\frac{\nabla I_{i,j}^{(k)}}{|\nabla I_{i,j}^{(k)}|}\right) \quad (11)$$

$$\operatorname{div}\left(\frac{\nabla I_{i,j}^{(k)}}{|\nabla I_{i,j}^{(k)}|}\right) = \frac{I_{i+1,j}^{(k)} + I_{i,j+1}^{(k)} - 2I_{i,j}^{(k)}}{\sqrt{(I_{i+1,j}^{(k)} - I_{i,j}^{(k)})^2 + (I_{i,j+1}^{(k)} - I_{i,j}^{(k)})^2}} + \frac{I_{i-1,j}^{(k)} + I_{i,j-1}^{(k)} - 2I_{i,j}^{(k)}}{\sqrt{(I_{i-1,j}^{(k)} - I_{i,j}^{(k)})^2 + (I_{i,j-1}^{(k)} - I_{i,j}^{(k)})^2}} \quad (12)$$

这样逐个像素进行处理得到处理后的图像  $I^{(k+1)}$ ,整个过程不断迭代,直到算法结束。

整个算法过程中,不仅要考虑到各向异性扩散的处理效果,同时还需要尽可能地提高算法的效率。因为基于最小描述长度原则自适应高斯核标准差

$\sigma^*$  的选择和相应的平滑处理  $\nabla G_\sigma * I$  的计算量比较大,所以考虑使  $(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$  值尽量小一些,即减少尺度空间的数目  $n$ ,从而减少算法的复杂度,加快算法的速度。

### 3 实验结果和讨论

根据上面的算法步骤,将 Lena 图像  $(256 \times 256)$  作为实验对象进行仿真实验如图 1 所示。为了保持扩散模型的稳定性,实验中各种模型的时间步长  $(\Delta t = 0.15)$  和迭代次数  $(N = 20)$  均相同。图 1(a) 和图 1(b) 分别是原始 Lena 图像和加有高斯白噪声  $(\sigma^2 = 400)$  的噪声图像。图 1(c)、(d) 都是 PM 模型处理的结果,其中图 1(c) 是 Canny 的直方图估计法梯度阈值的处理结果,即标准 PM 各向异性扩散模型(SAD)的处理结果;图 1(d) 是基于鲁棒梯度阈值估计的各向异性扩散(RAD)的处理结果。图 1(e) 和图 1(f) 分别是 Catté 模型(CAD)和本文方法(MPAD)处理的结果图像。表 1 给出了 4 种各向异性扩散模型处理结果的信噪比改善因子和信噪比 SNR(signal to noise ratio),其中信噪比改善因子定义如下:

$$\text{RdB} = 10 \lg \left( \frac{\sum_{x,y} [I_r(x,y) - I_o(x,y)]^2}{\sum_{x,y} [I_n(x,y) - I_o(x,y)]^2} \right) \quad (13)$$

这里,  $I_o$ ,  $I_n$  和  $I_r$  分别表示原始图像、噪声图像和结果图像。若  $R$  为负值,则说明滤波后噪声被抑制;  $R$  越低则说明滤波效果越佳。

从图 1 的视觉效果来看,本文算法相对于两种 PM 模型和 Catté 模型而言,不仅更好地抑制了高斯噪声,而且保证了图像的连续性和边缘细节信息不被丢失;从表 1 中的数据来看,与其他 3 种模型相比,本文模型的信噪比改善因子最小,结果图像的信噪比最高同时熵值结果也令人满意,这表明了本文算法的合理性和有效性。图 2 表示 Lena 噪声图像的梯度经过标准高斯预处理( $\sigma$  是常数)和基于最小描述长度原则的自适应高斯预处理( $\sigma^*$  是变化的)后结果图像与原始图像的均方差和迭代次数的关系图。图 3 则是在其他条件相同的情况下,噪声图像分别经过基于  $p$ -范数梯度阈值估计的各向异性扩散模型和本文提到的基于另外两种梯度阈值估计(Canny 的直方图估计法和基于鲁棒梯度阈值估计)的各向异性扩散模型处理后结果图像与原始图像的



图 1 各向异性扩散模型的处理结果

Fig. 1 Comparison of results of anisotropic diffusion models

表 1 各向异性扩散模型定量评价 (Lena 图像)

Tab. 1 Quantitative evaluations of anisotropic diffusion models (Lena image)

	信噪比改善因子	SNR (dB)	熵值
原始图像			1.908 9
噪声图像			2.340 3
SAD	-7.086 6	69.91	1.644 1
RAD	-11.141 3	105.82	1.779 5
CAD	-10.851 7	104.68	1.775 2
MPAD	-11.678 7	145.51	1.805 6

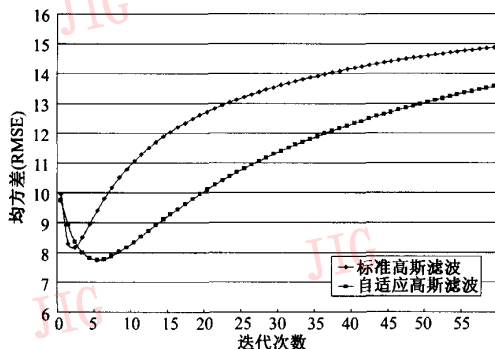


图 2 标准高斯平滑和自适应高斯平滑的均方差 (RMSE) 结果

Fig. 2 RMSE results of standard Gaussian filtering and the adaptive Gaussian filtering

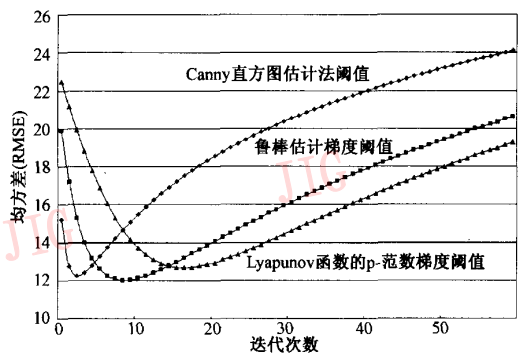


图 3 3种梯度阈值技术的均方差 (RMSE) 结果

Fig. 3 RMSE results of three gradient threshold technique

均方差和迭代次数的关系图。图 4 中 4 组曲线图分别表示 Lena 噪声图像经过上面 4 种各向异性扩散算法处理后结果图像与原始图像的均方差和迭代次数的关系图。图 2 和图 3 分别表明了本文算法在图像高斯预处理和梯度阈值技术上的优越性;图 4 则是将这两个技术优势综合到各向异性扩散型中,从整体比较了本文算法和传统各向异性扩散模型的处理效果。图 4 上的 4 条曲线分别给出了对应模型的均方差随迭代次数的递增关系,从曲线的变化趋势来看,本文算法的均方差随迭代次数递增地更为平

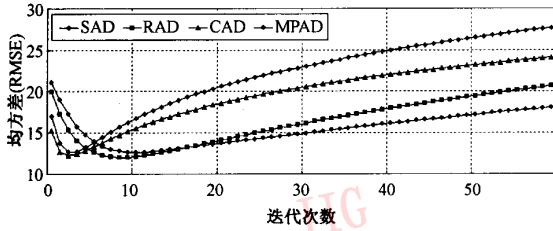
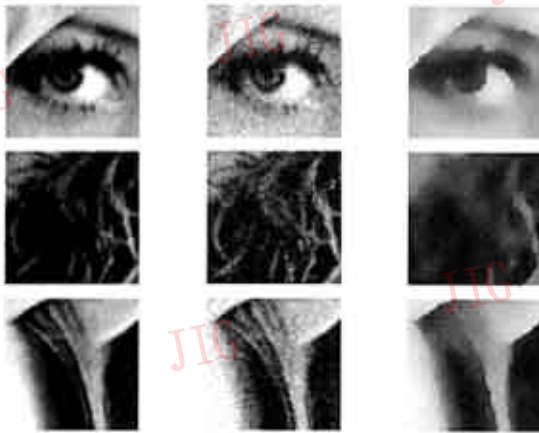


图 4 改进的各向异性扩散模型和传统模型的均方差 (RMSE) 结果

Fig. 4 RMSE results of the improved anisotropic diffusion model and the traditional anisotropic diffusion

缓,这很好地验证了本文算法的稳定性能。

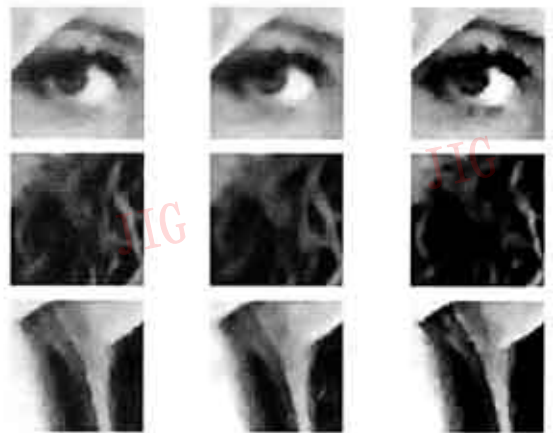
为了更好地突出本文算法保边缘平滑的特性,



(a)原始图像

(b)噪声图像

(c)SAD 模型



(d)RAD 模型

(e)CAD 模型

(f)MPAD 模型

图 5 被选区域的处理结果

Fig. 5 Results of the selected areas

表 2 被选区域方差和均方根差 (图 5)

Tab. 2 Stdev and RMSE results of selected areas

	眼部特征		帽饰特征		头发特征	
	Stdev	RMSE	Stdev	RMSE	Stdev	RMSE
原始图像	64.7853		43.2477		84.6140	
噪声图像	65.9663		43.8896		83.8845	
SAD	56.2558	17.2973	30.2601	23.0718	75.4096	17.2798
RAD	58.9748	13.4193	33.4739	18.0457	77.3538	14.1399
CAD	57.3869	15.4321	34.4088	20.1536	80.7363	12.9908
MPAD	66.3333	12.3960	40.1866	15.1110	85.0456	12.0281

## 4 结 论

基于最小描述长度原则的各向异性扩散模型和  $p$ -范数梯度阈值估计技术,改进了各向保边缘平滑扩散方程的扩散系数。研究结果表明,基于最小描

从原始图像上选取 3 个具有精细边缘的特征区域 ( $50 \times 50$ ,图 1(a)中原始图像上白色框所示)对算法进行测试。图 5 的 3 组放大的图像对应了原始图像上的 3 个区域。从图像结果来看,经过本文模型处理后,图像特征区域的细节边缘(如睫毛毛、帽饰条纹和头发纹理)得到较好的保留;而另外 3 种模型处理图像的细节边缘丢失或被模糊。表 2 列出了选取的 3 个特征区域的方差和均方根差统计分析结果。从表 2 的结果可以看到,对于特征区域,本文模型的结果图像的方差相对更接近原始图像,同时均方根差相对偏小,这表明本文模型保证了图像连续性和细节边缘不被丢失,能够有效地抑制噪声和逼近原始影像。

述长度的自适应高斯平滑预处理能够有效地抑制高斯噪声,较好地解决了扩散方程的适应性问题; $p$ -范数梯度阈值估计模型公式简便合理,且统计结果优于另外两种梯度阈值估计模型;本文模型不仅能够更有效地识别和保持噪声图像中的细节边缘,而且较好地保证了模型的适用性和稳定性,其视觉效果和定量评价结果都优于两种 PM 模型和 Catté 模型。今后的研究内容是合理的扩散系数、各向异性扩散方程的快速收敛和更完善的梯度阈值估计。

## 参考文献 (References)

- 1 Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990,12(7): 629-639.
- 2 Catté F, Lions P L, Morel J, et al. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. SIAM Journal on Numerical

- Analysis, 1992, **29**(1): 182 ~ 193.
- 3 Alvarez L, Lions P L, Morel J. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, **29**(3): 845 ~ 866.
- 4 Gomez G. Local smoothness in terms of variance: the adaptive gaussian filter[A]. In: Proceedings of the British Machine Vision Conference[C], Bristol, UK, 2000, **2**: 815 ~ 824.
- 5 Liang P, Wang Y F. Local scale controlled anisotropic diffusion with local noise estimate for image smoothing and edge detection[A]. In: Proceedings of International Conference on Computer Vision [C], Bombay, India, 1998: 193 ~ 200.
- 6 Canny J. A computational approach to edge detection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, **8**(6): 679 ~ 698.
- 7 Black M J, Sapiro G, Marimont D H, *et al.* Robust anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, **7**(3): 421 ~ 432.
- 8 Voci F, Eiho S, Sugimoto N, *et al.* Estimating the gradient in the Perona-Malik equation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing Magazine, 2004, **21**(3): 39 ~ 65.