

基于恒定曲率变化的主动轮廓模型

陈会勇 胡玉锁 陈宗海

(中国科学技术大学自动化系,合肥 230027)

摘要 随着主动轮廓模型(又称 snake 模型)被广泛应用于无人参与的自动化任务,人们对模型的鲁棒性和自适应能力提出了更高的要求。而传统内部力模型的收缩效应,过平滑作用,及缩放可变性,导致了内部力模型的参数调整困难,很难由程序自动进行调整。据此,提出了基于恒定曲率变化的内部力模型。该模型不仅具有缩放不变性,而且在保证轮廓光滑连续的同时,未引入其他的副作用(如收缩,过平滑等),提高了模型参数的鲁棒性。实验结果表明,该模型精确提取目标轮廓的能力得到增强,能够成功提取存在高曲率位置的凹陷轮廓,而且内部力大小衰减迅速,对轮廓点的增删不敏感,保证了模型快速稳定地收敛到期望轮廓。

关键词 主动轮廓模型 轮廓提取 蛇模型 恒定曲率变化 缩放不变性

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2006)06-0827-07

Constantly Changing Curvature Based Active Contour Model

CHEN Hui-yong, HU Yu-suo, CHEN Zong-hai

(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

Abstract As the active contour model (Snake model) is widely used in automatic missions, higher robustness and adaptability of the model are required. Due to the contraction, over-flatten effect on contour and scale variance of the traditional model, the adjustment of its parameter is quite difficult and hard to be automatically decided by program. Our constantly changing curvature based internal force model is scale invariant. Besides keeping the smoothness and continuity of the contour, no side effect is introduced and the robustness of model parameters is increased greatly. Experimental results show that the proposed model greatly improves the ability of detecting the accurate contour of the target, and even works well for the contour with high curvature position and concavity. Because of fast attenuation of internal force and insensitivity to addition and deletion of contour points, the model is guaranteed to converge quickly and steadily to the expected contour.

Keywords active contour model, contour extracting, snake, constantly changing curvature, scale invariant

1 引言

主动轮廓模型(又称 snake 模型)自 1987 年由 Kass^[1]等人提出以来,已有了十几年的发展。在形状建模、图像分割、运动跟踪、立体匹配等领域都已成功的应用。

随着主动轮廓模型的广泛应用,传统模型的一些不足之处也逐渐显现出来。其改进也层出不穷,主要

包括模型在能量极小化过程中的收敛速度和数值稳定性的提高^[2],图像力的改进^[3],轮廓描述的研究^[4]等。20 世纪 90 年代后期以来,主动轮廓模型被更广泛地应用于无人参与的自动化任务,这对模型的鲁棒性和自适应能力提出了更高的要求。人们逐渐认识到传统内部力具有的收缩效应、过平滑作用和缩放可变性,导致了模型参数调整困难且难以由程序自动选取。因此,人们针对内部力模型进行了广泛深入的研究,例如:史耀明等人的改进型多尺度 DDCM 模

收稿日期:2004-06-28; 改回日期:2005-07-12

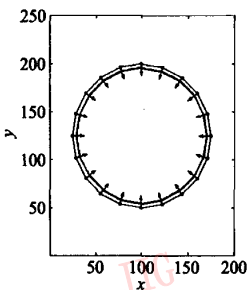
第一作者简介:陈会勇(1978 ~),男。现在中国科学技术大学自动化系攻读博士学位。主要研究方向为计算机视觉、数字图像处理、模式识别。E-mail: jerrychen@ustc.edu

型^[5],使轮廓的曲率自适应地进行多尺度调整,改变了轮廓的柔性和刚性,更好地与目标边界匹配,但由于内部力用来减小曲线的局部曲率,仍有一定的过平滑;Gunn 的双 snake 模型^[6],基于轮廓局部几何特征构造内部力,具有缩放不变性,并且只需要调整一个权重参数,降低了参数选取的难度,但由于具有一定的过平滑作用,且未考虑凹陷轮廓的情况,因此受轮廓形状的影响较大;冯炯等人在模型成长期采用了 Gunn 的新型内部力以避免收缩作用对轮廓演变的影响,在模型定型期使用了具有收缩能力的传统内部力来进一步逼近轮廓,取得了较好的实验效果^[7]。近期 Li 的自适应 balloon 模型^[8],Luo 的鲁棒蛇模型^[9]都借鉴了 Gunn 的思想,并且能够处理凹陷轮廓。尤其是鲁棒蛇模型,在平滑区、线性区和饱和区内分别构造内部力,可避免内部力的变化过大,使模型的收敛更加稳定。然而以上这类方法基于圆形(等曲率)轮廓假设,对复杂轮廓并不适合。

通过对传统内部力模型的分析,根据存在的问题和不足,提出了一种基于恒定曲率变化的新型内部力模型,并通过实验和已有模型进行了比较,其结果表明该模型有较好的效果。

2 传统内部力模型的分析

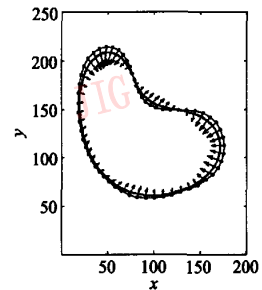
传统主动轮廓模型的内部能量可表述为



(a) 内部力导致轮廓收缩(一阶)



(b) 内部力对轮廓的过平滑能力(二阶)



(c) 内部力受轮廓形状的影响

图 1 传统内部力作用的图示

Fig. 1 Effect of traditional internal force

(2) 内部力大小不具备缩放不变性

由于缩放可变,内部力的大小将受到轮廓点间距的影响。目前绝大多数应用,在模型的收敛过程中通过增加删除轮廓点,将间距限制在较小的范围内。但这种方法仍存在一些不足,由于轮廓点的增

$$E_{\text{internal}}(v(s)) = \frac{\alpha}{2} \int_0^1 \left| \frac{\partial v(s)}{\partial s} \right|^2 ds + \frac{\beta}{2} \int_0^1 \left| \frac{\partial^2 v(s)}{\partial s^2} \right|^2 ds \quad (1)$$

其中, α, β 是内部力的一阶和二阶项的参数, v_{ss} 是对 s 求二阶导, v_{ssss} 是对 s 求 4 阶导。

基于变分法可知,当 $-\alpha v_{ss} + \beta v_{ssss} = 0$ 时,该能量项达到极小值。假设 $v(s)$ 随时间变化,式(1)可转化为一个动力学方程:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -(\alpha v_{ss} + \beta v_{ssss}) \quad (2)$$

离散化轮廓描述,并利用有限差分近似微分运算,该运动方程可方便地进行迭代求解。传统内部力模型存在以下不足:

(1) 内部力具有收缩和过平滑作用

当 $v(s)$ 的一阶导数和二阶导数趋于零时,能量式(1)达到极小值。图 1 中细线为初始轮廓,箭头描述内部力的大小和方向,粗线代表在内部力作用下得到的新轮廓。图 1(a)为一阶导数趋于零时产生的收缩效应,显然这种收缩不符合理想内部力模型的要求;图 1(b)描述二阶导数趋于零产生的过平滑作用,在该作用下,初始轮廓的凹陷和凸起部分被过分地平滑;同时考虑一阶,二阶导数趋于零得到的内部力如图 1(c)所示,此时内部力受到轮廓形状的影响,导致模型参数选取困难,不易对轮廓运动进行精细的控制。

删对内部力的改变是非连续的,内部力会产生突变,影响了收敛过程的稳定性。另外,虽然限制轮廓点间距大小减弱了对内部力的影响,但在要求精确描述图像特征的应用中,仍需要再三调整参数来避免这种影响,给参数的选取带来了很大的困难。

3 光滑、局部平滑和离散粒度选取之间的关系

内部力模型经历了一个由曲线整体微分方程描述到局部几何特征描述的发展过程。后者通过目标轮廓点及其邻近轮廓点之间的相对位置来计算内部力作用下目标轮廓点的期望位置,并构造相应的内部力,使轮廓的运动满足期望。由于它不仅能够施加微分方程难以描述的一些复杂的约束条件,而且具有简单清晰的实现框架,因而得到了普遍认可。

现有的基于局部几何特征描述的方法使用了一个重要的假设,认为连续 3 个轮廓点间的夹角 φ (如图 2(a) 所示) 在 $(\pi - \frac{2\pi}{N}, \pi + \frac{2\pi}{N})$ (N 为轮廓点个数) 之间时,轮廓是光滑的。由于该假设源于圆形(等曲率)轮廓,处理复杂轮廓时将产生过平滑作用,使轮廓趋于圆形。

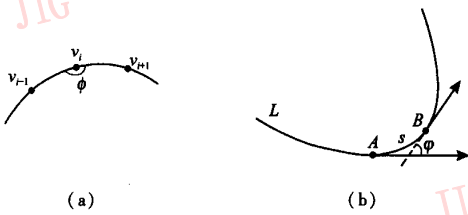


图 2 角度假设及曲率定义

Fig. 2 Included angle and curvature definition

使用内部力是为了保证轮廓的光滑连续性。反观内部力模型的发展过程,我们通常使用局部平滑近似替代光滑性要求。当轮廓点足够密集时,该近似确实成立。但在实际应用中,采用精细粒度首先是带来了庞大的计算量,增加了计算复杂度;其次会导致轮廓收敛过程中拓扑的变化、轮廓点的增添删除和内交叉的情况非常多,增加了实现难度。当采用重采样方法来消除自相交时,由于轮廓点的增删将使内部力产生较大变化,容易导致内部力发生振荡,得到错误的收敛结果;最后粒度精细将使得导数近似计算中一个很小的舍入误差被放大,直接影响到轮廓收敛的稳定性,此时低阶差分近似已经达不到精度要求,通常需要更复杂的近似方法^[10]。由于以上原因,实际应用中轮廓点的密集程度通常比较低,基于局部平滑将带来较大误差。为获得更准确的内部力描述,下面将从光滑性要求出发,基于恒定

曲率变化构造新型主动轮廓模型。

4 新型主动轮廓模型

4.1 基于恒定曲率变化的内部力

考虑一条光滑连续的曲线,由数学上的定义可知,当该曲线的曲率变化恒定时,可认为曲线是光滑的。基于此想法构造内部力模型。首先,需要对离散轮廓的曲率进行正确的估计。如图 2(b) 所示, A 为光滑连续曲线 L 上任意一点, B 为其邻近点, AB 间弧长为 s , A 点和 B 点处切线方向的夹角大小为 φ , 则 A 点处的曲率 $\kappa = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\varphi}{s}$, 也就是说,当弧长 s 趋于零时, A 点处曲率的大小和该点及其相邻点处切向方向的偏角大小成正比。对于离散情况,邻近点间的弧长不能趋于零,为消除弧长对曲率的影响,假设轮廓点均匀分布,即各轮廓点间距离近似相等,仅需考虑切向方向偏角的变化。

给出轮廓点 v_i 邻近的 4 个点,如图 3 所示。不失一般性,可令轮廓点以顺时针方向排列,依次为 $v_{i-2}, v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, v_{i+2}$ 。连接 v_{i-1} 和 v_{i+1} 点,与前后轮廓形成的偏角分别为 $\theta_{i-1}, \theta_{i+1}$ 。假设 v_i 点的期望位置为 v'_i , 定义 v_{i-1}, v'_i, v_{i+1} 3 点处的偏角分别为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 。在这 3 点处的曲率变化恒定,基于轮廓点均匀分布的假设,等价于这 3 个偏角的变化恒定,故有

$$\theta_2 - \theta_1 = \theta_3 - \theta_2 \quad (3)$$

根据图中的几何性质可知:

$$\theta_2 = (\theta_{i-1} - \theta_1) + (\theta_{i+1} - \theta_3) \quad (4)$$

当 v_i 前后 4 点确定时, θ_2 为一个特定大小的角。很显然,满足该条件的 v'_i 并不唯一,构成的点集对应一段过 v_{i-1}, v_{i+1} 点的圆弧 L 。取圆弧上任意一点都可以保证在 v_{i-1}, v'_i, v_{i+1} 3 点的角度均匀变化。

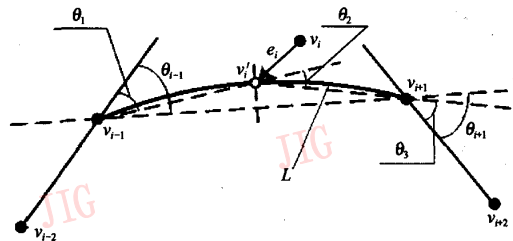


图 3 新型内部力模型

Fig. 3 The new internal model

考虑到轮廓点均匀分布的约束,有

$$\theta_{i-1} - \theta_1 = \theta_{i+1} - \theta_3 \quad (5)$$

联立式(3)、(4)、(5),可得

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \frac{5}{6}\theta_{i-1} - \frac{1}{6}\theta_{i+1} \\ \theta_3 &= \frac{5}{6}\theta_{i+1} - \frac{1}{6}\theta_{i-1}\end{aligned}\quad (6)$$

由于 $\theta_{i-1}, \theta_{i+1}$ 已知, θ_1, θ_3 亦为大小确定的角度。由图3中的向量关系可知:

$$v'_i = \frac{1}{2}((v_{i-1} + v_{i+1}) + \tan(\theta_{i-1} - \theta_1)\mathbf{R}(v_{i-1} - v_{i+1})) \quad (7)$$

其中,旋转矩阵 $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。构建向量 $e_i = v'_i - v_i$

作为当前轮廓点的内部力,如图3。向量的方向由轮廓当前位置指向期望位置,大小是距离期望位置的长度。轮廓在该力的作用下,首先将趋于全局轮廓点的均匀分布,其次在各个轮廓点处的曲率变化平稳,整个轮廓趋于一条光滑连续曲线。

考虑到轮廓线空间尺度的不同,可使用轮廓点

间距的平均值 $h \left(\frac{\sum_{i=1}^N (v_i - v_{i-1})}{N} (v_0 = v_N) \right)$ 对 e_i 进

行归一化,得到轮廓点 v_i 的内部力为

$$F_{\text{internal}}(v_i) = \alpha \frac{e_i}{h} \quad (8)$$

其中, α 为权值,用于调节内部力的相对大小。

4.2 内部力的旋转、平移和缩放不变性

定理 式(8)描述的内部力具有旋转,平移和缩放不变性

证明 假设轮廓的离散化描述为 $v_i (i = 1, 2, \dots, N)$,旋转、平移和缩放变换后得到轮廓 u_i ,有

$$u_i = \alpha \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} v_i + \begin{pmatrix} x_{\text{offset}} \\ y_{\text{offset}} \end{pmatrix} = \mathbf{A}v_i + \mathbf{B} \quad (9)$$

根据式(8), $F_{\text{internal}}(v_i) = \alpha \frac{e_i}{h} = \alpha \frac{v'_i - v_i}{|v_i - v_{i-1}|}$,当轮廓经过多次迭代后,可认为轮廓点已经均匀分布,因此 h 近似等于 $|v_i - v_{i-1}|$ 。由于平面图形进行旋转、平移和缩放变换后,向量间夹角大小保持不变,因此只需证明内部力的大小恒定,即 $|F_{\text{internal}}(u_i)| = |F_{\text{internal}}(v_i)|$ 。

由式(7),在进行旋转、平移和缩放变换后,内部力大小为

$$\begin{aligned}|F_{\text{internal}}(u_i)| &= \alpha \frac{|u'_i - u_i|}{|u_i - u_{i-1}|} = \\ &= \alpha \frac{\left| \frac{1}{2}(u_{i-1} + u_{i+1}) + \frac{1}{2}\tan(\theta_{i-1} - \theta_1)\mathbf{R}(u_{i-1} - u_{i+1}) - u_i \right|}{|u_i - u_{i-1}|}\end{aligned}\quad (10)$$

代入式(9)

$$\begin{aligned}|F_{\text{internal}}(u_i)| &= \alpha \left| \frac{1}{2}\mathbf{A}((v_{i-1} + v_{i+1}) - 2v_i) + \right. \\ &\left. \frac{1}{2}\tan(\theta_{i-1} - \theta_1)\mathbf{A}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{A}(v_{i-1} - v_{i+1}) \right| \left| \mathbf{A}(v_i - v_{i-1}) \right|\end{aligned}$$

由 $\tan(\theta_{i-1} - \theta_1)$ 为常数,且 $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{A} = \mathbf{R}$,可得

$$\begin{aligned}|F_{\text{internal}}(u_i)| &= \alpha \left| \frac{1}{2}(v_{i-1} + v_{i+1}) - 2v_i \right| + \\ &\frac{1}{2}\tan(\theta_{i-1} - \theta_1)\mathbf{A}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{A}(v_{i-1} - v_{i+1}) \left| (v_i - v_{i-1}) \right| \\ &= \alpha \left| \frac{1}{2}(v_{i-1} + v_{i+1}) + \frac{1}{2}\tan(\theta_{i-1} - \theta_1) \times \right. \\ &\left. \mathbf{R}(v_{i-1} - v_{i+1}) - v_i \right| \left| (v_i - v_{i-1}) \right| \\ &= |F_{\text{internal}}(v_i)|\end{aligned}$$

证毕。

4.3 模型的构造及参数的选取

为利用恒定曲率变化的内部力有效提取目标轮廓,构造模型运动方程如下:

$$v^{t+\Delta t} = v^t + \Delta t \left(\alpha \frac{e_i}{h} + F_{\text{external}} \right) \quad (11)$$

其中, v^t 代表 t 时刻的轮廓, Δt 为时间步长, F_{external} 为外部力,且有

$$F_{\text{external}} = \gamma \frac{\partial E_{\text{image}}}{\partial v} + \beta \mathbf{n}(s) \quad (12)$$

$E_{\text{image}} = -|\nabla I(v)|^2$,用来使轮廓收敛到图像梯度较大的位置, γ 为图像力的权值。 $\beta \mathbf{n}(s)$ 为可选项,在图像力作用范围有限时,引导轮廓收敛到期望图像特征。 $\mathbf{n}(s)$ 为轮廓的法向方向, s 为弧长参数,这里 β 用来控制搜索的方向(正值表示向初始轮廓内部搜索)和力的强弱。

内部力已使用轮廓点间的平均距离进行了归一化,通常是一个小于1的值。 $\mathbf{n}(s)$ 为单位向量,搜索力的大小完全由 β 决定。由于将图像的灰度值归一到了0,1之间,图像力的绝对值小于1。因此参数 α, β, γ 的大小很容易设定。通常 α, γ 取值稍大, β 的取值用来保证越过图像中的弱边界,收敛于强边界^[11]。在实际使用中,新模型体现出了较强的参数鲁棒性。通常取 $\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 1.2$ 即可满足大部分简单背景下目标的提取问题。对存在噪声以及虚假边缘的分割问题, β 的取值在0.8~1.0之间,既能提供越过弱边界的作用力,又可以收敛到强边缘。

5 实验结果及讨论

为验证基于恒定曲率变化的内部力模型的有效性,将它与现有模型中具有代表性的传统内部力模型^[1]、Gunn 的新型内部力模型^[7]和 Hui 的鲁棒蛇模型^[9]进行比较。图 4 中粗实线代表初始轮廓,细实线,虚线和点线分别对应迭代 100 次、300 次、500 次

后得到的轮廓线。由实验结果可见,现有的内部力模型都具有较强的收缩和过平滑作用,而恒定曲率变化的模型仅需 100 次迭代就已经达到了很好的效果(300、500 次由于与 100 次的实验结果相差很小,图中未画出来)。这表明,初始轮廓收敛为一条近似光滑连续曲线后,内部力很快趋于零,避免了对轮廓施加收缩、平滑等多余的影响。

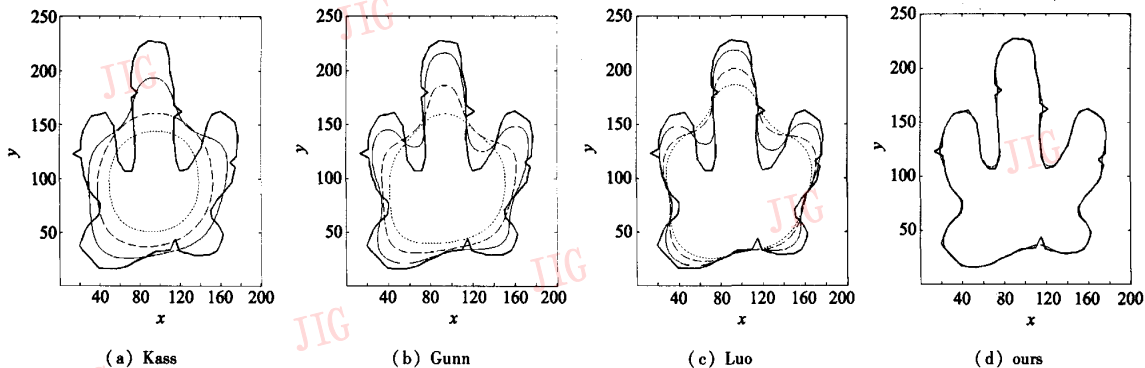


图 4 初始轮廓相同时各种内部力的对比

Fig. 4 Comparison of different models from same initial contour

判断模型性能的一个标准是内部力平均大小的衰减速度,较大的衰减速度能使模型较快达到平衡。图 5 描述了 4 个模型在 500 次迭代过程中内部力的变化。衰减速度上,基于恒定曲率变化的模型 > 传统内部力模型 > Gunn > Luo。该实验结果表明,我们的模型能保证轮廓以更快的速度收敛。图 5 中内部力衰减曲线上存在的抖动,代表增删轮廓点所引起的内部力突变,影响了主动轮廓收敛的稳定性。相比于前 3 种模型,基于恒定曲率变化的内部力仅在第 50 和 300 次迭代附近有较小的突变,稳定性大大增强。

难度较高的灰度图像进行实验。模型见式(11),仍与前述 3 个具有代表性的模型相比。4 次实验的初始轮廓相同。图 6(a)显示的是图 6(b)中左下角方框内的图像力,其中, A、B、C 区具有相当大小的图像力,而拐角处的 D 区灰度差异很小,为弱特征区。我们期望轮廓收敛到 A、B、D 区,而已有模型由于强引力场 C 的存在,都未能停留在 D 区(弱特征区),如图 6(b)所示。对于基于恒定曲率变化的主动轮廓模型,考虑到 A 区和 B 区的图像力能够将轮廓吸引住,因此取较大的内部力权重,使轮廓显得较“硬”,从而抗拒来自 C 区的引力。实验结果如

在实际的分割中,首先使用一幅轮廓精确提取

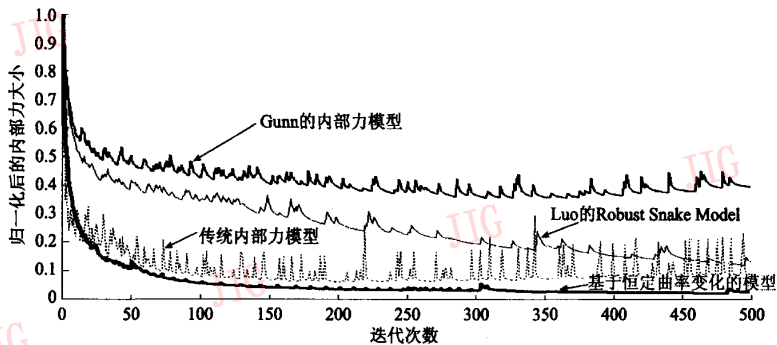


图 5 内部力的衰减速度对比

Fig. 5 Comparison of the decay speed of different models

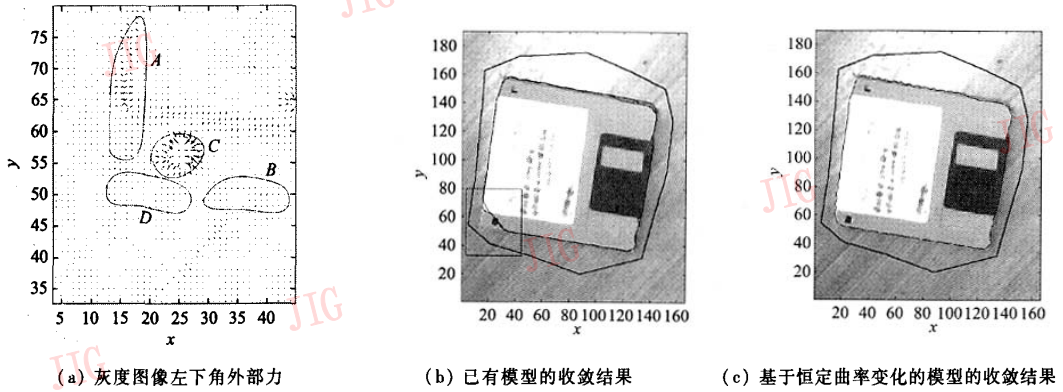


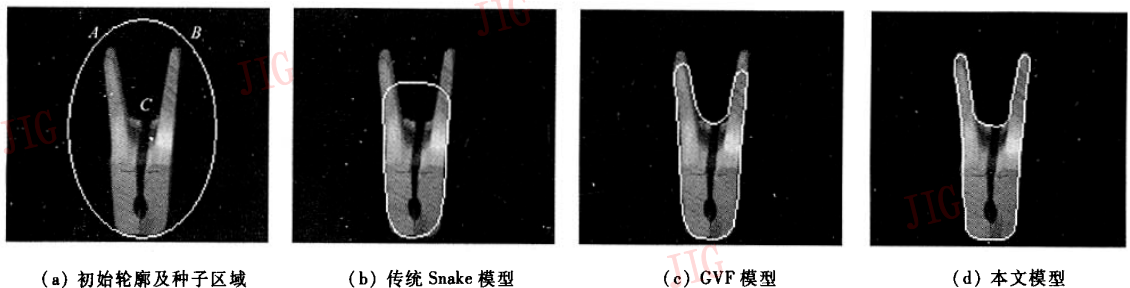
图 6 不同模型进行轮廓提取时的对比结果(坐标为像素点个数)

Fig. 6 Comparison of result on contour convergence(x, y : pixel number)

图 6(c)所示,精确地提取了期望目标的轮廓(实验中参数取为 $\alpha=1.4, \beta=0.5, \gamma=1.2$)。若加大已有模型的内力权重,其过平滑能力往往使得轮廓越过边角,因此得不到期望的效果。

此外还将模型与传统 Snake^[1]模型, GVF^[3]模型进行了对比。如图 7 所示,该图背景单一,分割的主要困难在于目标的轮廓较为复杂,轮廓上存在两个高曲率位置 A、B 和一个凹陷位置 C。图 7(a)中

的椭圆为初始轮廓,传统的主动轮廓模型具有较强的收缩作用,尽管经过多次参数调整(如加大外力的比重,降低内力中的二阶项),轮廓在 A、B、C 3 处均未正确收敛(图 7(b))。GVF 模型能够收敛到凹陷位置 C,但由于内力不具备缩放不变性,在轮廓的高曲率位置(A、B)产生了过平滑(图 7(c))。图 7(d)中本文模型在 A、B、C 3 点均收敛到期望位置,得到了较好的实验效果。



(a) 初始轮廓及种子区域

(b) 传统 Snake 模型

(c) GVF 模型

(d) 本文模型

图 7 单一背景中非规则轮廓的提取实验

Fig. 7 Nonregular contour extraction in uniform background

6 结论

通过分析传统内部力模型,对内部力模型发展过程中被广泛采用的局部平滑的条件提出质疑,然后由光滑性要求出发,基于恒定曲率变化构造了一种全新的内部力模型。与已有内部力模型相比,该模型首先保证了旋转、平移、缩放不变性,减弱了轮廓形变对内部力的影响;其次内部力仅用于保证轮廓的光滑连续,未引入其他的副作用(如收缩、过平

滑等等)。不仅降低了模型参数的选取难度,而且增强了精确提取目标轮廓的能力,能够成功提取存在高曲率位置的凹陷轮廓;最后,内部力衰减迅速,且对轮廓点的增删不敏感,保证了模型能够快速稳定地进行收敛。当然该模型也存在一些缺陷,例如对角点的处理不方便,这有待在今后的研究中进一步完善。

参考文献 (References)

- 1 Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models

- [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1988, 1(4): 321 ~ 331.
- 2 CHEN Hui-yong, CHEN Zong-hai. A review of the algorithm for active contour model[A]. In: *Simulation Technology & Application corpus*[C], China, Anhui, QianSan, 2003:190 ~ 197. [陈会勇, 陈宗海. 主动轮廓线模型的算法综述[A]. 见:系统仿真技术及其应用[C], 中国,安徽,潜山,2003: 190 ~ 197.]
- 3 Xu C, Prince J L. Snakes, shapes and gradient vector flow[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 359 ~ 369.
- 4 Staib L H, Duncan J S. Boundary finding with parametrically deformable models[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(11): 1061 ~ 1075.
- 5 SHI Yao-ming, BAO Xu-dong, WANG Zhun-liang. A novel multi-scale fast algorithm for edge detection based on DDCM active contour model[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2003, 8(3):256 ~ 260. [史耀明, 鲍旭东, 王遵亮. 一种改进型多尺度 DDCM 主动轮廓模型边界检测算法[J]. *中国图象图形学报*, 2003, 8(3):256 ~ 260.]
- 6 Gunn S R, Nixon M S. A robust snake implementation: A dual active contour [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(11): 63 ~ 68.
- 7 FENG Jiong, QI Fei-hu. Snake algorithm using growing phase analysis[J]. *Journal of Shang Hai Jiao Tong University*, 1999, 33(9):1149 ~ 1153. [冯炯, 戚飞虎. Snake 成长阶段的分析方法[J]. *上海交通大学学报*, 1999, 33(9): 1149 ~ 1153.]
- 8 Li X B, Wang J K. Adaptive balloon models [A]. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*[C], USA, Co, Ft. Collins,1999: 434 ~ 439.
- 9 Luo H, Lu Q, Acharya R S, *et al.* Robust snake model[A]. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*[C], USA, South Carolina, Hilton Head Island, 2000: 452 ~ 457.
- 10 Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(1): 61 ~ 79.
- 11 Cohen L D. On active contour models and balloons [J]. *CVGIP: Image understanding*, 1991, 53(2): 211 ~ 218.