

# 各向异性扩散平滑滤波的改进算法

王毅 张良培 李平湘

(武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430079)

**摘要** 图像的噪声过滤和增强是数字图像处理中非常重要的组成部分。在图像处理过程中,为了既有效地去除噪声,又能够较好地保持图像的边缘和重要的细节信息,在 Perona-Malik 各向异性扩散模型(PM 模型)的基础上,通过对变分方法的扩散方程中扩散系数的改进,提出了一个对噪声图像更有效更具有适应性的去噪扩散模型。该模型针对不同的梯度大小采用了不同的扩散系数。在实际处理过程中该模型不仅能够有效地保持图像的边缘,而且还能够克服 PM 模型对小尺度噪声敏感和部分边缘和细节失真的问题。实验结果表明,改进的扩散模型的性能优于 PM 模型,是一种较为理想的保边缘平滑模型。

**关键词** 各向异性扩散 扩散系数 图像平滑 图像去噪和增强

**中图分类号**: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2006)02-0210-07

## An Improved Algorithm of Anisotropic Diffusion Smoothing Filter

WANG Yi, ZHANG Liang-pei, LI Ping-xiang

(State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping & Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079)

**Abstract** Image filtering and enhancement play a very important role in digital image processing. The anisotropic diffusion is a selective smoothing technique that effectively employs intra-region smoothing without limitation and inhibits inter-region smoothing. In order to remove noise effectively and preserve edges and key details, a more effective and adaptive diffusion algorithm is to be proposed in this paper. We build a new diffusion coefficient in partial derivative equation(PDE) with the advantages of two existing diffusion coefficients and incorporate the proposed scheme with the nonlinear time-dependent cooling technique for gradient threshold. The proposed algorithm is based upon a selective and improved diffusion coefficient and performs adaptively towards different gradients. The improved algorithm not only preserves image edges, but also smoothes small scale features and avoids distortion of image edges and details. It has been shown from the experiments that the improved scheme has superiority capability over the Perona-Malik scheme and it is a robust anisotropic diffusion.

**Keywords** anisotropic diffusion, diffusion coefficient, image smoothing, image noise reduction and enhancement

## 1 引言

图像平滑和增强是图像处理中非常重要的内容。通常情况下,高斯噪声能够较好地模拟许多传感器噪声,传统的各向同性的线性平滑滤波器如高斯滤波器对高斯噪声的处理效果很好,然而在去除噪声的同时,也使图像的边缘信息变得模糊,而且随着迭代次数的增加,图像会变得越来越模糊,最终整幅图像的边缘信息有可能完全丢失。

20 世纪 90 年代初期,国外学者 Perona 和 Malik<sup>[1]</sup>在热传导方程(热扩散方程)的基础上,建立了各向异性扩散方程并将其应用到了图像处理中尺度空间(scale space)的图像平滑上<sup>[2]</sup>,取得了较好的结果。自 PM 模型提出后,各向异性扩散技术已经成为一个有效的工具被应用于图像解译、图像分割、边缘提取和图像增强中<sup>[3-5]</sup>。然而,随着对该技术的不断深入,许多的实验结果表明,PM 模型仍存在很多的缺陷<sup>[3,4]</sup>:第一,它有时无法正确地分边缘和噪声,因而对小尺度空间的噪声处理效果

**基金项目**:“973”国家重点基础研究发展计划项目(2003CB415205);国家自然科学基金项目(40471088)

**收稿日期**:2004-03-12;改回日期:2005-06-07

**第一作者简介**:王毅(1979~),男。2002 年于武汉大学获电子出版专业学士学位,现为武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室摄影测量与遥感专业博士研究生。主要研究方向为遥感图像处理、模式识别和高光谱遥感等。E-mail: wangyi@whu.edu.cn

不是很好;第二,到目前为止,没有理论来验证 Perona 和 Malik 提出的扩散系数函数的正确性。因此,许多学者对 PM 模型进行了改进,试图建立起更有效的保边缘平滑滤波器,并取得了一些进展<sup>[5-8]</sup>。

本文在分析各向异性扩散方程中扩散系数行为的基础上,改进了 PM 模型中的扩散系数,进而提出了一个具有选择性的各向异性扩散模型,其目的是针对不同的梯度范围采取程度不同的扩散行为,这样不仅可以更有效地进行保边缘平滑,而且还能够较好地解决 PM 模型对小尺度噪声敏感以及图像边缘和细节失真的问题。

## 2 各向异性扩散模型(PM 模型)

图像在尺度空间中被划分为不同尺度的区域,PM 算法的思想就是在尺度区域内进行平滑,而在尺度区域与尺度区域之间即边缘或边界减少多余的平滑甚至不平滑。从某种程度上来说,PM 算法对图像的边缘进行了“增强”。在 PM 算法中,边缘采用常用的梯度微分算子来识别,这可以理解为模型将边缘检测和噪声去除很好地统一到变分方法的偏微分方程中。从数学意义上来分析,PM 模型实质上是改进的热传导(热扩散)偏微分方程:

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \text{div}(c(|\nabla I(x, y, t)|) \nabla I(x, y, t)) \quad (1)$$

其中,  $I(x, y, 0)$  是原始图像,  $(x, y)$  是扩散过程的空间信息,  $\Delta t$  表示步长,同时也是扩散过程的时间信息,  $\text{div}$  和  $\nabla$  分别表示散度算子和梯度算子,  $c(\cdot)$  是扩散系数。如果  $c(\cdot)$  是一个常数,那么扩散就是各向同性的,它的效果等同于线性低通滤波。在 PM 模型中,  $c(\cdot)$  是关于梯度的函数,即在梯度低的区域平滑效果很强,而在接近边缘梯度较高的区域 PM 模型尽可能地减少平滑甚至不平滑,这样就实现了保边缘平滑。Perona 和 Malik 在研究中还提出 4-邻域离散形式的各向异性的扩散方程:

$$I_i^{(t+1)} = I_i^{(t)} + \Delta t \sum_{p \in \eta_i} g(|\nabla I_{i,p}^{(t)}|) \nabla I_{i,p} \quad (2)$$

这里,  $g(\cdot)$  是关于梯度的单调递减函数,  $\eta_i$  代表着中心像素  $s$  相邻的区域。Perona 和 Malik 提出了两种具有启发性的扩散系数函数,其中一种的函数的离散形式是

$$g(|\nabla_d I_{i,j}^{(t)}|) = \exp\left(-\frac{|\nabla_d I_{i,j}^{(t)}|}{k}\right) \quad (3)$$

其中,  $d$  表示图像像素点  $(i, j)$  的 4-邻域方向,  $k$  是阈

值参数,它使得特征尺度得到控制。由于扩散系数是对应 4 个方向各向梯度的单调递减函数,因此该保边缘平滑模型对各个方向的扩散是各向异性的。各向异性扩散模型中的扩散系数在扩散方程中有着非常重要的地位,它控制着扩散方程的行为。扩散系数选择正确与否决定了扩散方程是否有效。PM 模型中的扩散系数

$$c_1(x, y, t) = \exp\left(-\frac{|\nabla I(x, y, t)|}{k}\right) \quad (4)$$

扩散系数式(4)是一个关于梯度大小的单调递减函数。当梯度较小时,意味着对应的中心像素在尺度区域内,这时扩散方程如同低通滤波一样进行平滑;当梯度较大的时候,意味着对应的中心像素是边缘或者在边缘附近,这时扩散方程扩散的行为变得很不明显,从而保持了图像的边缘信息。然而,在实际应用中 PM 模型却存在着以下的缺陷和局限性:

(1) 常常不能够有效地消除小尺度区域的噪声和梯度很大的突变;

(2) 提供的两种扩散系数都只是启发性的,并且还没有足够的理论来支持其合理性;

(3) 阈值参数  $k$  的选取难以控制。

## 3 扩散模型的改进

在上面分析的基础上,提出一种改进的各向异性保边缘平滑算法,目的是能够对不同的梯度大小采取相应的扩散系数,从而在一定程度上解决 PM 模型存在的问题,使其具有更大的适应性。该算法的步骤描述如下:

(1) 在图像中对每个中心像素根据有限差分的方法计算该点的 4-邻域的梯度大小:

$$\nabla I_{i,p} = I_p - I_s, \quad p \in \eta_i \quad (5)$$

(2) 确定和计算 4 个方向的扩散系数;在这里提出两种方法来建立新的扩散系数。第 1 种方法是通过选取中心像素周围较大的区域进行高斯滤波去除噪声,然后对该区域计算梯度,以获得更为准确的梯度估计。基于此分析下, Cauté 等学者改进了原有的 PM 模型,采用了新的扩散模型:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = g(|\nabla G_\sigma * I|) |\nabla I| \text{div} \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \quad (6)$$

$$c_2(x, y, t) = \exp\left(-\frac{\|G_\sigma * I(x, y, t)\|}{k}\right) \quad (7)$$

该模型中  $G_\sigma$  为高斯滤波,  $\sigma$  是高斯核的标准偏差。

该扩散系数能够对中心像素周围的尺度区域进行平滑,从而较好地分离边缘和噪声,很大程度上解决了 PM 模型无法区分边缘和噪声的问题。但有时这样的平滑效果还是不太理想,不能够完全消除小尺度区域的噪声和较大的梯度的突变,而且很容易造成图像细节的丢失。为此提出第 1 种改进的扩散系数:

$$c_3(x, y, t) = \exp - \left( \frac{\nabla(G_\sigma * I(x, y, t))}{k^2} \right) \quad (8)$$

新的扩散系数使得扩散方程的平滑程度更大。第 2 种方法是在前一种方法的基础上考虑一种针对不同的梯度可选择扩散系数的扩散方程。思路如下:高斯分布的噪声往往和图像背景差别非常大,可以考虑针对梯度较小的尺度区域采用较大程度的扩散,这样图像中亮度值相近的像素被连接在一起,形成了尺度空间范围内的同质区域,同时也加大了同质区域噪声的差别;在梯度较大的尺度区域,仍采用 PM 模型,于是改进的算法不仅保持了 PM 模型原有的优势,同时也可以更好地识别噪声和边缘。该方法的过程描述如下:

①如果  $\|\nabla I\| \leq k - \Delta k$ , 扩散系数为

$$c_4(x, y, t) = \exp - \left( \frac{\|\nabla I(x, y, t)\|}{k^2} \right) \quad (9)$$

②如果  $k - \Delta k \leq \|\nabla I\| \leq k + \Delta k$ , 扩散系数为

$$c_4(x, y, t) = \alpha \cdot \exp - \left( \frac{\|\nabla I(x, y, t)\|}{k^2} \right) + \beta \cdot \exp - \left( \frac{\|\nabla I(x, y, t)\|}{k} \right)^2 \quad (10)$$

③如果  $\|\nabla I\| \geq k + \Delta k$ , 扩散系数为

$$c_4(x, y, t) = \exp - \left( \frac{\|\nabla I(x, y, t)\|}{k} \right)^2 \quad (11)$$

其中,  $\alpha$  和  $\beta$  分别是连贯系数,目的是为了保持扩散系数函数  $c_4$  的连续性。同时使用  $\Delta k$  作为式(9)和式(11)间的过渡,使整个各向异性保边缘平滑能够在连续的尺度区域内取得较好的结果。 $\Delta k$  与图像的噪声水平相关,通常取值较小(如  $\Delta k \leq 5$ )。从扩散过程的本质来看,随着扩散的不断进行,图像梯度的绝对值会越来越小;同时,随着梯度绝对值的减小,梯度阈值  $k$  也应该相应的减小,从而保持图像的边缘不被丢失,因为边缘保持的条件是  $|\nabla I| > k$ 。在研究中,为了减少不必要的扩散,将阈值参数  $k$  作为时间  $t$  的递减函数,即  $k(t+1) = k(t) \cdot \gamma$ ,  $\gamma \in (0, 1]$ ,  $k(0)$  是初始值,  $\gamma$  是退化速度。随着  $\gamma$  的不断减小,退化过程也越来越快,从而边缘就能够更好地保持下来。同时由于退化的缘故,越来越小的梯度

参与到扩散过程中来,图像变得越来越光滑。当  $k(t) \rightarrow 0$  时,退化过程结束,扩散便达到稳定状态。

(3) 用得着的扩散系数更新对应的中心像素的亮度值  $I_{i,j}^{(t)}$ :

$$I_{i,j}^{(t+1)} = I_{i,j}^{(t)} + \Delta t \sum_{p \in \Omega_i} c(\nabla I_{i,p}) \nabla I_{i,p} \quad (12)$$

这里整个过程不断迭代,算法结束,最终得到了结果图像。

## 4 算法分析和讨论

### 4.1 算法设计的合理性

在噪声图像中,尤其当噪声呈随机分布时,图像的背景变得很不连续。因此,在算法中,在增强同质区域和噪声对比度的同时,还要考虑如何获得尺度空间上连续的背景。从式(9)和式(11)不难看出,当  $x < 1$  时,  $\exp(-x/k^2) < \exp(-x^2/k^2)$ ; 当  $x \geq 1$  时,  $\exp(-x/k^2) \geq \exp(-x^2/k^2)$ 。由此可知,当图像受到噪声污染时(通常  $x \geq 1$ ), PM 模型不能够有效地消除小尺度区域的噪声和梯度很大的突变,而式(9)则能够较好地抑制噪声的影响;当  $\|\nabla I\| \leq k - \Delta k$  时,虽然本文算法的扩散程度比 PM 模型更明显,但是扩散系数式(9)有效地消除了“噪声边缘”和抑制了低频噪声,同时使得同质区域得到了较好地连接;当  $\|\nabla I\| \geq k + \Delta k$  时,扩散系数式(11)等同 PM 模型的扩散系数式(4);当  $k - \Delta k \leq \|\nabla I\| \leq k + \Delta k$  时,本文算法给出了一个过渡过程,其目的是使得最终处理结果在尺度空间上保持连续。

文献[9]中给出了相关系数为一次方的扩散系数:

$$c_5(x, y, t) = \exp - \left( \frac{\|\nabla I(x, y, t)\|}{k} \right) \quad (13)$$

并将扩散系数式(11)和式(13)进行了具体分析和相互比较:扩散系数式(11)在  $k$  已知的情况下,能够较好地发挥保边缘平滑的特性;扩散系数式(13)则在  $k$  未知的情况下,能够避免不必要的边缘对比增强。扩散系数  $c_4$  较好地综合了式(11)和式(13)的优势,针对不同的梯度大小,采取不同的扩散系数,从而更好地保持图像的边缘。

### 4.2 模型的相关参数和收敛性

本文建立的扩散系数涉及的变量较多,下面对模型的相关参数进行分析:

(1) 梯度阈值  $k$  对于图像中目标提取和边缘保

持起着非常关键的作用。由于本文算法中的  $k$  是随时间递减的,因此初始  $k$  的选择决定了模型的扩散效果,可以采用手工设定或 Canny 噪声估计器<sup>[10]</sup>得到  $k(0)$ ;

(2)  $\Delta k$  与噪声水平相关,通常取值较小,为了提高扩散的性能,可以采用多次实验的经验值;

(3) 已知  $k$  和  $\Delta k$  的情况下,利用式(9)和式(11)的函数关系,通过某种简单的曲线拟合,可以建立光滑连续的扩散系数函数曲线,从而确定  $\alpha$  和  $\beta$ ;

(4) 迭代次数  $t$ 、时间步长  $\Delta t$  和退化速度  $\gamma$  都是控制扩散方程收敛性的变量,第一,时间步长  $\Delta t$  很难确定, $\Delta t$  取得足够小有助于收敛到全局最优解同时也增加了计算复杂度,从另一方面来看,步长  $\Delta t$  足够小同时也能够保持图像中细节边缘。为了保持迭代方程的存在唯一性,对于 2 维图像 Weickert<sup>[11]</sup> 给出了步长  $\Delta t$  应满足的条件:

$$\Delta t \leq \frac{1}{\sum_1^2 \frac{2}{h_d^2}} = \frac{1}{2+2} = 0.25 \quad (14)$$

这里,  $h_d$  是方向  $d$  上的空间步长(通常  $h_d = 1$ );第二,退化模型  $k(t)$  是关于步长  $\Delta t$  的单调递减函数,当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,满足  $\|\nabla I\| \leq k(t)$ ,扩散系数  $g(\|\nabla I\|) \rightarrow 1$ ,各

向异性扩散模型演变成线性扩散模型;随着迭代过程的不断进行, $\Delta t$  逐渐增大而  $k(t)$  减小,当  $\|\nabla I\| > k(t)$  时,扩散效果逐渐减小;当  $\Delta t \rightarrow \infty$  时,扩散系数  $g(\|\nabla I\|) \rightarrow 0$  同时  $k(t) \ll 1$ ,这都意味着扩散过程接近停止,综合上面两条分析,本文算法的收敛按下述两条准则处理:一是根据图像的具体情况确定迭代次数和时间步长;二是当满足  $k(t) \leq 1$  时,停止迭代,将这两条准则共同作用,基本能够保证解的全局最优性。

### 5 实验结果与分析

为了验证该算法的有效性和适应性,对上述算法分别用两幅普通图像和一幅遥感图像进行了实验。

**实验 1** 首先选取一幅边缘较规则的图像(186 × 190),比较基于上述 4 种扩散系数  $c_1, c_2, c_3$  和  $c_4$  的扩散方程对噪声图像处理的结果,其平滑结果如图 1 所示。为了客观地评价各个扩散方程的处理结果,采用了峰值信噪比:

$$PSNR = 20 \log_{10} \left( \frac{255}{RMSE} \right) \quad (15)$$

其中, RMSE (root mean squared error) 表示均方根误差。

从图 1 实验结果的目视效果来看, PM 模型能

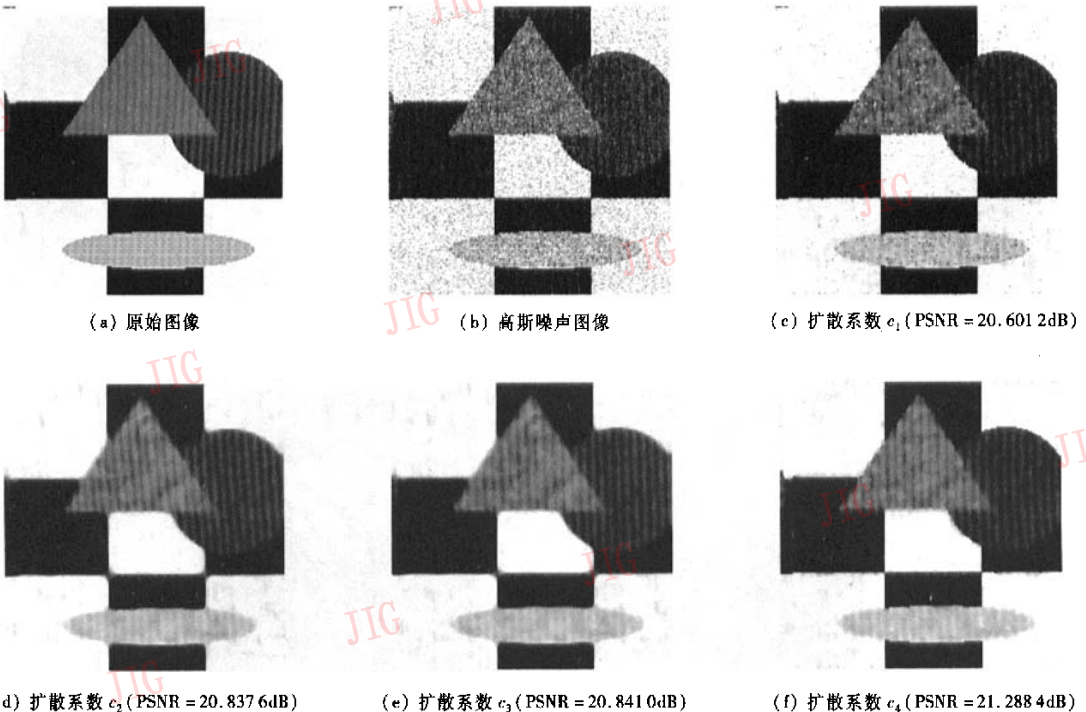


图 1 4 种扩散方程对噪声图像处理的结果图 ( $t = 15, \Delta t = 0.25, k(0) = 50, \gamma = 0.5, \sigma = 1$ )

Fig. 1 Comparison of results of anisotropic diffusion models

够一定程度上去除噪声和保持边缘,但是 PM 模型也影响了图像连续性,同时,在小尺度区域,噪声和边缘并没有得到很好的区分;从图 1(d) 可以看到,扩散系数  $c_2$  使得结果变得有些模糊;改进的算法不仅很好地实现了各向异性的保边缘平滑,而且保证了图像的连续性和图像细节不被丢失。通过利用峰值信噪比 (PSNR) 进行定量的计算与比较,PM 模型的 PSNR 值为 20.601 2dB, Catté 模型的 PSNR 值为 20.837 6dB,改进模型的 PSNR 的值分别为 21.288 4dB 和 20.841 0dB,因此,改进模型的图像质量要优于 PM 模型和 Catté 模型。

**实验 2** 选取一幅边缘和纹理复杂的图像 ( $206 \times 206$ ), 仍旧比较上面的 4 个各向异性保边缘非线性滤波模型,其处理的结果如图 2 所示。图 3 给出了噪声图像和模型处理结果的边缘提取图,所采用的边缘提取算子为 Sobel 算子。从图 2 的目视效果看,PM 模型区分图像的边缘和噪声的效果并不理想,例如,图 2(b) 中,松子的下面的边缘全部被平滑,4 个角的边缘也很模糊,从对应图 2(b) 的边缘提取图 3(b) 来看,提取的边缘也不能很好地反映图像的真实边缘,同时松树枝条的边缘信息几乎完全丢失。再来看 Catté 模型,从图 2(c) 很明显地看

到图像中有较大细节信息的损失,图像的质量不是很好,而边缘提取图 3(e) 也反映了图像细节的损失。从图 2(d) 和图 2(e) 的结果来看,本文提出的两种模型都很好地实现了图像保边缘处理过程和平滑过程的折衷,无论是从目视结果还是边缘提取图 (图 3(d) 和图 3(e)) 中,都可以看到两种改进模型的质量结果较好,尤其是边缘图很好地反映了松子图像较为复杂的边缘和纹理细节。

根据上面两个实验,可以发现改进的各向异性保边缘非线性滤波模型对噪声图像有着较好的保边缘平滑效果,不论是从图像的质量还是从保边缘平滑的结果,其比 PM 模型都有一定的提高。

**实验 3** 为了对本文算法的适应性进行进一步的验证,将本文的模型应用到遥感影像处理中。遥感影像由于传感器技术的限制,通常有很多复杂的噪声产生,同时遥感影像由于信息量巨大,因此边缘和细节信息显得格外重要,而各向同性线性滤波器往往导致很多关键信息的损失,因此考虑使用各向同性保边缘非线性平滑来对遥感影像进行增强。选取南非的 Landsat TM 影像 ( $256 \times 256$ ) 的第 5 个波段进行实验,原始影像和改进模型的处理结果如图 4 所示。从目视结果来看,各向异性保边缘非线

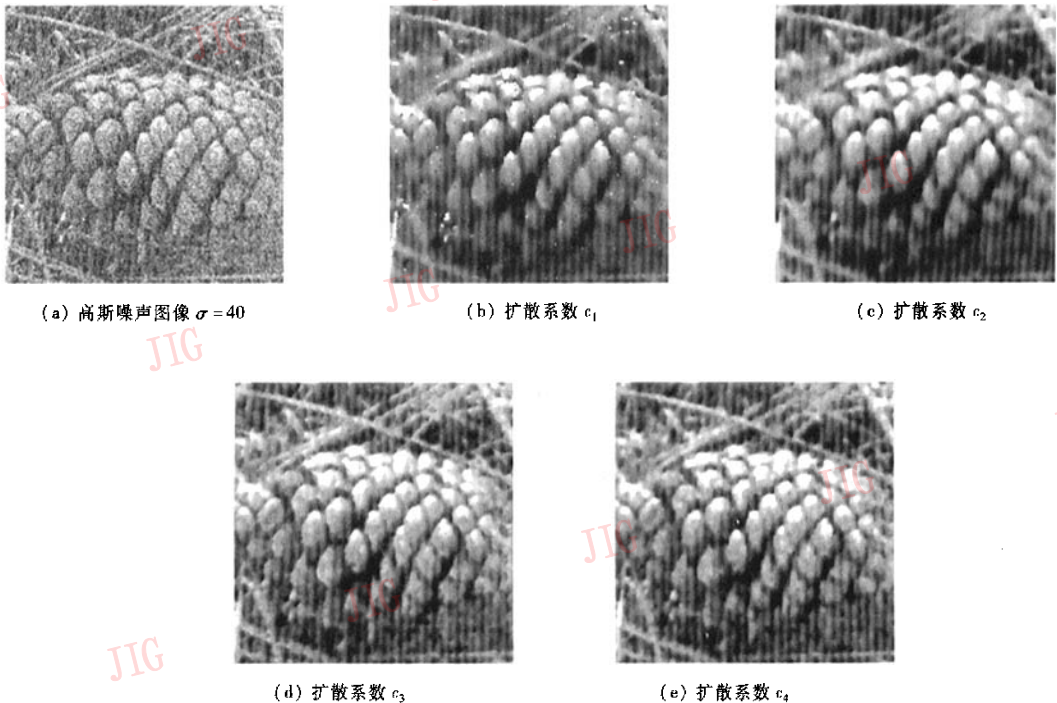


图 2 4 种扩散系数对噪声图像 (松树) 处理的结果图 ( $t = 25, \Delta t = 0.25, k(0) = 40, \gamma = 0.5, \sigma = 1$ )

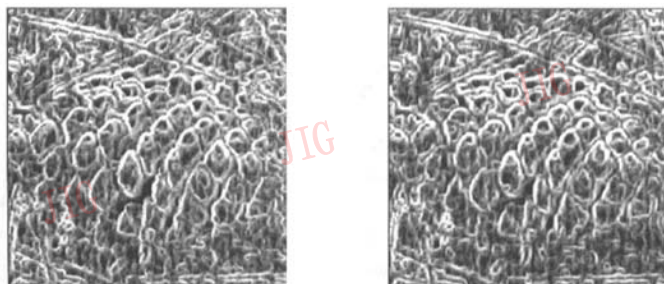
Fig. 2 Comparison of results of anisotropic diffusion models for the noisy image (pine tree)



(a) 图 2(a) 的边缘提取图

(b) 图 2(b) 的边缘提取图

(c) 图 2(c) 的边缘提取图

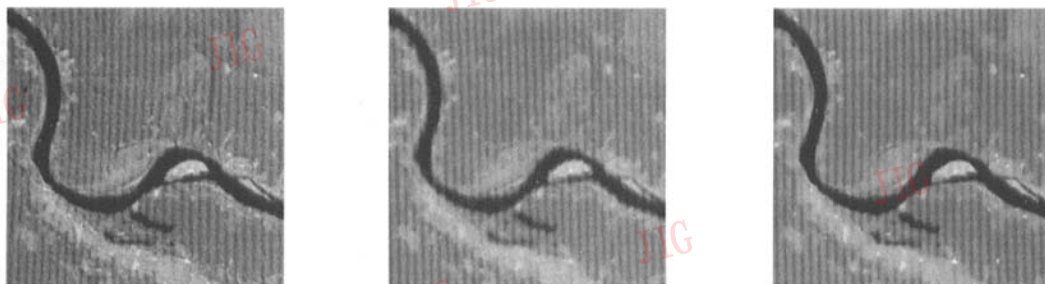


(d) 图 2(d) 的边缘提取图

(e) 图 2(e) 的边缘提取图

图 3 对应图 2 处理结果的边缘提取图

Fig. 3 Edge extraction images correspond to result images in fig. 2



(a) 原始 TM 影像

(b) 扩散系数为  $c_3$

(c) 扩散系数为  $c_4$

图 4 改进的扩散系数对遥感影像的处理结果

Fig. 4 Results of the improved versions of the diffusion coefficient for remote sensing image

性平滑能够很好地识别和分辨遥感影像中重要的细节和边缘,同时该技术还去除了复杂噪声对影像质量的影响,实现了各向同性区域内平滑,使边缘在遥感影像中更加突出,这样就更有利于遥感影像后续处理如边缘检测、目标识别和影像分类等。

## 6 结 论

在 PM 模型的基础上,改进了各向保边缘平滑

扩散方程的扩散系数,提出了更有效和适应性更强的扩散模型。该模型在实验中对各类图像进行了滤波实验,并将滤波的结果和 PM 模型及 Catté 模型滤波结果进行了比较,结果表明:

(1) 本文提出的算法在去除斑点噪声的同时,较好地保持了图像的边缘和细节信息,无论是目视效果还是定量信息 PSNR(峰值信噪比)都优于 PM 模型及 Catté 模型,证明了改进的扩散模型是有效的,具有更大的适应性;

(2)利用本文的算法进行遥感影像处理的实验结果表明,本文提出的各向异性扩散不仅能够很好地实现保边缘,而且还可以更好地突出遥感影像的边缘和细节信息,有助于遥感影像的信息提取。

### 参考文献 (References)

- 1 Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629 ~ 639.
- 2 Witkin A. Scale-space filtering [ A ]. In: Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence [ C ], Karlsruhe, West Germany, 1983; 1019 ~ 1022.
- 3 Catté F, Lions P L, Morel J, *et al.* Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(1): 182 ~ 193.
- 4 Alvarez L, Lions P L, Morel J. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [ J ]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(3): 845 ~ 866.
- 5 Monteil J, Beghdadi A. A new interpretation of the nonlinear anisotropic diffusion for image enhancement[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(9): 940 ~ 946.
- 6 Pope K, Acton S T. Modified mean curvature motion for multispectral anisotropic diffusion [ A ]. In: Proceedings of the IEEE Southwest Symposium on Image Analysis and Interpretation [ C ], Tucson, AZ, USA, 1998: 154 ~ 159.
- 7 Segall C A, Acton S T. Morphological anisotropic diffusion [ A ]. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing [ C ], Santa Barbara, CA, USA, 1997: 348 ~ 351.
- 8 Black M J, Sapiro G, Marimont D H, *et al.* Robust anisotropic diffusion [ J ]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 421 ~ 432.
- 9 Michael D McCool. Anisotropic diffusion for monte carlo noise reduction [ J ]. ACM Transactions on Graphics, 1999, 18 ( 2 ): 171 ~ 194.
- 10 Canny J. A computational approach to edge detection [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6): 679 ~ 698.
- 11 Weickert J, Benamouda B. A semi-discrete nonlinear scale-space theory and its relation to the perona-malik paradox [ A ]. In: Proceedings of the Advances in Computer Vision [ C ], Wien, Germany, 1997: 1 ~ 10.