

频域相关的恒常性特征及其算法研究

王 博

(暨南大学珠海学院计算机工程研究所, 珠海 519070)

摘要 构造了对空域几何变化具有强鲁棒性的频域相关算法,使模板匹配成为具有几何恒常性特征的原型匹配。傅里叶变换消除信号的平移干扰,对于原点的 $R(0)$ 能量归一化处理,消除来自比例和尺度对信号幅度的影响,引入能量分布函数,消除来自空间旋转对匹配的影响,从原理上保证了频域相关对空域几何变化的恒常性。实验结果表明,该算法能够有效消除来自空域的几何变化对模板匹配过程的干扰。

关键词 匹配 相关 不变性 几何转换

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2006)06-0798-06

Constancy Properties of Template Matching in Fourier Domain

WANG Bo

(Computer Institute of Zhuhai College, Jinan University, Zhuhai 519070)

Abstract This paper proposes a template matching algorithm in Fourier transform domain (TMFT), which is robust against geometrical transformations in spacial domain, and makes the template matching to be a prototype matching. Time-shifting of signal in time-domain is eliminated by time-shifting property of FT. Disturbance out of signal intensity is Normalized by the auto-correlativity $R(0)$. Energy distributive function is introduced to keep the correlation between templates and target against the rotation relative to template signal. The experiments show that TMFT assures the constancy in template matching and is available to rid the correlativity of geometrical change in time-domain.

Keywords matching, correlativity, constancy, geometrical transformations

1 引言

对基于计算机视觉的图像识别的一个基本要求,是算法对目标图像的平移、比例、尺度和旋转具有不变性,目标图像的任何几何变化不对识别结果产生干扰^[1,2]。模板匹配是图像识别的重要方法之一。传统模式识别理论中的模板匹配是基于目标信息的精确图形,从像素匹配的角度来完成对目标图像的识别。在实际应用过程中,目标的成像条件是不可控制的,成像距离、角度、焦距、亮度和成像噪声等使这种 1:1 匹配变得极为复杂和困难。空域中目标图像的几何变化是模板匹配过程的最大干扰。为消除这种干扰,往往需要采用柔性模板、多模板、自

适应模板等,通过处理窗平滑移动,利用穷尽搜索的方法,来消除来自几何变化对目标图像的干扰^[3-5]。

人类的视知觉过程值得借鉴。神经科学、视觉心理学研究表明:在通过视觉感知真实世界的过程中,人类所接收的视网膜刺激的模式和内容是根据物体的位置、照射物体的光照强度和波长等外部环境的变化而变化的,但人类的视觉世界却是稳定不变的,这一现象称为视觉的恒常性^[6]。亮度恒常性、灰度恒常性、大小恒常性和形状恒常性简化了人类使用模板匹配原理感知世界的的能力,即使所感觉到的信息是不完整的、不精确的,或者只是零星碎片,使人类利用有限种模板实现对无限变化世界的认识(称为原型匹配)成为可能^[6]。

本研究构造了基于离散傅里叶变换的频域相关

基金项目:国家自然科学基金项目(60172037)

收稿日期:2005-07-20;改回日期:2005-09-10

第一作者简介:王博(1966~),男,副教授。1998年于西北工业大学获控制理论与应用专业博士学位。主要研究方向为数字图像处理、模式识别。E-mail:twb@jnu.edu.cn

算法,屏蔽了来自空域中目标图像的平移、比例、尺度、旋转等几何变换对模板匹配算法的干扰,使模板对目标图像的认识只需通过一次相关运算即可实现,简化了模板匹配和目标识别过程。

2 空域相关

根据信号的正交分解定义,当用信号 $f(t)$ 去近似信号 $g(t)$ 时, $g(t)$ 可表示为

$$g(t) = af(t) + e(t) \quad (1)$$

式中, a 为实系数, $e(t)$ 为近似误差。按照最小均方误差准则,得到最佳系数 a 和能量归一化的最小相对误差 $\bar{\varepsilon}_{\min}$ 。

$$a = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt} \quad (2)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\min} = 1 - \rho_{fg}^2$$

式中,

$$\rho_{fg} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t) dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt}} \quad (3)$$

根据 schwartz 不等式,有

$$|\rho_{fg}| \leq 1$$

在信号分析中,用归一化的相关函数 ρ_{fg} 来衡量两个能量信号 $f(t)$ 和 $g(t)$ 的相似程度。

设 $g(t) = Af(\alpha t - \beta)$, 则

$$\rho_{fg} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} Af(t)f(\alpha t - \beta) dt}{A \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f^2(\alpha t - \beta) dt}} \quad (4)$$

式中, A 、 α 、 β 分别表征 $g(t)$ 对 $f(t)$ 的幅度、尺度、平移变换。根据信号能量定义,有

$$E_g = \int_{-\infty}^{\infty} A^2 f^2(\alpha t - \beta) dt = A^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t') \frac{dt'}{\alpha}$$

代入式(4),有

$$\rho_{fg} = \frac{\alpha \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(\alpha t - \beta) dt}{E_g} \quad (5)$$

显然, ρ_{fg} 具有对幅度 A 的不变性,而随尺度 α 、平移因子 β 而变化,同时也随着 $g(t)$ 对 $f(t)$ 的旋转而变化。 A 、 α 、 β 反映了几何变化对空域相关的干扰。

在实际应用中,作为参考的模板信号是确定的,而目标信号则是随机的。输入信号 $g(t)$ 相对于模

板信号 $f(t)$ 在空域的任何几何变化,将对匹配产生干扰,使 ρ_{fg} 偏移 1。这表明,空域相关不具备恒常性,空域相关的正确性和精度,受信号在空间的几何扰动影响。

3 频域的不变性特征

信号识别研究认为,在同一物体的不同观察中,存在着形状不变性,这种不变性可由视觉系统提取。在信号识别中,这种形状不变性的思想可利用傅里叶变换的线性特征予以实现。

信号在空间的几何变化,可由平移、比例、尺度、旋转的组合来实现。对信号扰动的分析,可分解为对平移、比例、尺度、旋转这几种基本变化的分析。

设 $f(t)$ 为原始信号, $g(t)$ 为经过几何变换得到的信号, $F(\omega)$ 和 $G(\omega)$ 分别为 $f(t)$ 和 $g(t)$ 的傅里叶变换,定义信号的频域相关

$$\rho^* = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)G(\omega)| d\omega}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} F^2(\omega) d\omega \cdot \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega) d\omega \right]^{1/2}} \quad (6)$$

并有 $0 \leq \rho^* \leq 1$ 。

频域相关的关键在于利用傅里叶变换 FT(或经处理的傅里叶变换 FT'), 使在空域内因平移、比例、尺度和旋转等几何变化而对原信号 $f(t)$ 产生空域偏离的 $g(t)$, 在频域内有相同的频谱,从而使频域相关具有平移、比例、尺度和旋转不变性。

3.1 平移

空域相关由于受平移变换的影响,不能一次实现目标图像识别。因此,在空域中的匹配普遍采用模板平滑移动、多次匹配的方式来实现对目标图像的识别。

设 $g(t) = f(t - t_0)$, 有

$$G(\omega) = F(\omega) \cdot e^{-j\omega t_0}, \quad |G(\omega)| = |F(\omega)| \quad (7)$$

这表明,信号在空间域的平移,幅度谱是不变的,仅相位谱产生一附加变化 $e^{-j\omega t_0}$ 。因此,傅里叶变换具有平移不变性,对信号在空域的平移产生屏蔽作用,使因空域中的平移而产生扰动,不对频域相关产生影响。

傅里叶变换的平移不变性对频域相关有重要的应用价值,简化了模板匹配过程,从原理上使模板对目标的匹配经过一次相关运算即可实现,解决了空域相关中因多次匹配而产生的计算量大的问题。

3.2 比例

设 $g(t) = Af(t)$, A 为实常数, 有

$$G(\omega) = AF(\omega) \tag{8}$$

这表明, 信号的空域幅度增大 A 倍, 将引起傅里叶变换的幅度谱也增大 A 倍。

根据 $f(x)$ 自相关函数定义, 有

$$R_f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)f^*(x - \tau) dx$$

根据 Parseval 定理, 有

$$R_g(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega)|^2 d\omega = A^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$$

有

$$R_g(0) = A^2 R_f(0) \tag{9}$$

则

$$|G(\omega)| = \sqrt{\frac{R_g(0)}{R_f(0)}} |F(\omega)| \tag{10}$$

归一化处理, 有

$$\frac{|G(\omega)|}{\sqrt{R_g(0)}} = \frac{|F(\omega)|}{\sqrt{R_f(0)}} \tag{11}$$

这表明, 对信号的傅里叶变换用原点的自相关函数 $R(0)$ 进行归一化处理后, 则 $f(x)$ 和 $g(x)$ 具有相同的频谱, 如图 1 所示。可以看出 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的频率分量的幅值不同, 根据式 (11) 归一化处理后则有完全相同的频谱。

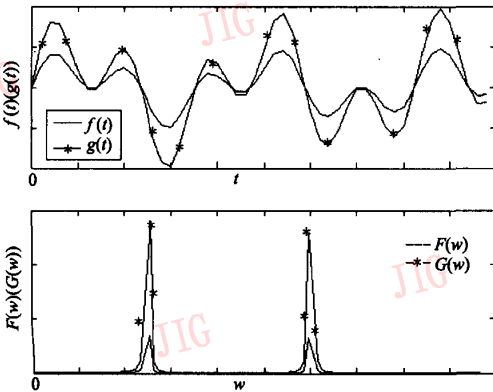


图 1 比例信号及频谱

Fig. 1 Signal and Fourier spectrum

3.3 尺度

同一物体在不同的焦距下, 会形成不同大小的图像, 给图像的模板匹配带来干扰。

设 $g(t) = f(at)$, 有

$$G(\omega) = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right) \tag{12}$$

又

$$G(0) = \frac{1}{|a|} F(0) \tag{13}$$

根据上式, 尺度的影响反映在信号傅里叶变换在零点的数值上, 得到

$$|a| = \frac{F(0)}{G(0)}$$

对 $G(\omega)$ 在频域空间做尺度变换 $\omega^* = \frac{F(0)}{G(0)}\omega$,

将由信号 $f(t)$ 通过尺度变换所得到的信号 $g(t)$ 的频谱, 反映到信号 $f(t)$ 的频谱上。经过上述运算, $G(\omega')$ 和 $F(\omega)$ 将具有相同的频谱, 实现了信号频谱的尺度不变性。

3.4 旋转

对信号 $f(x, y)$, 其傅里叶变换为 $F(u, v)$, 则

$$f(x^*, y^*) \Leftrightarrow F(u', v')$$

其中,

$$(x^*, y^*) = R \times (x, y), (u', v') = R \times (u, v)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{14}$$

R 为旋转矩阵。

这表明, $f(x, y)$ 在空域旋转 θ 角, 则其傅里叶变换在频域也旋转 θ 角。傅里叶变换并未对旋转不变性有任何改进, 而是将原问题带到了频域。

根据傅里叶变换的能量特性, 旋转后信号的能量分布保持不变, 定义能量分布直方图函数。在频域坐标系中, 令

$$\chi(r) = \frac{n_r}{n}, 0 \leq r < +\infty \tag{15}$$

其中, n_r 为 $F(u, v)$ 中 $r = F^2(u, v)$ 的点的个数。 $\chi(r)$ 描述了 $F(u, v)$ 的能量分布, $\chi(r)$ 是与原始信号 $f(x, y)$ 及 $F(u, v)$ 的旋转无关, 只取决于 $f(x, y)$ 本身, 具有旋转不变性, 并且和旋转中心无关。

4 频域相关

信号的空间几何变化往往是几种基本变化的组合。已知模板信号 $f(t)$, 和实际观察信号 $g(t)$, 根据上述频域不变性分析, 构造基于平移-比例-尺度-旋转不变性的频域相关算法, 具体步骤如下:

$$(1) \quad |G(\omega)| = \left| \frac{A}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right) \right| \tag{16}$$

经过傅里叶变换消除平移 t_0 对信号匹配的影响。

$$(2) |G(\omega)| = \left| \frac{A}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right) \right|, \text{有}$$

$$K = \frac{A}{|a|} = \frac{|G(0)|}{|F(0)|} \quad (17)$$

则

$$|G^*(\omega)| = \frac{|G(\omega)|}{K} = \left| F\left(\frac{\omega}{a}\right) \right| \quad (18)$$

幅值归一化处理,消除来自比例 A 和尺度 α 对幅度的影响。

(3) 根据 Parseval 定理,信号能量等于

$$R_{G^*}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G^*(\omega)|^2 d\omega$$

则

$$R_{G^*}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| F\left(\frac{\omega}{a}\right) \right|^2 d\omega = \frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$$

有

$$\alpha = \frac{R_{G^*}(0)}{R_F(0)} \quad (19)$$

令 $\omega = \alpha v$, 对 $G^*(\omega)$ 在频域内进行尺度变换,

$$G^{**}(v) = G^*(\alpha v) \quad (20)$$

至此,经过步骤(1)~(3),完全消除了来自于平移 t_0 、比例 A 和尺度 α 对相关运算的干扰,则有

如果 $g(t) = Af(\alpha t - t_0)$, 则

$$|G^{**}(\omega)| = |F(\omega)|$$

(4) 相关运算

$$\rho^* = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)G^{**}(\omega)| d\omega}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} F^2(\omega) d\omega \cdot \int_{-\infty}^{\infty} G^{*2}(\omega) d\omega \right]^{1/2}} \quad (21)$$

根据步骤 1~3, 可得到 $G^{**}(\omega)$ 和 $F(\omega)$, 代入(21)式, 即可计算信号相关。

若 $\rho^* = 1$, 则 $f(t)$ 和 $g(t)$ 完全相关, 实现了模板 $f(t)$ 对信号 $g(t)$ 的匹配, 匹配过程结束。若 $\rho^* < 1$ 则进入步骤 5。

(5) 计算 $G^{**}(\omega)$ 和 $F(\omega)$ 的 $\chi(r)$ 相关

$$\rho_r^* = \frac{\int_0^{\infty} |\chi_c(r)\chi_f(r)| dr}{\left[\int_0^{\infty} \chi_c^2(r) dr \cdot \int_0^{\infty} \chi_f^2(r) dr \right]^{1/2}} \quad (22)$$

若 $\rho_r^* = 1$, 则实现模板 $f(t)$ 对 $g(t)$ 的匹配, 否则 $f(t)$ 对 $g(t)$ 不相关。

根据定义, ρ^* 具有对平移、比例、尺度的不变性, 不具有对旋转的不变性; ρ_r^* 不具有对尺度的不变性, 但具有对旋转、平移、比例的不变性。

步骤(1)~(4)的处理后, 消除了来自平移-比例-

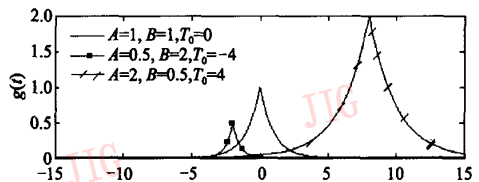
尺度的影响。这时, 若 $f(t)$ 和 $g(t)$ 之间不存在相对旋转变化 ($\theta = 0$), 将具有完全相同的频谱, 因此, 具有 $\rho^* = 1$, 实现匹配。若存在相对旋转变化, 则它们的频谱有 θ 的角度差异, 这种差异将对 ρ^* 产生干扰, 这时增加 ρ_r^* , 以消除可能来自旋转的影响。若 $g(t)$ 来自于 $f(t)$ 的空域几何变换, 则 $\rho^* = 1$ 或 $\rho_r^* = 1$ 。

5 实验结果与分析

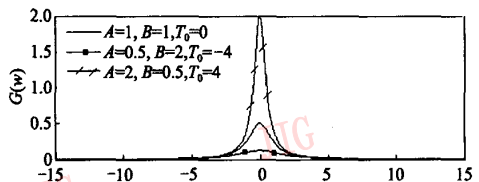
首先利用 1 维信号说明频域相关算法的过程并验证其正确性。

图 2(a) 为 $f(t)$ 及由 $f(t)$ 经平移-比例-尺度变换后得到的信号 $g(t)$, $g(t) = Af(Bt - T_0)$, 相关参数如图 2 所示。

傅里叶变换后的频谱如图 2(b) 所示。可以看出, 傅里叶变换消除了空域中的平移变换 T_0 的影响。



(a) $g(t) = Af(Bt - T_0)$



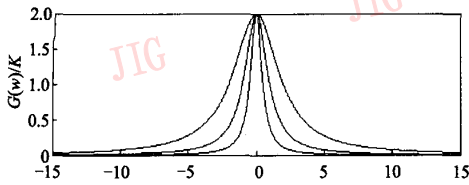
(b) $G(w) = A/BF(w/B)$

图 2 (A,B) 信号及其傅里叶变换谱

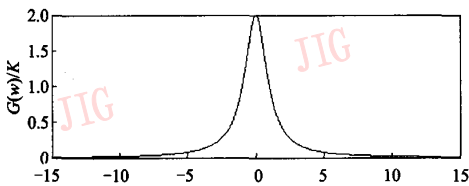
Fig.2 (A,B) Signals and Fourier spectrum

计算 $G(0)$ 和 $F(0)$, 根据式(17), 得到幅值系数 K 。

利用 K 按照式(18), 对 $G(\omega)$ 进行幅值归一化处理, 消除来自比例 A 和尺度 α 对幅度的影响, 结果如图 3(a) 所示。计算各信号能量, 根据式(19), 得到尺度系数 α , 根据式(20)进行频域内的尺度变换, 则消除了来自空域的尺度的影响, $f(t)$ 和 $g(t)$ ($g(t) = Af(\alpha t - T_0)$) 有相同的频谱如图 3(b) 所示。



(b) $G(w)/K = F(w/B)$



(b) $G(w) = F(w)$

图 3 傅里叶变换幅度/尺度处理

Fig. 3 Foriuer amplitude/Scale processing for Fourier transformation

将图 2(a)中的任一信号作为模板,在经过本文算法后,可以实现对其他两个信号的频域相关匹配,对 $f(t)$ 和 $g(t)$ ($g(t) = Af(\alpha t - T_0)$) 显然有 $\rho^* = 1$, 消除了空域平移、比例、尺度的影响,实现信号的识别。

下面验证频域相关算法相对于空间相关算法的有效性。

原始信号如图 4、图 5 和图 6 所示的 A 曲线, B 和 C 曲线为由 A 经平移、比例、尺度变换后产生的信号,可以看出,信号间有显著的形状差异。

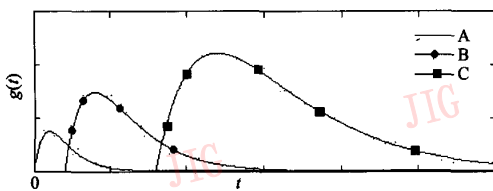


图 4 实验信号

Fig. 4 Experiment signals

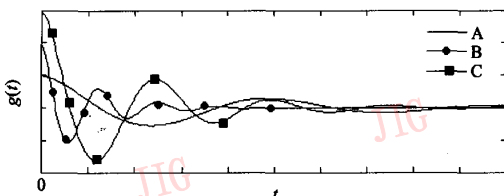


图 5 实验信号

Fig. 5 Experiment signals

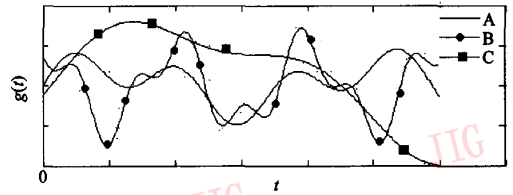


图 6 实验信号

Fig. 6 Experiment signals

以 A 为模板对 B 和 C 的空域相关 ρ 和频域相关 ρ^* 结果分别如表 1 所示。

表 1 模板匹配实验结果

Tab. 1 Template Matching Result

相关	图 4		图 5		图 6	
	B	C	B	C	B	C
ρ	0.154 3	0.112 5	0.283 7	0.001 0	0.465 6	0.156 1
ρ^*	1	1	0.98	1	1	0.990 1

下面利用 2 维图像验证频域相关的有效性。

图 7(a)为模板图, (b)、(c)、(d)为图(a)在几何变换下的实验图。表 2 为图 7 频域相关实验结果。图 8 分别为图 7 的傅里叶变换频谱。图 9 分别为图 8 的能量分布 $\chi(r)$ 。为便于数据显示,利用下式,傅里叶变换的能量分布被映射到 0 ~ 255 范围,

$$\chi^*(r) = \frac{\chi(r) - \chi(0)}{\chi(\infty) - \chi(0)} \times 255 \quad (23)$$



(a) $\theta = 0^\circ$

(b) $\theta = 90^\circ$



(c) $\theta = 180^\circ$



(d) $\theta = 270^\circ$

图 7 灰度图像(a)在几何变换下的图像

Fig. 7 Original image (a) and geometrical transformations

表 2 图 7 频域相关实验结果

Tab.2 Template matching in frequency domain for fig. 7

相关	图 7(b)	图 7(c)	图 7(d)
ρ	0.315	0.341 5	0.235 2
ρ^*	0.565 4	0.598 1	0.562 9
ρ^{**}	0.996 2	1.000 0	1.000 0

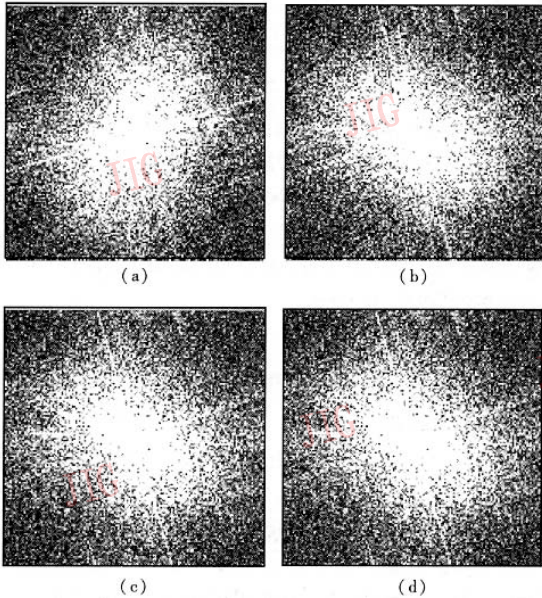


图 8 图 7 对应各图的傅里叶变换频谱

Fig. 8 Fourier spectrum for fig. 7

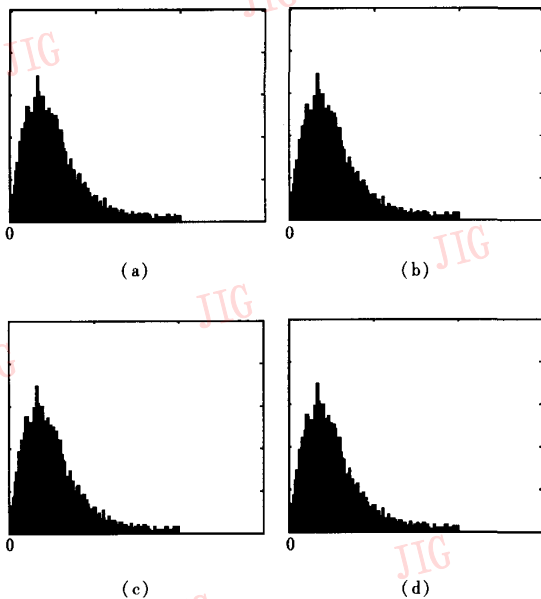


图 9 图 8 对应各图的能量直方图

Fig.9 Energy histogram for fig. 8

根据图 8 和图 9,原信号旋转 θ ,则其傅里叶变换也旋转 θ ,但其能量分布则是不变的,显然, $\chi(r)$ 对旋转具有不变性。

根据实验结果可以看出,信号在空域中的平移、比例、尺度和旋转变,显著影响到信号相关的结果。频域相关从原理上保证了信号相关算法对平移、比例、尺度、旋转的不变性(表 1 中, $\rho^* = 1$,而表 1、表 2 中出现的 $\rho^* < 1$ 和 $\rho^{**} < 1$ 的情况是 Matlab 仿真误差所致),屏蔽了信号在空域中的几何变化,通过一次匹配,即可实现对信号的识别。

6 结 论

由于受被识别信号空间几何变化的影响,基于空域相关的模板匹配算法需要采用穷尽搜索——求最大相关的方式来完成,计算量大。同时,信号尺度、幅度比例等变化所引起的被识别信号几何形状的改变,将大大影响识别的精度和准确性。

本文构造了对空域几何变化具有强鲁棒性的频域模板匹配算法,使模板匹配成为具有几何恒常性的原型匹配,从原理上保证了频域模板匹配算法对空域几何干扰的恒常性。实验表明,该算法能够有效消除来自空域的几何变化对模板匹配过程的干扰,模板匹配过程可在频域内一次完成。

参 考 文 献 (References)

- 1 Song Fei-jun. Modern Optics information Processing [M]. Beijing: Beijing University Publishing Company, 2001:64 ~ 67. [宋非君著. 近代光学信息处理 [M]. 北京:北京大学出版社, 2001:64 ~ 67.]
- 2 Melachlan D. The role of optics in applying correlation functions to pattern recognition [J]. Journal of Optical Society, 1962, (52): 454 ~ 459.
- 3 Song Li-feng. Video object segmentation based on template matching [J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(7):1075 ~ 1078. [宋立锋. 基于模板匹配的视频对象分割 [J]. 电子学报, 2002, 30(7):1075 ~ 1078.]
- 4 Tagare H D. Deformable 2-D template matching using orthogonal curves[J]. IEEE Transactions on Medical Image, 1997, 16(1): 859 ~ 870.
- 5 Yang G Z. Human face detection in a complex background [J]. Pattern Recognition, 1994, 27(1):53 ~ 63.
- 6 Liang Lu-hong. Single rotated face location based on affine template matching [J]. Chinese Journal of Computers, 2000, 23(6): 640 ~ 645. [梁路宏. 基于仿射模板匹配的多角度单人脸定位 [J]. 计算机学报, 2000, 23(6):640 ~ 645.]