

基于模块 2DPCA 的人脸识别方法

陈伏兵^{1,2)} 陈秀宏^{1,2)} 张生亮²⁾ 杨静宇²⁾

¹⁾(淮阴师范学院数学系, 淮安 223001) ²⁾(南京理工大学计算机科学系, 南京 210094)

摘要 提出了模块 2DPCA (two-dimensional principal component analysis) 的人脸识别方法。模块 2DPCA 方法先对图像矩阵进行分块, 将分块得到的子图像矩阵直接用于构造总体散布矩阵, 然后利用总体散布矩阵的特征向量进行图像特征抽取。与基于图像向量的鉴别方法 (比如 PCA) 相比, 该方法在特征抽取之前不需要将子图像矩阵转化为图像向量, 能快速地降低鉴别特征的维数, 可以完全避免使用矩阵的奇异值分解, 特征抽取方便; 此外, 模块 2DPCA 是 2DPCA 的推广。在 ORL 和 NUST603 人脸库上的试验结果表明, 模块 2DPCA 方法在识别性能上优于 PCA, 比 2DPCA 更具有鲁棒性。

关键词 线性鉴别分析 模块 2DPCA 特征抽取 人脸识别

中图分类号: TP391 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2006)04-0580-06

A Human Face Recognition Method Based on Modular 2DPCA

CHEN Fu-bing^{1,2)}, CHEN Xiu-hong^{1,2)}, ZHANG Sheng-liang²⁾, YANG Jing-yu²⁾

¹⁾(Department of Mathematics, Huaiyin Teachers College, Huai'an 223001)

²⁾(Department of Computer Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract A human face recognition technique called modular 2DPCA is presented in this paper. First, the original images are divided into modular images in proposed approach. Then, an image covariance matrix is constructed directly using the sub-images, and its eigenvectors are derived for image feature extraction. Compared with previous techniques based on image vectors such as PCA, there are two advantages for this way: 1) the sub-image matrices don't need to be transformed into vectors prior to feature extraction, and dimension reduction of discriminant features can be effected conveniently; 2) singular value decomposition of matrix is absolutely avoided in the process of feature extraction so the features for recognition can be gained easily. Moreover, 2DPCA is the special case of modular 2DPCA. To test modular 2DPCA and evaluate its performance, a series of experiments were performed on two human face image databases: ORL and NJUST603 human face databases. The experimental results indicated that the recognition performance of modular 2DPCA is superior to that of PCA and is more robust than that of 2DPCA as well.

Keywords linear discriminant analysis, modular two-dimensional principal component analysis (modular 2DPCA), feature extraction, face recognition

1 引言

特征选择是模式识别中的一个关键问题, 其基本任务是如何从许多特征中找出最有效的特征^[1]。线性鉴别分析是公认的特征抽取最为重要的工具之一^[2,3], 目前仍然被广泛地应用于人脸等图像识别

领域。

十多年来关于人脸图像线性鉴别分析方法的研究激起了人们的广泛兴趣, 其焦点是如何降维和抽取有效的鉴别特征。不少解决该类问题的方法^[4-10]相继提出。概括起来, 这些方法可分为以下两类: 一是从模式样本出发, 在模式识别之前, 通过降低模式样本特征向量的维数达到消除奇异性的目

基金项目: 国家自然科学基金项目(60472060); 江苏省自然科学基金项目(05KJD500036)

收稿日期: 2005-03-07; **改回日期**: 2005-06-01

第一作者简介: 陈伏兵(1964~), 男, 副教授。现为南京理工大学模式识别与智能系统专业博士研究生。主要研究方向为时间序列、模式识别、图像处理等。E-mail: cfb631123@sina.com

的,如通过降低图像的分辨率实现降维^[4];二是从算法本身入手,通过发展直接针对于小样本问题的算法来解决问题^[5-10]。

以上方法在处理人脸等图像识别问题时,遵循了一个共同的过程,即首先将图像矩阵转化为图像向量,然后以该图像向量作为原始特征进行线性鉴别分析。由于图像向量的维数一般较高,因此会给随后的特征抽取造成困难。比如,图像的分辨率为 112×92 ,那么,所得图像向量的维数高达10304。这样,在进行线性鉴别分析时不仅会耗费大量的时间,而且,高维的特征向量会造成类内散布矩阵奇异性问题,从而造成计算最优鉴别矢量集的困难。虽然文献[9]的算法指出最优鉴别矢量可在一个低维空间里求得,但这种低维空间也是相对而言的,而且在低维空间求取过程中,由于散布矩阵的级数较高,不可避免地要用到矩阵的奇异值分解理论,从而增加了最优鉴别矢量集的求取复杂度。

针对这一问题,1993年Liu等人提出了一种线性鉴别分析的新思路^[11],其基本思想是利用数字图像矩阵直接构造图像散布矩阵,并在此基础上进行鉴别分析;2003年Yang从统计不相关性的角度重新审视并改进了Liu的方法^[12],从而得到一种具有统计不相关性的图像投影鉴别分析方法;2004年Yang等人^[13]将文献[12]的方法称为2DPCA方法,并将此方法用于图像重构,取得了很好的效果。本文对2DPCA方法进行了推广,提出了模块2DPCA方法(Modular 2DPCA),并将其应用于人脸识别。模块2DPCA方法的基本思想是先对图像矩阵进行分块,将分块得到的子图像矩阵直接用于鉴别分析。与基于图像向量的鉴别方法(比如PCA)相比,该方法的特点是:由于直接基于2维子图像矩阵,能方便地降低原始特征的维数;在特征提取过程中可以完全避免使用矩阵的奇异值分解,方法简便;在ORL和NUST603人脸库上的试验结果表明,所提出的方法在识别性能上优于PCA,比2DPCA更具有鲁棒性。

2 2DPCA方法

2.1 思想与最优投影矩阵

设 X 表示 m 维单位化的列向量,2DPCA的思想是将 $m \times n$ 的图像矩阵 A 通过线性变换 $Y = A^T X$ 投影到 X 上。于是,得到一个 n 维列向量 Y ,称之为图

像 A 的投影特征向量。

设模式类别有 c 个: $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c$,每类有训练样本图像 n_i 个, A_1, A_2, \dots, A_M ($M = \sum_{i=1}^c n_i$)为所有训练样本图像,每个样本是 $m \times n$ 矩阵。模式的总体散布矩阵 G_1 为

$$G_1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (A_i - \bar{A})(A_i - \bar{A})^T \quad (1)$$

其中, $\bar{A} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M A_i$ 为训练模式总体的均值矩阵,容易证明 G_1 为 $m \times m$ 的非负定矩阵。

定义准则函数:

$$J(X) = X^T G_1 X \quad (2)$$

最大化该准则函数式(2)的单位向量 X 称为最优投影向量。其物理意义是图像矩阵在 X 方向上投影后所得特征向量的总体分散程度最大。事实上,该最优投影向量即为图像总体散布矩阵 G_1 的最大特征值所对应的单位特征向量。

一般说来,在样本类别数较多的情况下,单一的最优投影方向是不够的,需要寻找一组满足标准正交条件且极大化准则函数式(2)的最优投影向量 X_1, \dots, X_d 。

定理1 最优投影向量组 X_1, \dots, X_d 可取为 G_1 的 d 个最大特征值所对应的标准正交的特征向量。

令 $P = [X_1, X_2, \dots, X_d]$, P 称为最优投影矩阵。

2.2 特征抽取

最优投影向量组 X_1, \dots, X_d 用于特征抽取。对已知的图像样本 A ,令

$$Y_k = A^T X_k, k = 1, 2, \dots, d$$

投影特征矢量 Y_1, Y_2, \dots, Y_d 称为图像样本 A 的主成分(principal component)。2DPCA的每个主成分是一个矢量。利用获得的主成分可构成图像样本 A 的特征矩阵或特征图

$$B = [Y_1, Y_2, \dots, Y_d]$$

即

$$B = A^T [X_1, X_2, \dots, X_d] = A^T P$$

2.3 分类

通过以上的特征抽取过程,每个图像矩阵 A 对应一个特征矩阵 $B = A^T P$,根据此特征矩阵,利用最小距离分类器可以实现对图像的分类。令

$$\bar{A}_i = \frac{1}{n_i} \sum A_j, A_j \in \omega_i$$

则 \bar{A}_i 为第 i 类训练图像样本的均值向量矩阵, \bar{A}_i 的

特征矩阵为 $\bar{B}_i = \bar{A}_i^T P, i = 1, 2, \dots, c$ 。对测试样本 A , 计算

$$d(\bar{B}_i, B) = \|\bar{B}_i - B\|_F = [tr(\bar{B}_i - B)^T(\bar{B}_i - B)]^{1/2}$$

其中, $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵 \cdot 的 Frobenius 范数, $tr(\cdot)$ 表示矩阵 \cdot 的迹。

如果 $d(\bar{B}_i, B) = \min_i d(\bar{B}_i, B)$, 那么 $A \in \omega_i$ 。

3 模块 2DPCA 方法

3.1 思想与最优投影矩阵

模块 2DPCA 的思想是先将一个 $m \times n$ 的图像矩阵 A 分成 $p \times q$ 模块图像矩阵(类似于线性代数中矩阵的分块), 即

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1q} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{p1} & A_{p2} & \cdots & A_{pq} \end{pmatrix}$$

其中, 每个子图像矩阵 A_{kl} 是 $m_1 \times n_1$ 矩阵, $pm_1 = m$, $qn_1 = n$, 然后将所有训练图像样本的子图像矩阵看作训练图像样本施行 2DPCA 方法。

设模式类别有 c 个: $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c$, 每类有训练样本图像 n_i 个, A_1, A_2, \dots, A_M 为所有训练样本图像 ($M = \sum_{i=1}^c n_i$), 每个样本图像是 $m \times n$ 矩阵。训练样本 A_i 的 $p \times q$ 模块图像矩阵表示为

$$A_i = \begin{pmatrix} (A_i)_{11} & (A_i)_{12} & \cdots & (A_i)_{1q} \\ (A_i)_{21} & (A_i)_{22} & \cdots & (A_i)_{2q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (A_i)_{p1} & (A_i)_{p2} & \cdots & (A_i)_{pq} \end{pmatrix}$$

则训练图像样本的子图像矩阵的总体散布矩阵 G_2 为

$$G_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q ((A_i)_{kl} - B)((A_i)_{kl} - B)^T$$

其中, $N = Mpq$ 表示训练样本子图像矩阵总数, $B = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q (A_i)_{kl}$ 为所有训练样本子矩阵均值矩阵。容易证明 G_2 为 $m_1 \times m_1$ 非负定矩阵。

与 2DPCA 类似, 单一的最优投影方向是不够的, 需要寻找一组满足标准正交的最优投影向量组 Z_1, Z_2, \dots, Z_r 。

定理 2 最优投影向量组 Z_1, Z_2, \dots, Z_r 可取为 G_2 的 r 个最大特征值所对应的标准正交的特征

向量。

令 $Q = [Z_1, Z_2, \dots, Z_r]$, Q 称为最优投影矩阵。

3.2 特征抽取

最优投影矩阵 $Q = [Z_1, Z_2, \dots, Z_r]$ 用于特征抽取。训练样本

$$A_i = \begin{pmatrix} (A_i)_{11} & (A_i)_{12} & \cdots & (A_i)_{1q} \\ (A_i)_{21} & (A_i)_{22} & \cdots & (A_i)_{2q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (A_i)_{p1} & (A_i)_{p2} & \cdots & (A_i)_{pq} \end{pmatrix}$$

的特征矩阵为

$$B_i = \begin{pmatrix} (A_i)_{11}^T Q & (A_i)_{12}^T Q & \cdots & (A_i)_{1q}^T Q \\ (A_i)_{21}^T Q & (A_i)_{22}^T Q & \cdots & (A_i)_{2q}^T Q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (A_i)_{p1}^T Q & (A_i)_{p2}^T Q & \cdots & (A_i)_{pq}^T Q \end{pmatrix}$$

3.3 分类

通过以上的特征抽取过程, 每个原始图像对应一个特征矩阵, 根据此特征矩阵, 利用最小距离分类器可以实现对图像的分类。令

$$\bar{A}_i = \frac{1}{n_i} \sum A_j, A_j \in \omega_i$$

则 $\bar{A}_i (i = 1, 2, \dots, c)$ 为第 i 类训练图像的均值图像矩阵, 其模块图像矩阵为

$$\bar{A}_i = \begin{pmatrix} (\bar{A}_i)_{11} & (\bar{A}_i)_{12} & \cdots & (\bar{A}_i)_{1q} \\ (\bar{A}_i)_{21} & (\bar{A}_i)_{22} & \cdots & (\bar{A}_i)_{2q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\bar{A}_i)_{p1} & (\bar{A}_i)_{p2} & \cdots & (\bar{A}_i)_{pq} \end{pmatrix}$$

\bar{A}_i 的特征矩阵为

$$\bar{B}_i = \begin{pmatrix} (\bar{A}_i)_{11}^T Q & (\bar{A}_i)_{12}^T Q & \cdots & (\bar{A}_i)_{1q}^T Q \\ (\bar{A}_i)_{21}^T Q & (\bar{A}_i)_{22}^T Q & \cdots & (\bar{A}_i)_{2q}^T Q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\bar{A}_i)_{p1}^T Q & (\bar{A}_i)_{p2}^T Q & \cdots & (\bar{A}_i)_{pq}^T Q \end{pmatrix}$$

测试样本

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1q} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{p1} & A_{p2} & \cdots & A_{pq} \end{pmatrix}$$

的特征矩阵为

$$B = \begin{pmatrix} A_{11}^T Q & A_{12}^T Q & \cdots & A_{1q}^T Q \\ A_{21}^T Q & A_{22}^T Q & \cdots & A_{2q}^T Q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{p1}^T Q & A_{p2}^T Q & \cdots & A_{pq}^T Q \end{pmatrix}$$

计算

$$d(\bar{B}_i, B) = \|\bar{B}_i - B\|_F = [tr(\bar{B}_i - B)^T(\bar{B}_i - B)]^{1/2}$$

如果 $d(\bar{B}_i, B) = \min_j d(\bar{B}_i, B_j)$, 那么 $A \in \omega_i$ 。

需要指出的是,用模块2DPCA方法进行鉴别分析时,若模块矩阵是 1×1 的,即模块矩阵中只有一个子矩阵,此子矩阵就是原始图像本身,那么,这时模块2DPCA就是2DPCA,这表明2DPCA是模块2DPCA的特殊情况,因此,本文的模块2DPCA法是2DPCA方法的推广。

4 实验结果与分析

4.1 试验1

实验1是在ORL标准人脸库上进行的.此人脸库由40人,每人10幅图像组成,其中有些图像拍摄于不同时期;人的脸部表情和脸部细节有着不同程度的变化,比如,笑或不笑,眼睛或睁或闭,戴或不戴

眼镜;人脸姿态也有相当程度的变化,深度旋转和平面旋转可达 20° ;人脸的尺度也有多达10%的变化。图像的分辨率是 112×92 。图1是ORL人脸库中某一人5幅图像。

本试验中,以每人的前5幅图像作为训练样本,后5幅作为测试样本,这样训练样本和测试样本总数均为200。图2中给出了对原始图像矩阵进行 $2 \times 1, 4 \times 2$ 和 4×4 3种模块分别用本文方法得到的结果。3种情况下模块子矩阵的大小分别为 $56 \times 92, 28 \times 46$ 和 28×23 。总体散布矩阵的大小分别是 $56 \times 56, 28 \times 28, 28 \times 28$,故可以方便地求得它们的特征向量。取前 k 个特征向量作为投影轴,则所得的特征矩阵分别是 $92 \times k, 92 \times 2k$ 和 $92 \times 4k$ 矩阵。分类采用的分类器是最小距离分类器。为便于比较,图2中也给出了2DPCA方法的结果。从图2中可以看出,对图像的3种模块情形,本文方法的结果比2DPCA更具有鲁棒性。



图1 ORL人脸库中一人的5幅图像

Fig.1 Five images of a man in ORL human face database

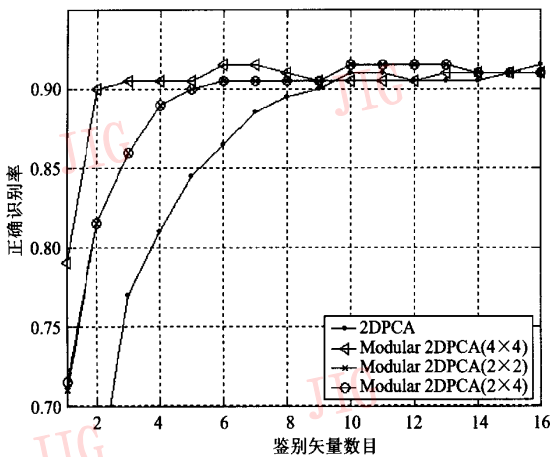


图2 ORL人脸库上实验结果

Fig.2 Experimental results on ORL human face database

4.2 试验2

本试验在一个规模较大的NUST603人脸数据

库上进行.此人脸库包含96人,每人10幅图像,如图3(a)所示。图像背景较为复杂,且光照条件变化较大;图像中人的脸部表情和姿态也有着一定程度的变化。每幅图像的分辨率均为 128×128 。为了便于识别,首先利用文献[14]中提供的算法将图像中的脸像切割出来,并归一化为 32×32 的标准图像,如图3(b)所示。由于本试验的目的之一是为了检验本文算法对光照的敏感程度,故在图像归一化的过程中,对图像的灰度不做任何处理。试验中采用每人的前5幅图像作为训练样本,后5幅作为测试样本,这样训练样本和测试样本总数均为480。

图4中给出了对NUST603标准图像矩阵进行 $2 \times 1, 4 \times 2$ 和 4×4 3种模块后分别用本文方法实验得到的结果。3种情况下模块子矩阵的大小分别为 $16 \times 32, 8 \times 16, 8 \times 8$ 。总体散布矩阵的大小分别是 $16 \times 16, 8 \times 8, 8 \times 8$,故可以方便地求得它们的特征向量。取前 k 个特征向量作为投影轴,则所得的特



(a) 部分原始图像(128 × 128)



(b) 部分 32 × 32 标准图像

图 3 NUST603 人脸数据库的一些例图

Fig.3 Partial samples images in NUST603 human face database

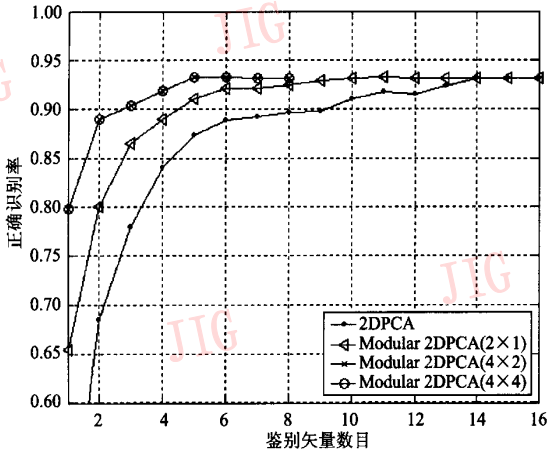


图 4 NUST603 人脸库上实验结果

Fig.4 Experimental results on NUST603 human face database

征矩阵分别是 $32 \times k, 32 \times 2k, 32 \times 4k$ 矩阵。分类采用的分类器是最小距离分类器。为便于比较,图 4 也给出了 2DPCA 方法的结果。从图中可以看出,对图像的 3 种模块情形,本文方法的结果比 2DPCA 更具有鲁棒性。

PCA、2DPCA 和 Modular 2DPCA 的本质都属于主分量线性鉴别分析。为了进一步说明 3 种鉴别法的性能,对它们在 ORL 和 NUST603 人脸库上实验得到最高正确识别率时的最佳特征维数、误识数目、正确识别率(%)、特征抽取时间、样本识别时间以及特征抽取和识别时间进行了比较。其中,Modular 2DPCA 方法是在 $2 \times 1, 4 \times 2$ 和 4×4 3 种模块矩阵上进行的。实验使用 Matlab 语言编程在 AMD Athlon(tm) XP 2500+ 1.83GHZ、内存 512MB 计算机上进行。实验结果如表 1 所示。

表 1 PCA、2DPCA 与 Modular 2DPCA 方法在 ORL 和 NUST603 人脸库上的实验结果比较

Tab.1 Comparison of the experimental results for PCA, 2DPCA and Modular 2DPCA on both ORL and NUST 603 human face databases, respectively

人脸库	比较项目	PCA	2DPCA	Modular 2DPCA		
				2 × 1	4 × 2	4 × 4
ORL	最佳特征维数	89	92 × 16	92 × 10	92 × 12	92 × 24
	误识数目	18	17	17	17	17
	正确识别率(%)	91	91.5	91.5	91.5	91.5
	特征抽取时间(s)	18.02	5.84	5.34	5.56	5.84
	样本识别时间(s)	0.08	2.25	4.08	5.92	6.97
	总时间(s)	18.10	8.09	9.42	11.48	12.81
NJUST603	最佳特征维数	91	32 × 17	32 × 11	16 × 10	32 × 20
	误识数目	33	32	32	32	32
	正确识别率(%)	93.1	93.3	93.3	93.3	93.3
	特征抽取时间(s)	21.00	12.48	10.94	11.22	11.41
	样本识别时间(s)	0.41	3.97	7.94	17.80	29.73
	总时间(s)	21.41	16.45	18.88	29.02	41.14

注:总时间表示特征抽取时间和样本识别时间之和

表1的数据表明,在最高正确识别率方面,Modular 2DPCA方法在两个人脸数据库上的结果与2DPCA方法的结果相同,而与PCA方法相比,在两个数据库上,Modular 2DPCA方法的结果均优于PCA方法的结果;在特征抽取方面,Modular 2DPCA方法耗时与2DPCA方法耗时几乎相当,但都少于2DPCA方法耗时。与PCA方法相比,Modular 2DPCA方法耗时明显偏少。如对ORL数据库来说,Modular 2DPCA方法特征抽取时不到PCA方法的三分之一。

Modular 2PCA方法是2DPCA方法的推广,根据表1的数据,虽然在特征抽取方面这两种方法需要的时间几乎相当,但两种方法抽取的特征向量的维数却有差别。较之2DPCA,Modular 2DPCA方法可以抽取到维数更低的特征向量。如对ORL人脸库而言,2DPCA方法抽取的特征向量的维数是 $1472(92 \times 16)$,而Modular 2DPCA方法对模块矩阵 2×1 和 4×2 抽取的特征向量的维数分别是 $920(92 \times 10)$, $1004(92 \times 10)$ 。对这些特征向量,它们的识别率都相同。这表明,通过对原始图像模块,可以获得维数更低的特征向量,而这些特征向量具有高维特征向量相同的分类性能。

模块2DPCA方法是2DPCA方法的推广,在鉴别矢量相同的情况下,模块2DPCA的结果优于(至少是不低于)2DPCA的结果(图2和图4)。其原因是通过对原始数字图像分块,抽取到每一单元块的局部特征,这些局部特征与2DPCA方法抽取的全局特征相比更能反映图像的差异,有利于模式识别。

5 结论

对2DPCA方法进行推广,提出了模块2DPCA的人脸识别方法。该方法是一种直接基于子图像矩阵的线性鉴别分析方法,与以往的基于图像向量的线性鉴别方法(比如PCA方法)相比,它的突出优点是极大地提高了鉴别特征抽取的速度,在特征提取过程中可以完全避免使用矩阵的奇异值分解,方法简便;作为2DPCA的推广,由于模块2DPCA可以抽取到每一单元块的局部特征,所以其识别结果比2DPCA的结果更具有鲁棒性。

参考文献 (References)

- 1 Bian Z Q, Zhang X G. Pattern Recognition (2th edition) [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999: 176 ~ 177. [边肇祺, 张学工著. 模式识别(第2版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999: 176 ~ 177.]
- 2 Pentland A. Looking at people: Sensing for ubiquitous and wearable computing[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(1): 107 ~ 119.
- 3 Peter N Belhumeur, Joao P Hespanha, David J Kriegman. Eigenfaces vs fisherfaces: recognition using class specific linear projection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711 ~ 720.
- 4 Jin Zhong, Yang J Y, Hu Z S, et al. Face recognition based on uncorrelated discriminant transformation [J]. Pattern Recognition, 2001, 34(7): 1405 ~ 1416.
- 5 Hong Z Q, Yang J Y. Optimal discriminant plane for a small number of samples and design method of classifier on the plane[J]. Pattern Recognition, 1991, 24(4): 317 ~ 324.
- 6 Liu K, Cheng Y Q, Yang J Y. An efficient algorithm for Foley-Sammon optimal set of discriminant vectors by algebraic method[J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1992, 6(5): 817 ~ 829.
- 7 Chen L F, Mark Liao Y H, Ko M T, et al. A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem[J]. Pattern Recognition, 2000, 33(10): 1713 ~ 1726.
- 8 Yu Hua, Yang Jie. A direct LDA algorithm for high-dimensional data-with application to face recognition [J]. Pattern Recognition, 2001, 34(10): 2067 ~ 2070.
- 9 Yang Jian, Yang Jing-yu, Ye Hui. Theory of fisher linear discriminant analysis and its application[J]. Acta Automatic Sinica, 2003, 29(4): 482 ~ 493. [杨键, 杨静宇, 叶晖. Fisher线性鉴别分析的理论研究及其应用[J]. 自动化学报, 2003, 29(4): 482 ~ 493.]
- 10 Yang Jian, Yang Jing-yu. Why can LDA be performed in PCA transformed space? [J]. Pattern Recognition, 2003, 36(2): 563 ~ 566.
- 11 Liu K, Cheng Y-Q, Yang J Y, et al. Algebraic feature extraction for image recognition based on an optimal discriminant criterion [J]. Pattern Recognition, 1993, 26(6): 903 ~ 911.
- 12 Yang Jian, Yang Jing-yu. Uncorrelated image projection discriminant analysis and face recognition[J]. Journal of Computer Research and Development, 2003, 40(3): 447 ~ 452. [杨键, 杨静宇. 具有统计不相关性的图像投影鉴别分析及人脸识别[J]. 计算机研究与发展, 2003, 40(3): 447 ~ 452.]
- 13 Yang Jian, Zhang David, Yang Jing-yu. Two-dimensional PCA: A new approach to appearance-based face representation and recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(1): 131 ~ 137.
- 14 Jin Zhong. Research on feature extraction of face images and feature dimensionality [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 1999: 53 ~ 58. [金忠. 人脸图像特征抽取与维数研究[D]. 南京: 南京理工大学, 1999: 53 ~ 58.]