

最佳结构元素尺寸的自适应确定算法

薛存金^{1),2)} 苏奋振²⁾ 周军其¹⁾

¹⁾(武汉大学遥感信息工程学院, 武汉 430079)

²⁾(中国科学院地理资源所资源环境信息国家重点实验室海洋 GIS 中心, 北京 100101)

摘要 基于空间数据的表示不仅要依赖于尺度特征的研究,而且只有在特定的尺度下提取的要素特征才具有现实意义。由于不同尺寸的结构元素适合不同空间尺度的图像特征,结构元素尺寸过大或者过小都会达不到最佳的特征边缘提取效果,因此结构元素尺寸的设计在提取图像特征信息中起着重要的作用。通过数学形态学梯度性质与结构元素尺寸关系的分析,首先得出了结构元素尺寸 δ 与特征要素边缘尺寸 γ 和特征要素空间尺度 λ 之间的定量关系,然后通过计算比较相邻尺度间梯度图像的差值信息设计出了一种最佳结构元素尺寸的自适应确定算法。试验结果表明,该算法能够根据特征要素边缘的尺寸来求出最佳地结构元素尺寸。通过典型梯度算子提取的边缘与利用该算法设计的结构元素尺寸提取的边缘的比较结果证明,该算法在稳健性、定位精度和对比度等方面都优于典型梯度算子。

关键词 形态学梯度 结构元素尺寸 自适应算法 海洋地理信息系统

中图分类号: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2006)03-0317-08

An Adaptive Algorithm to Define Optimal Size of Structure Element

XUE Cun-jin^{1),2)}, SU Fen-zhen²⁾, ZHOU Jun-qi¹⁾

¹⁾(School of Remote Sensing Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079)

²⁾(The Marine GIS's Center of the State Key Laboratory of Resource and Environment Information System, Institute of Geographical Science and Natural Resources, CAS, Beijing 100101)

Abstract Because the representation of the spatial data is related with scale characteristics, element feature extraction is meaningful only when it is under certain scale respectively. Different sizes of structure element are suitable for image features on different spatial scales. It cannot obtain the optimal effects can not be obtained if the size of structure element. Therefore, the design of size of structure element plays an important role on extracting image information. Based on the analysis between the mathematical morphology characteristic and the size of structure element, the optimal quantitative relationship is acquired, between the size of structure element, the size of feature factor and special scale of feature factor denotes size of structure element is unsuitable, λ denotes size of feature factor and denotes spatial scale of feature factor. Then the adaptive algorithm for ascertaining the optimal size of structure element is designed by calculating and comparing the difference information between the neighborhood spatio-scale gradient images. And show experimental results the correctness and effectiveness of the algorithm. In the end, the difference between the extraction result by the classical edge operators and the operator presented in the paper are listed and analyzed, then the conclusion that the operator is superior to other edge operators on robust, position and contrast is reached.

Keywords morphological gradient, size of structure element, adaptive algorithm, marine geographical information system (MGIS)

基金项目:国家“863”计划资助项目(2002AA639400,2003AA637030,2003AA604040,2004AA639820)

收稿日期:2004-06-15;改回日期:2005-05-09

第一作者简介:薛存金(1979 ~),男。2002年毕业于山东师范大学,现为武汉大学硕士研究生,主要研究方向为海洋地理信息系统和遥感图像处理与应用,E-mail:xuecj@lreis.ac.cn

1 引言

结构元素是数学形态学中的重要概念,结构元素的尺寸和形状在数学形态学的应用中起着至关重要的作用。尽管结构元素的形状直接影响到最终的处理结果,但由于扁平结构元素不仅算法设计简单,且等价于利用集合的概念来对信号进行操作,因此更具有广泛的实用性^[1]。此文中涉及到的结构元素在没有特殊说明的情况下,一般指扁平结构元素。尽管国内外许多学者对结构元素的尺寸进行了大量的研究和分析^[1-7],然而,对结构元素的尺寸与特征边缘的定量关系尚未见报导。同时由于成像过程或现实过程、特征与背景有一模糊过渡带,即有一特征边缘,因此有时需要定量地确定边缘的位置与宽度,并需要进一步地研究结构元素尺寸与特征边缘之间的尺度定量关系。这不仅可为确定最佳结构元素尺寸提供理论依据,特别在特征空间尺度和特征边缘尺度未知时,更为必要。针对上述难点和需要,本文首先从数学形态学本身的性质出发,经大量的研究分析表明,结构元素的尺寸与特征空间尺度及其边缘尺度之间存在着固有的定量关系,并在此定量关系的基础上,利用梯度图像之间的差值信息设计出了一种结构元素尺寸的自适应提取算法。为了验证该算法的现实意义和有效性,还将该算法边缘提取结果与典型的边缘提取算子边缘提取结果进行了对比。

2 结构元素尺寸的自适应算法

2.1 形态学梯度的定义

数学形态学梯度的基本思想是基于形态学的基本概念——膨胀和腐蚀的基本操作的结果。从几何的角度讲,信号 f 被结构元素 g 腐蚀的结果是在信号 f 的定义域内,信号与结构元素差值的最小值集合;信号 f 被结构元素 g 膨胀的结果是在信号 f 的定义域内,信号与结构元素差值的最大值集合^[1,2,7,8]。

因此,从膨胀和腐蚀的几何意义可知:结构元素的大小和形状对腐蚀和膨胀的结果有着重要的影响,若结构元素的值恒为正,则膨胀的结果在消除小于结构元素的较低噪声的同时,也增强了较暗的细节;若结构元素的值恒为负,则腐蚀结果在消除小于

结构元素较高噪声的同时,也降低了较亮的细节信息。这些最基本的膨胀和腐蚀形态学算子是形态梯度的基础。

在不同的著作和文献中^[1,7]形态学梯度通常被定义成原始图像 f 被膨胀的结果减去原始图像 f 被腐蚀的结果,其用代数形式可表示为

$$\nabla f = (f \oplus g) - (f \ominus g) \quad (1)$$

由于利用扁平结构元素做腐蚀和膨胀可以得到极大和极小滤波器的效果,故式(1)可以理解为在图像中的每一点,其形态学梯度是指结构元素尺寸区域内像素灰度最大值和最小值的差值与计算梯度时,定义的距离之比。

$$\nabla f = \frac{\Delta G}{\Delta D} \quad (2)$$

其中, ΔG 表示结构元素尺寸区域内图像的灰度最大值与最小值的差值; ΔD 表示计算梯度时定义的距离。

鉴于许多学者利用式(1)进行图像的边缘检测和边缘操作,都取得了较为理想的效果^[2-6],因而本文也采用式(1)的定义形式来分析形态学梯度的性质与结构元素尺寸的定量关系,并据其设计结构元素的自适应提取算法。

2.2 形态学梯度的性质与结构元素尺寸之间的关系

在说明形态学梯度的性质与结构元素尺寸之间的关系之前,首先要了解结构元素的尺寸与特征要素边缘尺寸和特征要素本身的空间尺度之间的关系,这是分析两者关系的前提和基础。

由于文中采用的结构元素是扁平结构元素,因此结构元素的尺寸可以表示为 $a \times b$,为了便于描述和理论的推导,文中采用方形的结构元素,其结构元素的尺寸相应地表示为 $a \times a$,用符号表示为 $\delta = a \times a$ 。

为了详细直观地进行分析,本文采用表格图像的形式来加以说明,在说明之前,还进行了以下理想化的假定:

- (1) 原始图像的空间尺度为 λ , 原始图像的边缘尺寸为 γ 和结构元素的尺寸为 δ ;
- (2) 原始图像 f 为 1 维 2 值信号;
- (3) 结构元素为扁平结构元素;
- (4) 取 $\lambda = 5, \gamma = 4, \delta = 1, 2, 2.5, 3$ 为例来进行说明。

其结构元素的尺寸与原始图像边缘尺寸之间的关系和结构元素的尺寸与原始图像本身的空间尺度

之间的关系见图 1。尽管所采用的例子是 1 维 2 值信号,但对于 2 维数字图像,其结论仍然成立。

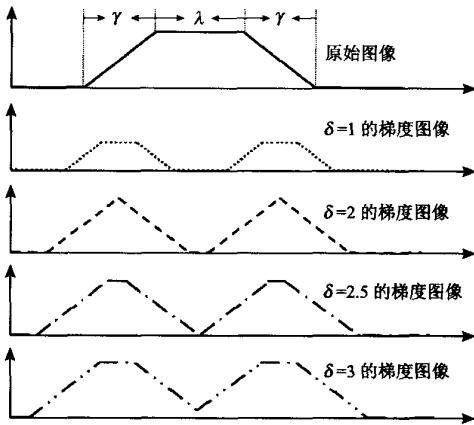


图 1 结构元素的尺寸与原始图像边缘尺寸和原始图像空间尺度之间的关系图

Fig. 1 The relationship between structure element size and image size, image space scale

从图 1 可以得出以下的结论:

(1) δ 和 γ 的关系:当 $\delta = \gamma / 2$ 时,所取得的边缘定位精度和图像对比度的效果最好;当 $\delta < \gamma / 2$ 时,则随着 δ 的减小,所得边缘的中心宽度增加,而边缘的中心亮度却降低;当 $\delta > \gamma / 2$ 时,则随着 δ 的增大,所得边缘的中心宽度增加,且边缘的中心亮度达到最大值,并保持不变;

(2) δ 和 λ 的关系:当 $\delta \leq \lambda / 2$ 时,将能够取得较好的图像边缘信息,并随着 δ 的减小,所得到的边缘定位信息越准确,当 $\delta > \lambda / 2$ 时,则随着 δ 的增大,所得到的图像边缘定位信息愈不准确,而当 $\delta = \lambda$ 时,则所得到的边缘图像是毫无意义的高亮度信号;

(3) 从结论(1)和结论(2)可知,最佳的 δ 为 $\delta = \gamma / 2$,且 $\delta \leq \lambda / 2$ 。

在此结论的基础上,继续分析和推导形态学梯度的性质和结构元素尺寸之间的关系。由于 $\delta = 2, \delta = 2.5$ 和 $\delta = 3$ 的梯度图像,可以分别看成是 $\delta = 1$ 进行 n 次膨胀的结果,其中 $n = 1, 2.5, 3$,因此,图 1 中的 $\delta = 1, 2, 2.5, 3$ 的梯度图像也可以看成是序列多尺度形态梯度图像。为了详细直观地分析形态学梯度的性质和结构元素尺寸之间的关系,可采用上述类似的假定和表格图像来说明。其中需要说明的是,在图 1 的基础上,增加了 $\delta = 0.5$ 的梯度图像,并把梯度图像的信号与原始信号放在了一起,其主要

原因是为了更好地说明各个梯度图像之间的差值信息,其形态学梯度的性质和结构元素尺寸之间的关系如图 2 所示。从图 2 可以得到如下几点的结论:

(1) 分别用 $\delta = 2$ 和 $\delta = 1$ 作为结构元素的尺寸来对所获取的形态学梯度图像进行差值运算所得到的差值信息最佳,且存在峰值;

(2) 分别用 $\delta = 1$ 和 $\delta = 0.5$ 作为结构元素的尺寸来对所获取的形态学梯度图像进行差值运算所得到的差值信息不存在峰值,且图像的亮度较弱;

(3) 分别用 $\delta = 2.5$ 和 $\delta = 2$ 作为结构元素的尺寸与分别用 $\delta = 3$ 和 $\delta = 2.5$ 作为结构元素的尺寸来对所获取的形态学梯度图像进行差值运算,其所得到的差值信息不仅图像的亮度很弱,且存在双边缘现象。

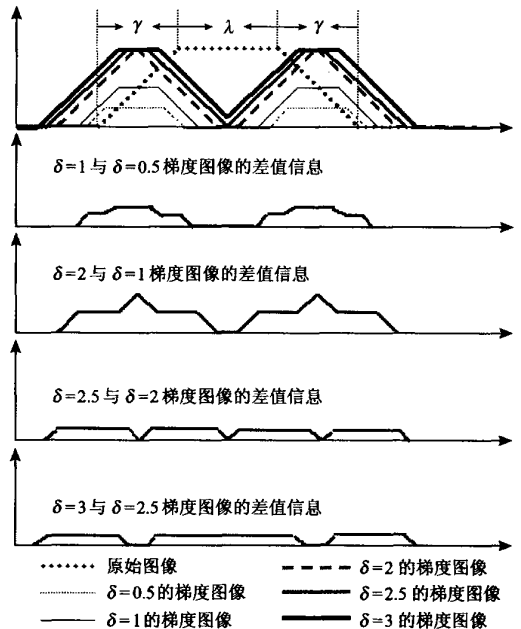


图 2 形态学梯度性质与结构元素尺寸关系图

Fig. 2 The relationship between the morphology gradient characteristics and the structure element size

从上述结论(1),结论(2)和结论(3)中可以得出更为普遍的结论,即对用 $\delta = \gamma / 2$ 尺寸的结构元素和其下一级尺寸的结构元素所获取的梯度图像进行差值运算,其得到的图像信息最佳,且存在着峰值现象;当对用 $\delta < \gamma / 2$ 尺寸的结构元素和其下一级尺寸的结构元素所获取的梯度图像进行差值运算,其不仅得到的图像信息亮度较低,且不存在着峰值和双边缘现象;当对用 $\delta > \gamma / 2$ 尺寸的结构元素和其上一级尺寸的结构元素所获取的梯度图像进行差值运算,则不仅

得到的图像信息的亮度很低,且存在双边边缘现象。

该结论是结构元素尺寸自适应确定算法设计的基础。

2.3 算法的设计

在算法的设计前,有必要介绍数学形态学中的一个基本性质:

性质 1^[2-4] 假设基结构元素尺寸为 δ ,则基结构元素为 g_δ ,多尺度结构元素为 $g_{n\delta}$,其中 $n = 1, 2, 3, \dots$,即 $g_{n\delta} = g_\delta \oplus g_\delta \oplus g_\delta \oplus \dots \oplus g_\delta$ 。

根据 2.2 节的结论及性质 1 和递归运算的基本性质,结构元素的尺寸自适应提取算法的基本思想如下:假定基结构元素尺寸为 δ ,图像为 f ,则算法步骤为:首先提取尺寸为 δ 的结构元素的梯度图像 ∇f_1 ,然后提取出尺寸为 2δ 的结构元素的梯度图像 ∇f_2 ,并通过计算梯度图像 ∇f_2 与 ∇f_1 的差来得到梯度图像的差值图像,记为 $\Delta f_{\text{gradient}}^{(1)}$,比较分析 $\Delta f_{\text{gradient}}^{(1)}$,如果 $\Delta f_{\text{gradient}}^{(1)}$ 是一幅双边边缘图像,则尺寸为 δ 的结构元素是最佳的结构元素;若 $\Delta f_{\text{gradient}}^{(1)}$ 不是一幅双边边缘图像,则继续提取尺寸为 3δ 的结构元素的梯度图像 ∇f_3 ,同时计算梯度图像 ∇f_3 与 ∇f_2 的差,即可得到差值图像 $\Delta f_{\text{gradient}}^{(2)}$,再比较 $\Delta f_{\text{gradient}}^{(2)}$,……,直至 $\Delta f_{\text{gradient}}^{(n)}$ 是双边边缘图像,则尺寸为 $n\delta$ 的结构元素是最佳尺寸的结构元素。

上述设计的基本思想可用图 3 所示的流程图表示。

在上述算法中,至关重要是差值图像 $\Delta f_{\text{gradient}}^{(n)}$ 是否是双边边缘图像的自动判别。由于图像的边缘是高频信息,也是图像能量集中的区域,因此从理论上

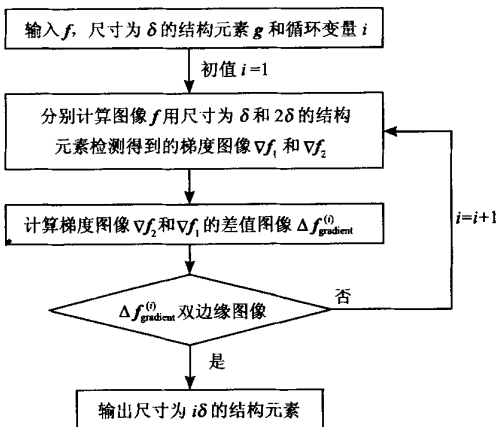


图 3 结构元素尺寸的自适应算法提取流程图

Fig. 3 The extraction flow of the auto-adaptive algorithm on structure element size

分析,图像双边边缘的特征可使图像的能量成倍增加。由于信息熵是对图像能量衡量的一个重要指标,因此可利用信息熵来自动判别差值图像是否是双边边缘图像。其自动判别过程如图 4 所示。

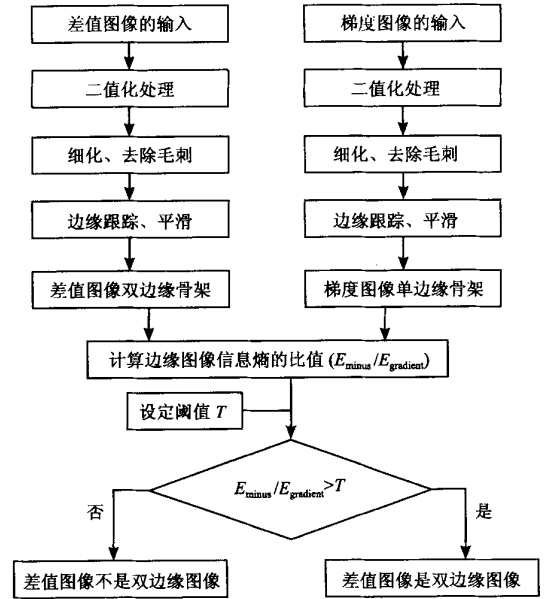


图 4 双边边缘图像的自动判别流程

Fig. 4 The auto-identify flow of bi-edges image

根据 Shannon 熵公式,离散图像信息熵定义为

$$E = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{m-1} (-1) \times p(k, l) \times \text{lb}p(k, l) \quad (3)$$

其中, m, n 是图像的行列数, $p(k, l)$ 是图像的第 k 行和第 l 列像素灰度值的频度。

阈值的设定是自动判别过程的关键。由于梯度图像和差值图像经过系列的处理后变成了只有背景和目标的二值骨架图像,其背景信息对研究没有任何意义,在统计熵的过程中可将其省略,因此其熵的比值根据式(3)可得

$$E_{\text{minus}}/E_{\text{gradient}} = \frac{2N \times (-1) \times 2p(k, l) \times \text{lb}(2 \times p(k, l))}{N \times (-1) \times p(k, l) \times \text{lb}p(k, l)} \quad (4)$$

其中, N 是目标的总个数, E_{minus} 为负熵, E_{gradient} 为梯度熵。由于梯度图像和差值图像经过处理后得到的二值骨架图像,其灰度值的频度 $p(k, l)$ 非常低,通常情况下, $p(k, l) < 0.25$, 因此整理式(4)得

$$E_{\text{minus}}/E_{\text{gradient}} = 4 \times \frac{\text{lb}(2 \times p(k, l))}{\text{lb}p(k, l)} > 4 \times \frac{-0.301}{-0.602} = 2.0 \quad (5)$$

根据式(5)和研究的內容,图 4 双边缘图像的自动判别流程中阈值 T 的设定为 $T=2.0$ 。

3 结果与分析

为了有效地验证上述结论和算法的正确性,分别选取不同图像格式的 Lena 灰度图和海洋黑潮区的遥感影像资料作为实验数据对本文算法及几种梯度算子的检测结果进行了对比。其中 Lena 灰度图像(图 5(a))是普通 bmp 图像,其边缘的模糊过度是成像过程产生;图 6(a)是海洋黑潮区 2002 年第 19 周的 NOAA 海洋 SST(sea surface temperature)数据,影像分辨率为 $9\text{km} \times 9\text{km}$,黑潮与周围海水形成的边缘(海洋锋)是现实存在的海洋现象。本文采用的基结构元素尺寸 δ 为 3×3 。从图 2 可以看出,梯度图像的差值信息是低灰度信息,为了增强视觉效果,可通过对差值后的图像进行反色运算来达到对比度增强的效果。文中所有算法均在 Visual C++ 6.0 环境下编程实现,并集成在 MaXplorer 中。试验结

果分别参照图 5(b)~图 5(e)和图 6(b)~图 6(e),其中图 5(b)和图 6(b)分别为相应的结构元素尺寸为 3×3 的梯度图像,图 5(c)~图 5(e)和图 6(c)~图 6(e)为相应的利用上一尺寸的结构元素和下一尺寸的结构元素所得到的梯度图像的差值信息图。

从图 5(c)~图 5(e)可以看出,Lena 脸部细节信息均出现了双边缘现象,并且在图 5(e)中,人的眼部和嘴部细节已经很难识别,这说明在用尺寸为 1δ 的结构元素进行检测时,其所获取的图像脸部边缘信息应该最佳,然而,由于图像左侧的立柱部分在图 5(d)中开始出现双边缘现象,因此在用尺寸为 2δ 的结构元素进行检测时,其所获取的图像的立柱部分的边缘信息应该最佳。为了更好地进行说明这一点,同时给出用尺寸为 2δ 的结构元素检测得到的边缘形态梯度图(图 5(f))。对照图 5(b)和图 5(f)可以看出,在图 5(b)中脸部边缘信息最好,而左侧的立柱部分则没有检测出来;而在图 5(f)中,由于边缘较粗,脸部信息开始变得



(a) Lena 原图



(b) 用尺寸为 1δ 的结构元素检测得到的梯度图



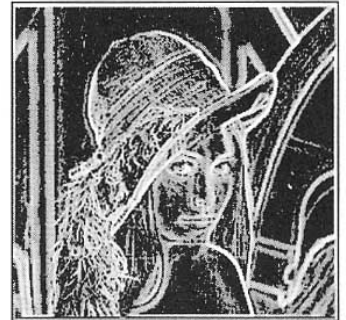
(c) 用尺寸为 2δ 和 1δ 的结构元素检测得到的梯度图进行差值计算得到的差值图



(d) 用尺寸为 3δ 和 2δ 的结构元素检测得到的梯度图进行差值计算得到的差值图



(e) 用尺寸为 4δ 和 3δ 的结构元素检测得到的梯度图进行差值计算得到的差值图



(f) 用尺寸为 2δ 的结构元素检测得到的梯度图

图 5 Lena 图像梯度图像及其差值信息图

Fig. 5 The gradient images and its minus reverse images of Lena

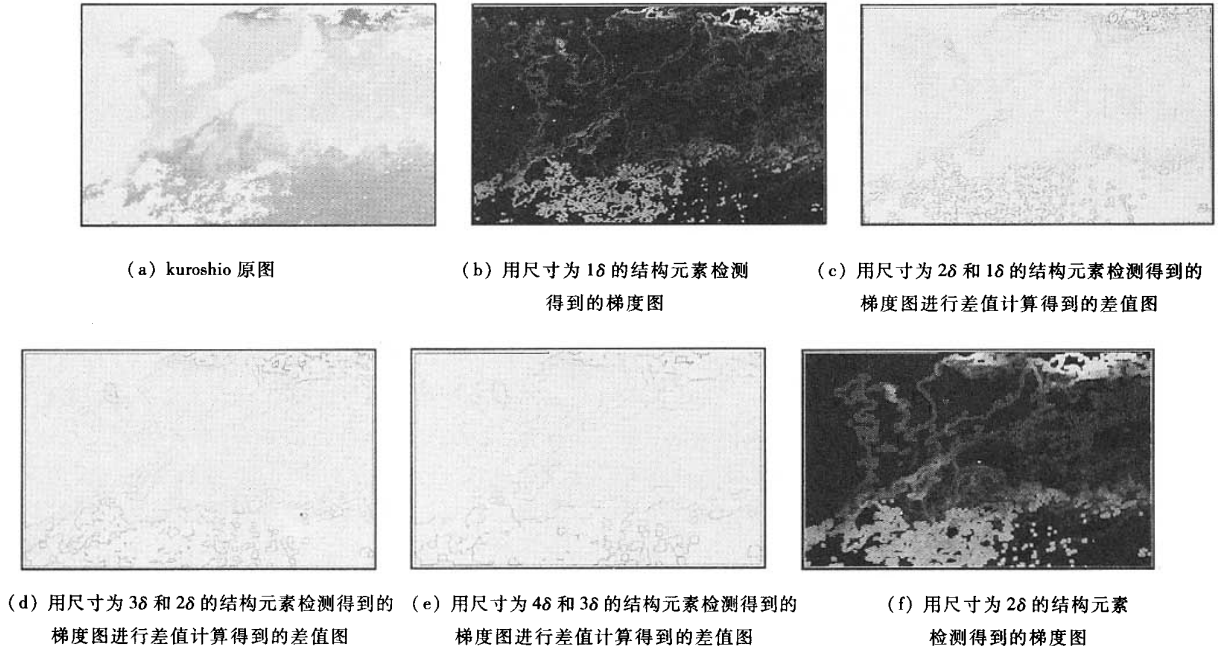


图 6 黑潮区遥感影像梯度图像及其差值信息图

Fig. 6 The gradient images and its minus reverse images of kuroshio

模糊,而左侧的立柱部分的边缘却能够很好地检测出来,这正好与上述的理论分析相吻合。

从图 6(c) ~ 图 6(e) 可以看出,黑潮区的主体部分均出现了双边缘现象,并且双边缘现象也逐渐加粗,在图 6(e) 中已经很难识别黑潮的主体边缘信息,这说明在用尺寸为 1δ 的结构元素进行检测时,所获取的图像脸部边缘信息应该最佳,但随着尺度的增大,所获取的边缘会逐渐加粗。为了说明这一点,同时也给出了用尺寸为 2δ 的结构元素检测得到的边缘形态梯度图(图 6(f))。对照图 6(b) 和图 6(f),从图 6(b) 能够清晰地看出黑潮流域主体的边缘信息,而在图 6(f) 中虽也清晰可辨,但不同的是,图 6(f) 中的边缘较粗。

4 与典型梯度算子检测结果的比较对比分析

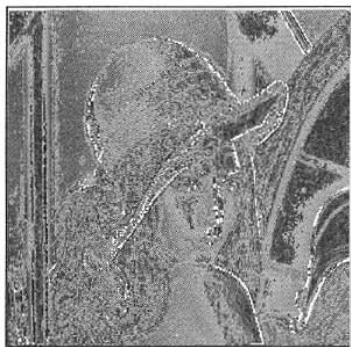
梯度算子的基础是基于数字差分的思想,常用数字图像的一阶导数和二阶导数的近似值来计算图像或信号的梯度。通常选用的梯度算子是在长期的实践和试验中被证明有效的典型算子,这些算子主要包括 Kirsch 算子、Gauss 算子、Sobel 算子、Prewitt

算子和 Robert 算子^[7,9]。

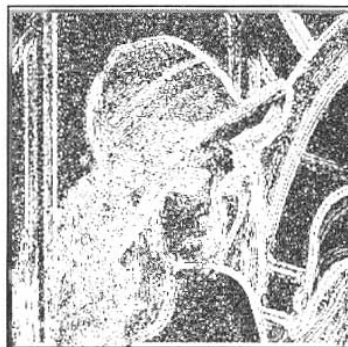
由于选用的实验数据为数字图像,所以典型算子以数字模板的形式给出,如图 6 所示。为了更好地比较形态学梯度算子与典型梯度算子的边缘提取效果,选用典型的 Lena 图像作为试验数据进行了边缘提取实验。实验中运用上述的梯度算子,对 Lena 灰度图像进行处理,处理的结果如图 7(a) ~ 图 7(e) 所示。根据第 2 部分的分析结果,由于利用 1δ 尺寸的结构元素提取 Lena 图像的边缘特征能够在脸部细节和帽子的边缘取得较好的效果,因此,选取图 5(b) (结构元素为 1δ 的梯度图) 作为分析对比分析图,分析结果见表 1。

5 结 论

在文献[1, 5, 9 ~ 11] 中,对结构元素的尺寸与特征要素的空间尺度和特征要素的边缘尺寸进行了定性的描述,本文则从分析两者之间的定量关系入手,通过合理地设计最佳结构元素的尺寸来提取图像的边缘信息。经过大量的研究,分析推导出了结构元素的尺寸 δ 与特征要素的空间尺度 λ 和特征要素的边缘尺寸 γ 的定量关系: $\delta = \gamma/2$, 且 $\delta \leq \lambda/2$ 。



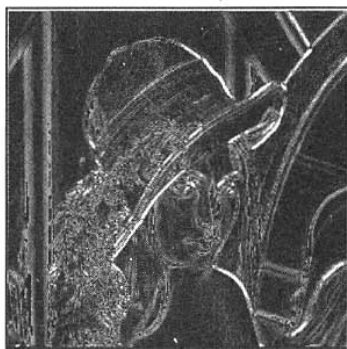
(a) 用 kirsch 算子检测得到的梯度图像



(b) 用 Guass 算子检测得到的梯度图像



(c) 用 Sobel 算子检测得到的梯度图像



(d) 用 Prewitt 算子检测得到的梯度图像



(e) 用 Robert 算子检测得到的梯度图像

图 7 用各种梯度算子检测得到的 Lena 图像的梯度图

Fig. 7 The gradient images of Lena detected by some classical gradient operators

表 1 各种梯度算子检测功能比较分析表

Tab. 1 The comparing and analyzing result of different gradient operators' effects

	形态学梯度算子	Kirsch 算子	Guass 算子	Sobel 算子	Prewitt 算子	Robert 算子
稳健性	抗噪声能力很好, 受噪声影响较小	抗噪声能力一般, 受噪声影响较大	抗噪声能力较差, 受噪声影响较大	抗噪声能力很好, 受噪声影响较小	抗噪声能力很好, 受噪声影响较小	抗噪声能力很好, 受噪声影响较小
定位精度	定位精确	定位精度较低	定位精度非常低	定位精确	定位精确	定位精确
连续性	连续性好	连续性一般	连续性好	连续性一般	连续性一般	连续性较差
对比度	图像层次清晰	图像层次性较差	图像层次性较差	图像层次性一般	图像层次性一般	图像层次较差

并结合形态学梯度的性质,通过计算相邻尺度间的梯度图像的差值信息,设计出了最佳结构元素尺寸确定的算法。试验表明,该算法不但能够很好地确定结构元素的尺寸,并能够较好地提取出图像的边缘信息。本文提出的定量关系不仅在处理因成像机理造成的模糊边缘具有现实意义,而且对流体梯度边界的提取同样极具有效性。在文章的最后,还把

利用该算法设计的形态学梯度算子与典型梯度算子的检测结果进行了比较,试验结果表明,该算法设计的梯度算子在稳健性、定位精度、连续性和对比度上都有独特的优势。

参考文献 (References)

1 CUI Yi. Image processing and analysis—the method and application

- of morphology[M]. Beijing: Publishing Housing of Science, 2002: 97~145. [崔屹. 图像处理与分析——数学形态学方法与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 97~145.]
- 2 ZHOU Wei-zhong, ZHAO Hai-yang, SUN Guo-ji, *et al.* Multi-scale edge detection based on mathematic morphology[J]. Data Collection and Processing, 2002, **15**(9): 316~320. [周维忠, 赵海洋, 孙国基等. 基于多尺度数学形态学的边缘检测[J]. 数据采集与处理, 2002, **15**(9): 316~320.]
- 3 YANG Shu-pin, PENG Fu-yuan, ZHANG Zeng-chang. Morphological edge detector with multi-scale adaptive weighting[J]. Journal. HuaZhong University of Science & Technology (National Science Edition), 2002, **30**(10): 87~89. [杨述斌, 彭复员, 张增常. 多尺度自适应加权形态边缘检测方法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2002, **30**(10): 87~89.]
- 4 YU Yan-yan, WANG Ji-cheng. Edge detection based on a modified morphological gradient algorithm [J]. Computer Technology and Application, 2003, **39**(18): 75~78. [俞妍妍, 王继成. 基于改进的多尺度形态梯度的图像边缘检测[J]. 计算机工程与应用, 2003, **39**(18): 75~78.]
- 5 Shih Frank Y, Gaddipati Vijayalakshmi. General sweep mathematical morphology[J]. Pattern Recognition, 2003, **36**(7): 1489~1500.
- 6 Harvey Neal R, Marshall Stephen. The use of genetic algorithms in morphological filter design [J]. Signal Processing: Imaging Communication, 1996, **8**(1): 55~71.
- 7 Gonzalez Rafael C. Digital image processing (Second edition), RUAN Qiu-qi *et al* Translation[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003: 465~480. [R. C. 冈萨雷斯. 数字图像处理(第二版), 阮秋琦等译[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003: 465~480.]
- 8 Shih Frank Y, CHEN Shou-xian. Adaptive mathematical morphology for edge linking[J]. Information Science, 2004, **167**(2): 9~21.
- 9 YANG Zhi-ling, WANG Kai. Digital image acquiring, processing and practical application based on visual C++ [M]. Beijing: Publishing House of People's Post, 2002: 505~535. [杨枝灵, 王开. Visual C++ 数字图像获取处理与实践应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2002: 505~535.]
- 10 LU Guan-ming. A multi-scale algorithm for computing morphological gradient images[J]. Journal of Image and Graphics, 2002, **6**(3): 214~218. [卢官明. 一种计算图象形态梯度的多尺度算法[J]. 中国图象图形学报, 2002, **6**(3): 214~218.]
- 11 YAN Xue-qiang, LIU Ji-lin, GU Wei-kang. Applications of order morphology to image edge detection[J]. Signal Processing, 1997, **13**(4): 357~363. [严学强, 刘济林, 顾伟康. 顺序形态学在图像边缘检测中的应用[J]. 信号处理, 1997, **13**(4): 357~363.]