

一种改进的自适应中值滤波算法

倪臣敏 叶懋冬 陈孝春

(浙江大学数学系, 杭州 310027)

摘要 针对未知脉冲噪声强度的退化图像的去噪, 提出了一种新的自适应中值滤波算法, 该算法主要基于以下两点: (1) 根据模糊数学里的模糊度理论及随机脉冲噪声本身的去噪特点, 提出了模糊指标的概念, 并通过反向二阶拟合来获得噪声的强度信息; (2) 引入了反映图像边缘信息的 Prewitt 梯度算子, 并通过实验来得到合适的梯度阈值, 以更好地保持图像的边缘等细节信息。通过将该算法与传统的中值滤波、基于排序阈值的开关中值滤波以及 Sorin Zoican 提出的改进的中值滤波进行的对比实验表明, 该算法对噪声的强度有很好的估计, 不仅提高了噪声去除的自适应性, 尤其对含噪声多的图像的处理效果更为理想。

关键词 模糊测度 中值滤波 脉冲噪声 梯度算子

中图分类号: TP391.4 TP301.4 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2006)05-0672-07

An Improved Adaptive Median Filter Algorithm

NI Chen-min, YE Mao-dong, CHEN Xiao-chun

(Mathematics Department of Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract An improved adaptive median-based filter, based on extremum median filter, is proposed to restore images corrupted by salt and pepper noise, especially for those with unknown noise ratio. There are mainly two improved points in this algorithm: (1) a fuzzy measure is proposed to judge the noise ratio; (2) a gradient operator is introduced to save the thin lines, such as edge information. It gets some useful information by training and simulating. Compared with traditional median filter, ordering threshold switching median filter and improved median filter proposed by Sorin Zoican, our approach is more adaptive and receives better results.

Keywords fuzzy measure, median filter, impulse noise, gradient operator

1 引言

数字图像是许多科学领域获取信息的重要来源, 如生物学、医学以及天文学等等, 但是由于实际采集到的图像往往会因为图像采集系统、传输媒介及成像系统等得不完善而引入不同程度的噪声, 因此有效的噪声清除工作便成为图像处理中非常关键的一环, 因为接下来的许多工作(如边缘检测、图像分割、特征识别等)都在很大程度上依赖于噪声去除的好坏。当图像在编码和传输中经过含噪声的线路或被电子感应噪声所污染时, 其中使得图像降质的噪声主要是椒盐噪声(即正负脉冲噪声)。

近年来, 脉冲噪声的检测与去除引起了广泛的研究兴趣, 其中, 中值滤波是目前应用最为广泛的一种滤波方法, 但是由于传统中值滤波把图像中所有像素点的灰度值都用其邻域的中值来代替, 因而模糊了图像的边缘, 拐角以及细线等细节信息, 为了解决这个问题, 如今已有了许多改进的中值滤波算法^[1-5], 如权重中值滤波^[1,2], 就是通过给窗口内的像素赋不同的权值来调节噪声抑制与细节保持之间的矛盾, 该方法以牺牲噪声抑制来获得比传统中值滤波更为有效的细节保持能力; 文献[3]提出一种更有效的开关中值滤波算法, 它首先通过一个噪声分类器来判断哪是噪声, 哪是信号, 然后用迭代的方法进行滤波处理, 但该方法在噪声很强时, 便接近

收稿日期: 2005-04-26; 改回日期: 2005-08-02

第一作者简介: 倪臣敏(1980 ~), 女。2003 年获曲阜师范大学学士学位, 现为浙江大学数学系硕士研究生。主要研究方向为图像处理、去噪、增强等。E-mail: mywebni@163.com

于传统中值滤波 (traditional median filter, TMF), 而且迭代处理所需时间较长; 文献 [6] 在极值中值滤波的基础上, 提出了基于排序阈值的开关中值滤波算法, 但该方法参数较多, 且自适应性差, 在噪声较高时, 处理效果不够理想; Sorin Zoican 提出了改进的中值滤波算法^[4], 该方法对于较高的噪声虽有较好的去除能力, 但是对噪声强度把握不准, 而且随着噪声强度的加大, 图像的模糊性不断加大, 会造成一定程度的图像失真。本文提出一种新的自适应中值滤波算法, 该新算法首先基于模糊数学里的模糊度理论以及随机脉冲噪声本身的特点, 提出了可以用于评价图像所受污染的噪声强度的模糊测度, 并由此求反函数来获得噪声的强度信息; 然后利用该强度信息来选择合适的迭代次数; 最后通过引入反映图像边缘细节信息的梯度算子 (Prewitt 算子) 来更好的判断图像的边缘、拐角等细节信息, 从而提高了图像处理的自适应性和细节保持能力。

2 基于排序阈值的开关中值滤波和改进的中值滤波

基于排序阈值的开关中值滤波 (ordering threshold switching median filter, OTSM) 是在极值中值滤波的基础上, 首先将图像区域划分为噪声点、边缘细节区和平坦区 3 类, 然后通过实验确定出噪声点和平坦区, 最后采用传统中值滤波进行处理, 但保留边缘区不处理。由于考虑的噪声为随机的正负脉冲噪声, 所以, 一个像素点的 $N \times N$ 邻域内的像素灰度值从小到大排序后, 其最大值和最小值可以认为是噪声点, 而剩余的像素点则属于边缘细节区和平坦区, OTSM 算法具体步骤可参见文献 [6]。

IMF (improved median filter) 首先将含噪图像与 4 个特殊的模板 ($K_i, i = 1, 2, 3, 4$) 进行卷积:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

取 $r_{i,j} = \min \{x_{i,j} * K_i, i = 1, 2, 3, 4\}$, 其中 $*$ 代表卷积算子, 然后将 $r_{i,j}$ 与阈值 T (实验测得的一个限制数值) 进行比较, 记 $a_{i,j} = \begin{cases} 1 & r_{i,j} > T \\ 0 & r_{i,j} \leq T \end{cases}$, 最后输出 $x_{i,j}^{out} = a_{i,j} \times m_{i,j} + (1 - a_{i,j}) \times x_{i,j}$, 其中, $x_{i,j}^{out}$ 为最后输出的灰度值, $x_{i,j}$ 表示当前像素灰度值, $m_{i,j}$ 表示 $x_{i,j}$ 的 3×3 邻域的像素灰度值从小到大排序后的中值。

3 本文算法

备注: 本文处理的噪声为椒盐噪声 (随机的正负脉冲噪声), 即噪声点的灰度值或者很大或者很小。例如, 如果加入 50% 噪声, 则正负脉冲噪声各占一半 (25%); 本文所处理图像均为 256×256 大小, 8bit 的灰度图像, 噪声强度 (大于等于 0, 小于等于 1 的百分数, 如上面的 50% 噪声) 是指图像中被噪声污染的像素点数占整幅图像的像素点数的百分比。 Q_{noise} 表示噪声的强度, $0 \leq Q_{noise} \leq 1$; $x_{i,j}$ 表示噪声图像当前处理的像素的灰度值; $x_{i,j}^{out}$ 表示最终的输出; $x_{i,j}^{min}$ 表示 $x_{i,j}$ 邻域内像素灰度值排序后的最小值, $x_{i,j}^{max}$ 表示 $x_{i,j}$ 邻域像素灰度值排序后的最大值, $x_{i,j}^{mid}$ 表示邻域像素灰度值排序后的中值; $\nabla x_{i,j}$ 表示像素 $x_{i,j}$ 处的 Prewitt 梯度幅值; M_{fuzzy} 表示受噪声污染的图像的模糊指标。 m, n 表示图像的宽度和高度。

3.1 本文算法的步骤

(1) 由多幅图像的 M_{fuzzy} 与 Q_{noise} 的关系获得拟合曲线后, 即可求得平均二阶拟合函数, 再通过求其反函数即得到 Q_{noise} 关于 M_{fuzzy} 的函数关系式, 这是一个从已知图像的噪声来推得任意的未知噪声强度图像噪声信息的过程;

(2) 对 $x_{i,j}$ 的 5×5 邻域内像素的灰度值进行从小到大排序, 以获得 $x_{i,j}^{min}, x_{i,j}^{max}, x_{i,j}^{mid}$, 再引入以下反映

图像边缘信息的 Prewitt 算子:

$$\nabla x_{i,j} = |f_x| + |f_y|$$

其中, f_x 和 f_y 分别表示 $x_{i,j}$ 的水平和垂直方向的梯度, 如果当前像素灰度值等于 $x_{i,j}^{\min}$ 或者 $x_{i,j}^{\max}$, 则认为该像素点是噪声点, 即输出 $x_{i,j}^{\text{mid}}$, 否则, 如果 $\nabla x_{i,j}$ 大于某一阈值 \hat{T} , 则认为是边缘点, 即输出 $x_{i,j}$, 若小于等于该阈值, 则认为是非边缘点, 即输出 $x_{i,j}^{\text{mid}}$;

(3) 通过步骤 (1) 来得到噪声的强度信息 Q_{noise} , 当 $Q_{\text{noise}} < 0.25$ 时, 取 $\hat{T} = t_1$ 进行一次滤波即可; 当 $Q_{\text{noise}} \geq 0.25$ 时, 先取 $\hat{T} = t_2$ 进行一次滤波, 然后取 $\hat{T} = t_1$ 进行二次滤波即可, 其中, t_1, t_2 为阈值, 可通过实验来获得。

具体的算法流程如图 1 所示。

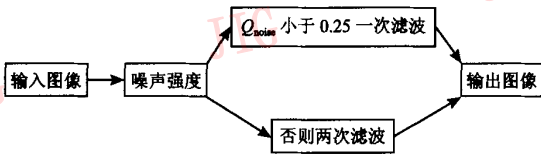


图 1 算法流程图

Fig. 1 The float chart of the algorithm

3.2 噪声强度 Q_{noise} 的求得

3.2.1 模糊度及改进的模糊指标^[7]

模糊度是用于刻画论域 U 上的一个模糊集 \underline{A} 的模糊程度的量, 记为 $d(\underline{A})$ 。它应该满足以下条件:

- (1) $d(\underline{A}) = 0$ 当且仅当 \underline{A} 的模糊度为零;
- (2) $d(\underline{A}) = 1$ 时, 对于任意的 $u \in U$, 当且仅当隶属度 $\mu_{\underline{A}}(u) = 0.5$ 时, 模糊集 \underline{A} 最模糊;
- (3) 设 $\underline{A}, \underline{B}$ 是论域 U 上的两个模糊集, 如果对于任意的 $u \in U$, 有 $\mu_{\underline{A}}(u) \geq \mu_{\underline{B}}(u) \geq 0.5$, 或 $\mu_{\underline{A}}(u) \leq \mu_{\underline{B}}(u) \leq 0.5$, 则 $d(\underline{A}) \leq d(\underline{B})$, 即隶属度 μ 越靠近 0.5, 越模糊;

(4) 模糊集 \underline{A} 与其补集 \underline{A}^c 的模糊度相同, 即 $d(\underline{A}) = d(\underline{A}^c)$;

(5) 任意的两个模糊集 $\underline{A}, \underline{B}$, 进行交并运算后, 其模糊度运算规律可用下式描述

$$d(\underline{A} \cap \underline{B}) + d(\underline{A} \cup \underline{B}) = d(\underline{A}) + d(\underline{B})$$

设 \underline{A} 是论域 U 上的模糊集, $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 对于任意的 $\mu_{\underline{A}}(u_i) \in [0, 0.5]$, 记

$$d(\underline{A}) = K(\underline{A}) \triangleq \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n |\mu_{\underline{A}}(u_i) - \mu_{0.5}(u_i)|$$

$K(\underline{A})$ 称为模糊集 \underline{A} 的模糊度。

其中, \underline{A} 为区别于一般集合的模糊集; $\mu_{\underline{A}}(u)$ 称

为 u 对于模糊集 \underline{A} 的隶属度, 其大小反映了 u 对于模糊集 \underline{A} 的隶属程度, 其详细介绍可参见文献[7]。但是该模糊度不能直接用来判断脉冲噪声图像的退化程度, 需要加以改进, 基于随机脉冲噪声的特点的考虑, 本文将模糊度加以改进, 改进后的量称为模糊指标, 记为

$$M_{\text{fuzzy}} = \frac{2}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |(x_{i,j} - x_{i,j}^{\text{mid}})/255| \quad (1)$$

从式(1)可以看出, $M_{\text{fuzzy}} \in [0, 2]$, 但是现实中的绝大多数图像(除一些人为“制造”的图像外), 其 M_{fuzzy} 处在 0 到 1 之间, 实验中通过多幅图像测试发现, 绝大多数噪声图像的 $M_{\text{fuzzy}} \in [0, 0.77]$, 即使是含有 90% 椒盐噪声的 Lena 图像, 其 M_{fuzzy} 也只有 0.76。虽然, 新定义的模糊指标的某些性质已经有别于模糊数学里的模糊度的性质了, 但是因为椒盐噪声本身的特点, 像素的灰度值与其邻域的中值差别越大, 越有可能是噪声, 所以新定义的模糊指标所反映出的分布不仅近似代表了噪声的信息, 并能从纵向上反映噪声的强弱。

3.2.2 噪声强度 Q_{noise} 的求得

Q_{noise} 可通过多幅不同图像的实验来获取, 而通过统计 Lena, Peppers, Blood, Black(所有像素点的灰度值都是 0) 等 4 幅特点不同的图像(见图 2)的 Q_{noise} 与 M_{fuzzy} 的关系发现, 其关系曲线均呈现近似的二次曲线分布(图 3), 4 幅图像用二次拟合方法得到的各个函数关系式如下:

Lena:

$$M_{\text{fuzzy}} = -0.4603 \times Q_{\text{noise}} \times Q_{\text{noise}} + 1.2345 \times Q_{\text{noise}} + 0.0133$$

Peppers:

$$M_{\text{fuzzy}} = -0.4494 \times Q_{\text{noise}} \times Q_{\text{noise}} + 1.2100 \times Q_{\text{noise}} + 0.0232$$

Blood:

$$M_{\text{fuzzy}} = -0.4463 \times Q_{\text{noise}} \times Q_{\text{noise}} + 1.2258 \times Q_{\text{noise}} + 0.0107$$

Black:

$$M_{\text{fuzzy}} = -0.4622 \times Q_{\text{noise}} \times Q_{\text{noise}} + 1.2835 \times Q_{\text{noise}} + 0.022$$

从图 3 可以看出, 4 条曲线非常接近, 若将 4 个拟合函数的各相同次的系数求平均, 则得到的通用拟合函数如下:

$$M_{\text{fuzzy}} = f(Q_{\text{noise}}) = -0.4545 \times Q_{\text{noise}} \times Q_{\text{noise}} + 1.293 \times Q_{\text{noise}} + 0.0173 \quad (2)$$

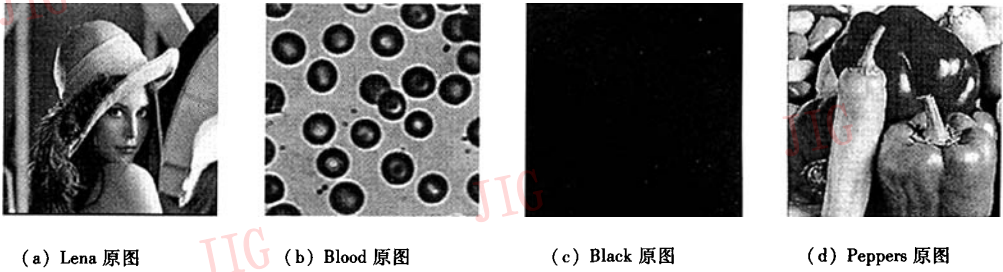


图 2 Lena, Blood, Black, Peppers 原图

Fig. 2 The original image of Lena, Blood, Black and Peppers

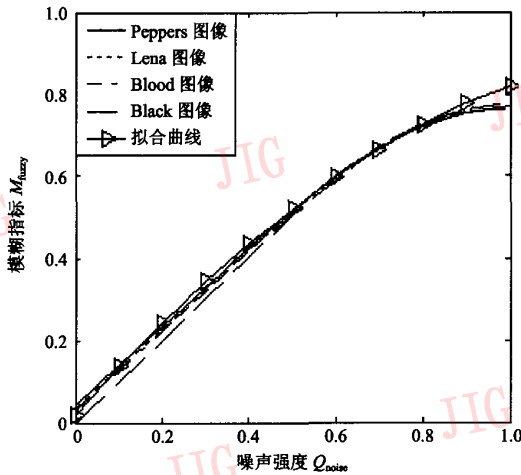


图 3 各幅图像的模糊指标与噪声强度关系曲线

Fig. 3 The correlation curves of M_{fuzzy} and Q_{noise} of Fig. 2

然为 2 次函数,但是由于在 $[0, 1]$ 区间上是单调递增的,所以可以求反函数,对式(2)在 $[0, 1]$ 区间上求反函数得

$$Q_{noise} = 1.3634 - \sqrt{1.897 - 2.2 \times M_{fuzzy}} = f(M_{fuzzy}) \quad (3)$$

其中,式(2),式(3)中的 f 表示对应法则,其定义同数学中函数的对应法则。由于式(3)是针对含噪图像的,为了防止个别人为的或者无噪声图像的干扰,规定 $Q_{noise} = 0$ (当 Q_{noise} 小于 0 时), $Q_{noise} = 1$ (当 M_{fuzzy} 大于 0.86 或者 Q_{noise} 大于 1 时)。

在不知道噪声强度的情况下,就可以通过此函数来从退化图像中获得噪声的强度信息,表 1 显示了 $f(M_{fuzzy})$ 在不同的图像中估计的不同噪声强度,除了以上的 4 幅图像,还测试了数幅其他的不同图像(图 4),对各图像噪声的估计如表 1 所示。由表 1 可见,本文定义的可测量的模糊指标 M_{fuzzy} 能较好地估计不可测量的噪声强度 Q_{noise} (四舍五入即可得准确结果)。

表 1 在不同图像中用 $f(M_{fuzzy})$ 估计的噪声强度

Tab. 1 The estimating noise density by $f(M_{fuzzy})$ in different images

图像	实际噪声强度									
	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.0
Lena	0.094 9	0.180 7	0.273 5	0.376 2	0.492 4	0.601 8	0.711 8	0.816 7	0.885 5	0.900
Peppers	0.102 1	0.187 7	0.280 4	0.383 8	0.492 6	0.607 9	0.706 6	0.805 1	0.875 1	0.909
Black	0.067 2	0.156 0	0.254 1	0.359 3	0.478 8	0.590 8	0.709 1	0.817 9	0.895 9	0.927 3
Blood	0.093 6	0.176 6	0.273 3	0.374 8	0.482 9	0.590 6	0.715 5	0.818 7	0.879 1	0.906 2
View	0.143 1	0.196 1	0.290 4	0.383 5	0.493 7	0.597 3	0.712 8	0.812 2	0.868 1	0.908 9
Bw	0.068 9	0.153 8	0.250 0	0.352 1	0.464 8	0.573 4	0.692 1	0.813 1	0.879 0	0.914 8
Couple	0.086 0	0.176 0	0.267 9	0.375 0	0.487 4	0.602 1	0.725 8	0.813 4	0.890 6	0.899 1
Dragon	0.139 7	0.221 9	0.311 7	0.408 5	0.503 8	0.611 5	0.715 0	0.811 7	0.874 6	0.914 3



图 4 其他 4 幅实验图像

Fig. 4 Other 4 experimental images

3.3 梯度幅值的阈值 \hat{T} 的确定

本文选用均方差 (mean square error, MSE) 作为衡量最终算法去噪好坏的判别指标

$$MSE = \frac{1}{m \times n} \sum_i \sum_j (O_{i,j} - I_{i,j})^2 \quad (4)$$

其中, $O_{i,j}$ 和 $I_{i,j}$ 分别表示原图像的像素灰度值和退化图像经过处理后的像素灰度值。MSE 越小, 说明与原图像越接近, 即图像处理的效果越好。现以 Lena 图像为例来说明, 图 5 显示了不同噪声强度下

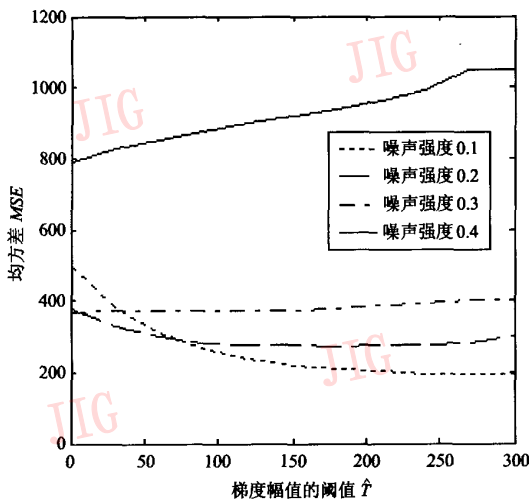


图 5 不同噪声强度下 MSE 与 \hat{T} 的相关曲线

Fig. 5 The correlation curves of MSE and \hat{T} under different noise densities

MSE 与 \hat{T} 取值之间的关系。由图 5 可见, 当噪声强度小于 0.25, \hat{T} 取 250 时, MSE 最低; 但是当噪声强度大于等于 0.25 时, MSE 有递增的趋势, 即 \hat{T} 取得越小, 效果可能越好, 为了后续处理的需要和能够获得视觉上的良好感知, 对多幅不同的图像进行实验发现, 阈值取 1 时效果最好, 且因为大部分像素点灰度值都大于 1, 故第 1 次滤波应尽可能地保留图像的原有信息, 以减少模糊, 另外, 发现用 $\hat{T} = 1$ 进行一次滤波后的 Q_{noise} 变得很小 (小于 0.2) (如表 2 所示), 故再取 $\hat{T} = 250$ 进行二次滤波即可, 即 $t_1 = 250, t_2 = 1$ 。

表 2 Lena 等图像本文算法一次滤波后噪声强度表
Tab. 2 The noise density of Lena etc after the first filtering proposed

图像	实际噪声强度		
	0.4	0.5	0.6
Lena	0.022	0.029	0.051
$\hat{T} = 1$ 滤波后的 噪声强度			
View	0.020	0.026	0.058
Blood	0.034	0.041	0.044

4 实验结果比较

将本文算法与 TMF, OTSM 及 IMF 算法进行比较, 其均方误差与所加噪声强度的关系如图 6 所示。

由图 6 可以看出, 本文算法不但对各类常规图像都有较好的适应性, 而且对于简单的黑白图像处理也很有效, 尤其在噪声强度高时更能显示其优势, 对于细节丰富的 Lena 图像, 虽然在噪声强度为 0.3 ~ 0.4 的时候, 均方误差较 OTSM 算法大, 但是图像处理的视觉效果优于 OTSM (因 OTSM 算法对噪声去除得不彻底) 算法, 图 7 ~ 图 9 是具体的图像的处理效果比较。

从图 7 ~ 图 9 可以看出, OTSM 算法不仅在边缘保持上不灵活, 而且在保持边缘的同时遗漏了噪声颗粒, 致使噪声清除不彻底, IMF 算法又使图像变得模糊很多 (如 Bw 图的 4 个角), 而本文算法则在合理地去除噪声的同时, 较好地保持了图像的边缘等细节信息, 尤其在噪声强度较大的时候 (大于 0.35) 更表现出其优势, 如 Lena 图像和 Peppers 图像, 而且由于引入了模糊指标 M_{fuzzy} , 因而使得对于未知噪声强度的退化图像的处理有更好的自适应性。

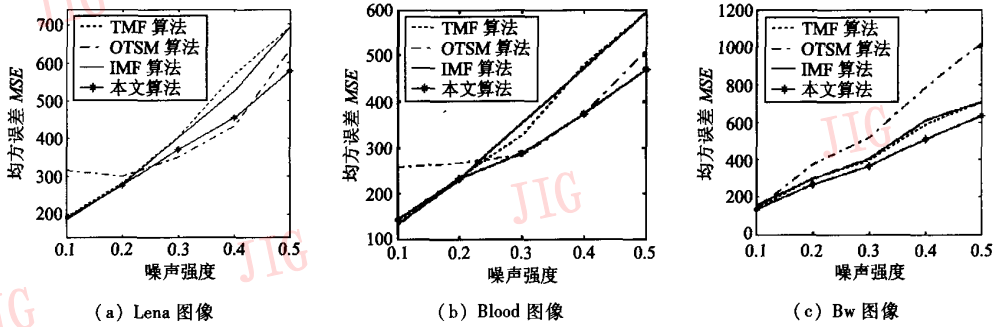


图 6 Lena、Blood、Bw 图像用几种不同算法的噪声强度与均方误差关系曲线

Fig. 6 The correlation curves of Q_{noise} and MSE of different algorithms for Lena, Blood and Bw

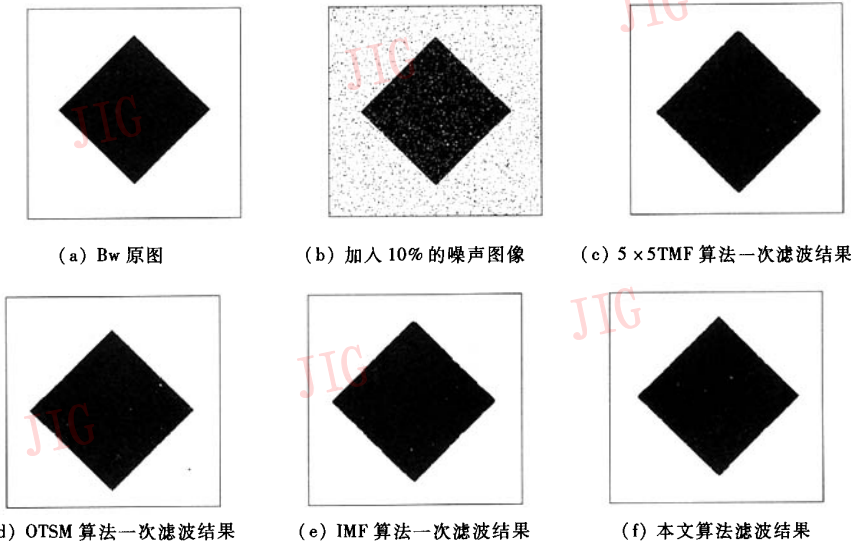


图 7 Bw 图像几种不同算法滤波效果比较

Fig. 7 Comparison of different algorithms for the Bw image

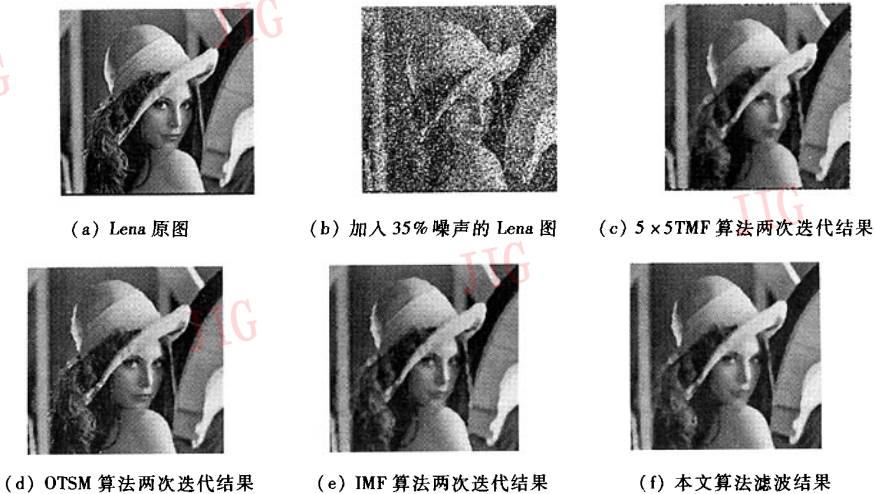


图 8 Lena 图像几种不同算法滤波效果比较

Fig. 8 Comparison of different algorithms for the Lena image

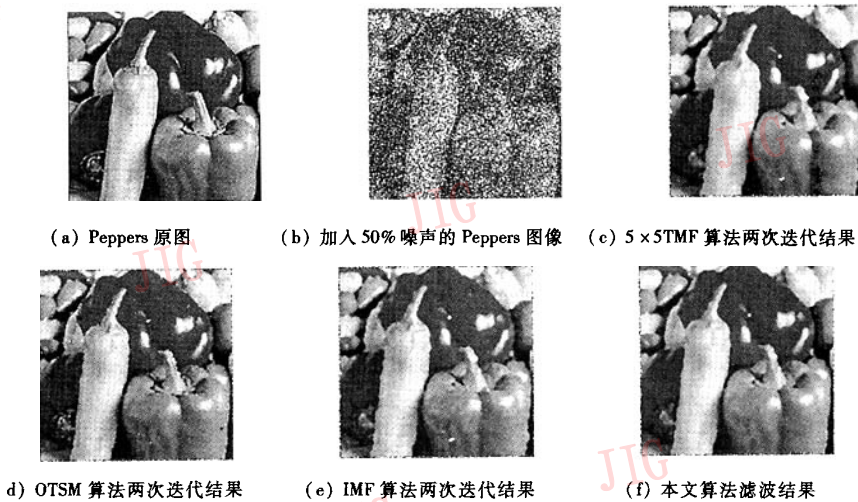


图 9 Peppers 图像几种不同算法滤波效果比较

Fig. 9 Comparison of different algorithms for the Peppers image

参考文献 (References)

- 1 Ko Sung.-Jea, Lee Yong. Hoon. , Center weighted median filters and their applications to image enhancement[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1991, 38(9):984 ~ 993.
- 2 Jeong B, Lee Y H. Design of weighted order statistic filter using the perception algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(11):3264 ~ 3269.
- 3 Wang Zhou, Zhang David. Progressive switching median filter for the removal of impulse noise from highly corrupted images [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1999, 46(1):78 ~ 80.
- 4 Sorin Zoican. Improved median filter for impulse noise removal [J]. TELSIKS Serbia and Motenegra, Niš, 2003, 10(1-3):681 ~ 684.
- 5 Yu ksel M. Emin, Besdok Erkan. A simple neuro-fuzzy impulse detector for efficient blur reduction of impulse noise removal operators for digital images [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2004, 12(12):854 ~ 865.
- 6 Qin Peng, Ding Run-tao. Threshold switching median filter [J]. Journal of Image and Graphics, 2004, 9(4):412 ~ 416. [秦鹏, 丁润涛. 一种基于排序阈值的开关中值滤波方法 [J]. 中国图象图形学报, 2004, 9(4):412 ~ 416.]
- 7 Zhang Yue, Zou Shou-ping, et al. Methods of fuzzy mathematics and its applications [M]. Beijing: Publishing House of Coal Industry, 1992:27 ~ 28. [张跃, 邹寿平等. 模糊数学方法及其应用 [M]. 北京:煤炭工业出版社, 1992:27 ~ 28.]