

基于核的 Fisher 非线性最佳鉴别分析在 人脸识别中的应用

成新民¹⁾ 蒋云良^{1),2)} 胡文军¹⁾ 吴小红¹⁾

¹⁾(湖州师范学院信息工程学院, 湖州 313000) ²⁾(浙江大学计算机科学与技术学院, 杭州 310027)

摘要 抽取最佳鉴别特征是人脸识别中的重要一步。对小样本的高维人脸图像样本,由于各种抽取非线性鉴别特征的方法均存在各自的问题,为此提出了一种求解核的 Fisher 非线性最佳鉴别特征的新方法,该方法首先在特征空间用类间散度阵和类内散度阵作为 Fisher 准则,来得到最佳非线性鉴别特征,然后针对此方法存在的病态问题,进一步在类内散度阵的零空间中求解最佳非线性鉴别矢量。基于 ORL 人脸数据库的实验表明,该新方法抽取的非线性最佳鉴别特征明显优于 Fisher 线性鉴别分析(FLDA)的线性特征和广义鉴别分析(GDA)的非线性特征。

关键词 人脸识别 Fisher 非线性鉴别分析 核方法 小样本问题 病态问题

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)08-1395-06

Face Recognition Based on Kernel Fisher Nonlinear Optimal Discriminant Analysis

CHENG Xin-min¹⁾, JIANG Yun-liang^{1),2)}, HU Wen-jun¹⁾, WU Xiao-hong¹⁾

¹⁾(School of Information Engineering, Huzhou Teachers College, Huzhou 313000)

²⁾(College of Computer Science, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract Extracting the most discriminatory features is important in face recognition tasks. In the case of a small number of face samples, as the existed methods for extracting nonlinear most discriminatory face features encounter various problems. So a new method for extracting fisher nonlinear most discriminatory features is proposed in this paper. The fisher criterion is formulated using between-class scatter matrix and within-class scatter matrix based on kernel method. Thus nonlinear most discriminatory features are obtained. However, this method causes ill-problem. To solve this problem, we search optimal discriminant vectors in null space of within-class scatter matrix. Repeated experimental results on ORL database indicate that the proposed method significantly outperforms the Fisher linear discriminant analysis(FLDA) and generalized discriminant analysis(GDA).

Keywords face recognition, Fisher nonlinear discriminant analysis, kernel method, small sample size problem, ill-pose problem

1 引言

从人脸识别系统中抽取有较强鉴别力的人脸特征是关键的一步,好的特征可以提高分类器对其分类的性能,并将直接影响到最终识别效果的好坏。

在已有的各种特征抽取方法中, Fisher 线性鉴别分析(Fisher linear discriminant analysis, FLDA)被认为是较好的方法之一^[1,2]。此方法的基本思想是:在 Fisher 准则下,先求解最佳鉴别矢量,然后将高维的样本投影到最佳鉴别矢量张成的空间,使投影后的样本在低维空间中具有最大类间距离和最小类内距

基金项目:国家自然科学基金项目(60573056);浙江省自然科学基金项目(Z106335, Y105090)

收稿日期:2004-04-29;改回日期:2006-07-18

第一作者简介:成新民(1968 -),男,副教授。2004年获东南大学工学硕士学位。主要研究方向为图像信息处理、语音信号处理等。

E-mail: chengxinmin@hutc.zj.cn

离, 这样在低维空间中, 样本将有最佳的可分性。然而传统的 Fisher 鉴别分析是通过将样本进行线性变换来得到线性鉴别特征, 但这种线性变换的本质却限制了抽取样本更具鉴别力的非线性特征。目前已有几种基于核的非线性特征抽取方法, 如文献[3]的核 Fisher 鉴别分析 (kernel Fisher discriminant analysis, KFDA)、文献[4]的广义鉴别分析 (generalized discriminant analysis, GDA) 和文献[5],[6]的非线性鉴别分析方法。但这些方法对人脸图像识别问题均存在各自的问题, 例如文献[3]的 KFDA 方法仅能解决两类的分类问题, 并且其求解过程存在病态奇异问题; 文献[4]的 GDA 方法虽然可用于多类的分类问题, 但其 Fisher 准则是用总散度矩阵取代类内散度矩阵, 这样就丢失了类内散度矩阵的零空间, 对于小样本人脸图像识别问题来说, 由于此零空间包含了最具鉴别力的鉴别矢量, 因此 GDA 方法得到的特征从本质上说不是最优的; 文献[5],[6]的方法同样存在小样本病态奇异问题, 和文献[3]相同, 其虽可用规整化方法来解决, 然而规整化方法有以下两个缺点: 一是对不同人脸图像数据库难以确定一个最优的规整化参数, 通常是用实验的方法确定; 二是规整化后的类内散度阵发生了变化, 这样得到的鉴别矢量本质上已不是原问题所需要的最佳鉴别矢量。因此, 针对非线性特征抽取方法在小样本人脸识别中存在的问题, 本文提出了一种求解核 Fisher 非线性最佳鉴别特征的新方法。该方法具有以下特点: 首先由于利用了类内散度阵和类间散度阵作为 Fisher 鉴别准则, 并应用核方法得到 Fisher 非线性鉴别分析, 从而克服了文献[4]不能获得最佳鉴别矢量的缺点; 其次, 由于本文通过在类内散度阵的零空间中求解最佳鉴别矢量, 从而不但克服了用规整化方法求解病态特征方程的问题, 而且可以得到原问题所需要的 Fisher 非线性最佳鉴别特征。实验结果表明, 本方法抽取的非线性最佳鉴别特征明显优于 FLDA 的线性特征和 GDA 的非线性特征。

2 基于核的 Fisher 非线性鉴别分析

2.1 Fisher 线性鉴别分析

设有 C 个类别, 第 i 类有 N_i 个样本, 共有 N 个样本, $N = \sum_{i=1}^C N_i$, $\mathbf{x}_{i,j} \in \mathbf{R}^d$ 为第 i 类的第 j 个 d 维的

样本, 对人脸图像而言, 通常是将归一化好的图像按列或行拉直成向量, 因此 d 通常较大。类间散度矩阵 S_b 、类内散度矩阵 S_w 和总散度矩阵 S_t 定义如下:

$$S_b = \sum_{i=1}^C \frac{N_i}{N} (\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}) (\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}})^T \quad (1)$$

$$S_w = \sum_{i=1}^C \frac{N_i}{N} \sum_{j=1}^{N_i} (\mathbf{x}_{i,j} - \bar{\mathbf{x}}_i) (\mathbf{x}_{i,j} - \bar{\mathbf{x}}_i)^T \quad (2)$$

$$S_t = S_b + S_w \quad (3)$$

其中, $\bar{\mathbf{x}}_i$ 为第 i 类的均值向量, $\bar{\mathbf{x}}$ 为所有样本的均值向量,

$$\bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \mathbf{x}_{i,j}, \bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^{N_i} \mathbf{x}_{i,j}$$

由上述定义知, S_b 和 S_w 均为对称非负定阵。根据定义, S_w 和 S_b 可以写成如下的矩阵形式^[5]:

$$S_w = \frac{1}{N} \mathbf{X} \mathbf{D}_w \mathbf{X}^T \quad (4)$$

$$S_b = \frac{1}{N} \mathbf{X} \mathbf{D}_b \mathbf{Q}^T \mathbf{X}^T \quad (5)$$

其中,

$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_{1,1}, \mathbf{x}_{1,2}, \dots, \mathbf{x}_{1,N_1}, \mathbf{x}_{2,1}, \mathbf{x}_{2,2}, \dots, \mathbf{x}_{2,N_2}, \dots, \mathbf{x}_{c,1}, \mathbf{x}_{c,2}, \dots, \mathbf{x}_{c,N_c})$$

即将样本按类别顺序排列成 $d \times N$ 大小的矩阵。为使表达式简便, 可将 \mathbf{X} 中的样本 $\mathbf{x}_{i,j}$ 的下标用其在列数表示, 即可将 \mathbf{X} 改写为

$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N) \quad (6)$$

矩阵 \mathbf{D}_w 为 $N \times N$ 块对角阵

$$\mathbf{D}_w = \text{diag}(N_1 \mathbf{I}_{N_1} - \mathbf{1}_{N_1}, \dots, N_c \mathbf{I}_{N_c} - \mathbf{1}_{N_c})$$

矩阵 \mathbf{D}_b 为 $C \times C$ 大小的对角阵

$$\mathbf{D}_b = \text{diag}(N_1, N_2, \dots, N_c)$$

\mathbf{Q} 为 $N \times C$ 大小的矩阵

$$\mathbf{Q} = \text{diag}\left(\frac{1}{N_1} \mathbf{1}_{N_1 \times 1}, \dots, \frac{1}{N_c} \mathbf{1}_{N_c \times 1}\right) - \frac{1}{N} \mathbf{1}_{N \times c}$$

\mathbf{I}_{N_i} 为 $N_i \times N_i$ 的单位阵, $\mathbf{1}_{N_i}$ 为元素全为 1 的 $N_i \times N_i$ 大小矩阵, $\mathbf{1}_{N_i \times 1}$ 为元素全为 1 的 N_i 维列向量。

FLDA 的目的是利用类间散度阵和类内散度阵, 求解最佳鉴别矢量 \mathbf{w} , 使如下的 Fisher 准则函数最大化

$$J(\mathbf{w}) = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{S}_b \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{S}_w \mathbf{w}} \quad (7)$$

由矩阵理论中的广义 Rayleigh 商定理知, 求解满足此准则的最佳鉴别矢量 \mathbf{w} , 相当于求解如下广义特征方程的最大特征值所对应的特征向量, 即

$$\mathbf{S}_b \mathbf{w} = \lambda_i \mathbf{S}_w \mathbf{w} \quad (8)$$

对高维人脸图像而言,由于图像样本均是独立采集得到,样本之间相互独立,因此类间散度矩阵 S_b 的秩为 $rank(S_b) = C - 1$,即上式的广义特征方程最多有 $C - 1$ 个非零特征值,其所对应的 $C - 1$ 个特征向量 $w_1, w_2, \dots, w_{C-1} \in R^d$ 即是最佳 Fisher 鉴别矢量。用最佳鉴别矢量集构成的变换阵 W 对样本 $x \in R^d$ 降维,即可得到样本的 $C - 1$ 个最佳鉴别特征。

$$\begin{aligned} Y &= (y_1, y_2, \dots, y_{C-1})^T \\ &= (w_1, w_2, \dots, w_{C-1})^T X \\ &= W^T X \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $W = (w_1, w_2, \dots, w_{C-1})$ 。

由于特征 y 在低维的 R^{C-1} 空间具有最大类间距离和最小类内距离,因此在低维空间中样本特征具有最佳的可分离性。

2.2 基于核的 Fisher 非线性最佳鉴别分析

基于核的 Fisher 非线性最佳鉴别分析的基本思想是,先对样本进行非线性变换,将其映射到特征空间 F 中,然后在特征空间进行 Fisher 线性鉴别分析。设非线性变换为 $\Phi: R^d \rightarrow F$,则由训练样本构成的矩阵 $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 和待识别样本 y 经非线性映射变换后变为

$$X_\bullet = (\Phi(x_1), \Phi(x_2), \dots, \Phi(x_N)) \text{ 和 } \Phi(y)$$

由再生核理论可知,样本经非线性变换后在特征空间中的内积运算,可用满足 Mercer 条件的一个对称核函数 $k(x, y)$ 完成,即

$$k(x, y) = \Phi(x)^T \Phi(y) \quad (10)$$

此核函数 $k(x, y)$ 需满足如下的 Mercer 条件:

$$\text{对任意的 } \varphi(x) \neq 0 \text{ 且 } \int \varphi(x)^2 dx < \infty, k(x, y)$$

$$\text{满足 } \iint \varphi(x) k(x, y) \varphi(y) dx dy > 0$$

满足此 Mercer 条件的 $k(x, y)$ 称为正定核函数,常用的有以下两种形式:

(1) 多项式核函数: $k(x, y) = (x^T y + 1)^p$, 其中 p 为多项式阶数;

(2) 径向基核函数: $k(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x - y\|^2}{2\sigma^2}\right)$ 利

用核函数 $k(x, y)$ 即可定义以下矩阵

$$K = X_\bullet^T X_\bullet \quad (11)$$

由核函数 $k(x, y)$ 的定义可知, $N \times N$ 大小的矩阵 K 的第 i 行第 j 列元素为 $k(x_i, y_j)$ 。和式(4)和式(5)的矩阵表示类似,样本经非线性变换映射到特征空间后,类内散度矩阵 S_w 和类间散度矩阵 S_b 可写为

如下的矩阵形式:

$$S_w^\bullet = \frac{1}{N} X_\bullet D_\bullet X_\bullet^T \quad (12)$$

$$S_b^\bullet = \frac{1}{N} X_\bullet \Omega D_\bullet \Omega^T X_\bullet^T \quad (13)$$

其中, $X_\bullet = (\Phi(x_1), \Phi(x_2), \dots, \Phi(x_N))$ 。

由上述定义可看出, S_w^\bullet 和 S_b^\bullet 均为对称非负定阵。

与线性 Fisher 鉴别分析相同,非线性 Fisher 鉴别分析是在特征空间中求解最佳鉴别矢量 w_\bullet ,使得如下的 Fisher 准则最大

$$J(w_\bullet) = \frac{w_\bullet^T S_b^\bullet w_\bullet}{w_\bullet^T S_w^\bullet w_\bullet} \quad (14)$$

由于核方法的特点是非线性映射的具体形式未知,因此无法直接计算式(14)。但根据再生核理论,在特征空间中,由于最佳鉴别矢量 w_\bullet 在所有训练样本 $\Phi(x_1), \Phi(x_2), \dots, \Phi(x_N)$ 所张成的空间内,因此可写成所有训练样本的线性组合,即有

$$w_\bullet = \sum_{i=1}^N a_i \Phi(x_i) = X_\bullet \alpha \quad (15)$$

其中, α 为 N 维列向量 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_N)^T$ 。

将上式的 w_\bullet 和式(12)、式(13)代入 Fisher 准则,并利用定义的矩阵 K ,则得到的关于矢量 α 的 Fisher 准则为

$$\begin{aligned} J(\alpha) &= \frac{\alpha^T X_\bullet^T X_\bullet \Omega D_\bullet \Omega^T X_\bullet^T X_\bullet \alpha}{\alpha^T X_\bullet^T X_\bullet D_\bullet X_\bullet^T X_\bullet \alpha} \\ &= \frac{\alpha^T K \Omega D_\bullet \Omega^T K \alpha}{\alpha^T K D_\bullet K \alpha} \\ &= \frac{\alpha^T S_b^\bullet \alpha}{\alpha^T S_w^\bullet \alpha} \end{aligned} \quad (16)$$

其中,

$$S_w^\bullet = K D_\bullet K \quad (17)$$

$$S_b^\bullet = K \Omega D_\bullet \Omega^T K \quad (18)$$

这样求解核 Fisher 最佳鉴别矢量 w_\bullet 就转化为求解使式(16)的 Fisher 准则函数达到最大值的最佳矢量 α 的问题。求解此最佳矢量 α 等价于求解如下与广义特征方程式的非零特征值对应的特征矢量

$$S_b^\bullet \alpha = \lambda S_w^\bullet \alpha \quad (19)$$

由于样本可以独立取样得到,因此 S_w^\bullet 的秩为 $C - 1$,若 S_w^\bullet 非奇异,则此广义特征方程有 $C - 1$ 个非零特征值,其所对应的 $C - 1$ 个特征矢量 $\alpha_k (k = 1, 2, \dots, C - 1)$ 即为满足式 Fisher 准则的最佳矢量。由 α_k 和式(15)即可得到核 Fisher 的非线性最佳鉴

别矢量 $w_{\phi, i} = X_{\phi} \alpha_i$ 。由此可看出,由于非线性映射的具体形式未知,不能直接求出 $w_{\phi, i}$,但利用核函数就可直接将变换后样本 $\Phi(x)$ 投影到 $w_{\phi, i}$ 上得到非线性最佳鉴别特征

$$y_i = w_{\phi, i}^T \Phi(x) = \alpha_i^T X_{\phi}^T \Phi(x) = \alpha_i^T K_x \quad (20)$$

$$(k = 1, 2, \dots, C - 1)$$

其中, K_x 为 N 维列向量

$$K_x = (k(x_1, x), k(x_2, x), \dots, k(x_N, x))^T$$

这样就得到了原 d 维样本 x 的 $C - 1$ 维 Fisher 非线性鉴别特征

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_{C-1})^T$$

2.3 病态问题分析及其解决方法

上述基于核的 Fisher 非线性鉴别分析均假定 S_{ϕ}^* 非奇异。对于独立取样得到的人脸图像样本,由于用核函数计算得到的矩阵 K 的秩为 N ,因此 K 为满秩矩阵,而 $N \times N$ 大小的对角阵 D_{ϕ} 的秩为 $N - C$, D_{ϕ} 必为奇异阵,因此 S_{ϕ}^* 也必为奇异阵,这样无法直接求解式(19)的广义特征方程,此问题即为 2.2 节的核 Fisher 非线性鉴别分析存在的病态问题。求解此类病态问题通常用规整化方法,其基本思想是对奇异矩阵加上一个小的扰动矩阵 ϵI ,其中 I 为单位阵, ϵ 为一个小的规整化常数,它用于使得相加后 S_{ϕ}^* 变为非奇异阵。规整化方法的缺点是,首先没有一个统一的标准用来确定一个最佳的规整化常数,通常是用实验的方法来确定;其次是规整化后的矩阵 S_{ϕ}^* 已发生变化,这样求出的鉴别矢量本质上已不是原问题所要求解的最佳鉴别矢量。针对规整化方法存在的问题,本文通过在 S_{ϕ}^* 的零空间中求解最佳矢量 α 来得到样本的非线性最佳鉴别特征,先进行如下分析:

首先由于 S_{ϕ}^* 为非负定阵,对任意矢量 α 有 $\alpha^T S_{\phi}^* \alpha \geq 0$,这样,若 $\alpha^T S_{\phi}^* \alpha = 0$,则 Fisher 准则(式(14))的分母可达到最小, Fisher 准则函数可达到最大值,因此可知满足条件 $\alpha^T S_{\phi}^* \alpha = 0$ 的 α 为最佳矢量。从矩阵理论知,若非负定阵 S_{ϕ}^* 存在等价关系 $\alpha^T S_{\phi}^* \alpha = 0 \Leftrightarrow S_{\phi}^* \alpha = 0$,则由此等价式可知,使 Fisher 准则达到最大值的最佳矢量 α 必在 S_{ϕ}^* 的零空间 $null(S_{\phi}^*)$ 中,即 $\alpha \in null(S_{\phi}^*)$ 。因此本文在 $null(S_{\phi}^*)$ 中求解最佳矢量,即首先将矢量 α 变换到 $null(S_{\phi}^*)$ 中,然后通过重新定义 Fisher 准则求出 $null(S_{\phi}^*)$ 中的最佳矢量,最后再通过变换得到最佳矢量 α 。由于 $N \times N$ 大小的矩阵 S_{ϕ}^* 的秩为 $N - C$,

因此零空间 $null(S_{\phi}^*)$ 的维数为 C 维,其可通过求解与 S_{ϕ}^* 的零特征值对应的特征向量得到。根据上述分析,求解最佳矢量 α 的具体算法如下:

设与 S_{ϕ}^* 的零特征值对应的正交归一化的特征向量为 $\beta_k (k = 1, 2, \dots, C)$, 令

$$P = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_C) \quad (21)$$

显然 P 为列正交阵,即 $P^T P = I$

由于 $\alpha \in null(S_{\phi}^*)$, 因此存在 C 维的列矢量 $\xi \in R^C$, 使得

$$\alpha = P \xi \quad (22)$$

此时由于 $\alpha^T S_{\phi}^* \alpha = 0$, 因此重新定义 Fisher 准则函数为

$$J(\alpha) = \alpha^T S_{\phi}^* \alpha \quad (23)$$

将 $\alpha = P \xi$ 代入此准则,则所得到的求解矢量 ξ 的准则函数为

$$J(\xi) = \xi^T P^T S_{\phi}^* P \xi = \xi^T \tilde{S}_{\phi}^* \xi \quad (24)$$

其中, $\tilde{S}_{\phi}^* = P^T S_{\phi}^* P$ 。

求解矢量 ξ 使准则(式(24))达到最大,等价于求解如下与特征方程的最大特征值对应的特征矢量

$$\tilde{S}_{\phi}^* \xi = \lambda \xi \quad (25)$$

\tilde{S}_{ϕ}^* 秩为 $C - 1$, 解此特征方程即可求出 $C - 1$ 个非零特征值,其所对应的 $C - 1$ 个特征矢量就是最佳矢量 $\xi_k (k = 1, 2, \dots, C - 1)$, 再由式(22)就可得到 $C - 1$ 个最佳矢量,即

$$\alpha_k = P \xi_k \quad (k = 1, 2, \dots, C - 1) \quad (26)$$

这样就避免了直接求解病态广义特征方程的问题,也解决了求解核 Fisher 非线性最佳鉴别特征存在的病态问题。本方法的计算步骤如下:

- (1) 利用式(12), (13) 计算训练样本的类内散度矩阵 S_{ϕ}^* 和类间散度矩阵 S_b^* ;
- (2) 计算与 S_{ϕ}^* 的零特征值对应的正交归一化的特征向量 $\beta_k (k = 1, 2, \dots, C)$, 得到变换矩阵 $P = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_C)$;
- (3) 用 P 对 S_{ϕ}^* 进行变换得到 $\tilde{S}_{\phi}^* = P^T S_{\phi}^* P$;
- (4) 计算与 \tilde{S}_{ϕ}^* 的 $C - 1$ 个非零特征值对应的特征矢量 $\xi_k (k = 1, 2, \dots, C - 1)$;
- (5) 由式(26) 计算得到 $C - 1$ 个最佳矢量 $\alpha_k = P \xi_k$;
- (6) 由式(20) 得到样本的 $C - 1$ 个非线性最佳鉴别特征 $y_k = \alpha_k^T K_x (k = 1, 2, \dots, C - 1)$ 。

3 实验结果和分析

为检验本方法对抽取小样本人脸的非线性最佳

鉴别特征的有效性,用 ORL 标准人脸数据库进行了测试。ORL 人脸数据库由 40 个人,每人 10 幅 112×92 pixels 的灰度图像组成。这些图像有的拍摄于不同时期;有的人脸表情和细节均有不同程度的变化,例如有笑与不笑、睁眼或闭眼、戴或不戴眼镜;有的人脸姿态也有一定变化,例如深度旋转和平面旋转可达到 20%;另外人脸尺度也有多达 10% 的变化,图 1 为数据库中部分人脸的图像。为降低计算量,先对每幅人脸图像进行 1 级小波变换,然后将变换后的低频分量再经 1 级小波变换,把得到的低频分量作为特征,这样每幅图像就缩小为 28×23 pixels,最后将每幅图像的像素值归一化到 $[0, 1]$ 区间内,再按列拉直成向量,每个人脸图像样本的特征维数为 $28 \times 23 = 644$ 维。图 2 为对应的两级小波变换图像。



图 1 ORL 数据库中的部分人脸图像
Fig.1 Part of face images on ORL database



图 2 两级小波变换的图像
Fig.2 Images of two stage wavelet transform

实验时,将 40 个人的 400 幅图像随机分成两组,一组作为训练样本,一组作为测试样本,两组之间的样本没有重叠,即测试样本不包含在训练样本中,每类别所选样本数均相同。总类别数为 40,因此最多可得 39 个核 Fisher 非线性最佳鉴别特征。实验均用最近邻准则分类。为消除单次选择样本的随机性,每次实验均重复进行 20 次,最后取平均识别率。首先对取不同训练样本数和不同特征数对识别率的影响进行了实验,并和文献[1]的 FLDA 方法和文献[4]的 GDA 方法进行了比较,每次实验用

不同方法所得的结果均是用相同训练样本和测试样本得到的。本文的核 Fisher 非线性鉴别分析方法和 GDA 方法中都取 3 阶多项式核函数。

图 3 为取不同特征数时对识别率的影响。每类取 5 个样本共 200 个训练样本,剩下的 200 个样本作为测试样本。由实验结果可看出,本文的 KFDA 方法在特征数较少时仍能得到较高的识别率,因为其对特征数的变化不敏感;而 GDA 方法和本文 FLDA 方法的识别结果近似相同,其中 FLDA 方法在较少特征数时的识别率较低,因为其对特征数的变化较敏感。

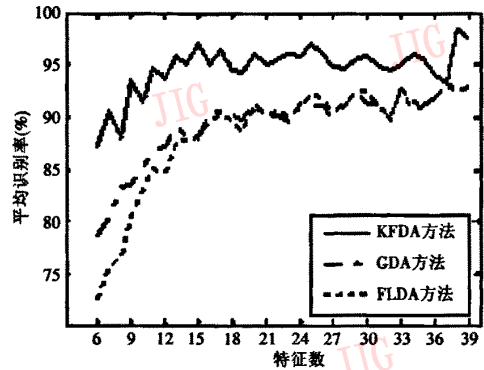


图 3 取不同特征数时的平均识别率
Fig.3 Average recognition rate of choosing different features number

为比较本文 KFDA 和 GDA 方法的优劣,采用多项式核函数取不同阶数时的识别性能进行衡量。实验时每类随机选取 5 个样本作为训练样本,剩下的样本作为测试样本。表 1 为采用不同方法所取得的平均识别率,由表 1 可看出,当取 2 阶或 3 阶时,两种方法可得到各自较好的结果,但在相同的训练样本、测试样本和相同的多项式阶数条件下,本文 KFDA 方法的识别率仍高于 GDA 方法。

表 1 本文 KFDA 和 GDA 方法中多项式核函数取不同阶数时的平均识别率

Tab.1 Average recognition rate of multinomial kernel function choosing different steps in KFDA and GDA

阶数	平均识别率(%)				
	p=2	p=3	p=4	p=5	p=6
本文 KFDA 方法	96.8	96.3	94.2	95.1	94.5
GDA 方法	94.7	93.4	91.1	89.7	89.4

最后比较了用本文 KFDA 和 GDA 方法所得到的非线性鉴别特征的可行性。在 4 个类别中随机选取 5

个样本进行实验,用两种方法分别抽取每个样本的前两个最佳鉴别特征。图 4 和图 5 为每个样本用前两个最佳鉴别特征表示的散点图,其中, \bullet , \times , $+$, $*$ 分别表示 4 个类别。比较两图可看出,由于本文的 KFDA 方法用类间散度阵和类内散度阵构成 Fisher 准则,因此所得特征的类间散度较 GDA 方法大,而类内散度则较 GDA 方法小,可见本文 KFDA 方法所得特征较 GDA 方法的所得特征有更好的类可分性。

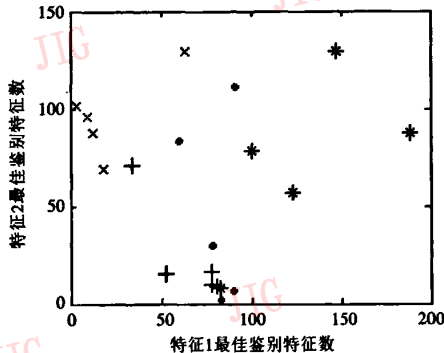


图 4 GDA 方法得到的两个最佳鉴别特征

Fig. 4 Two best discriminatory features using the method of GDA

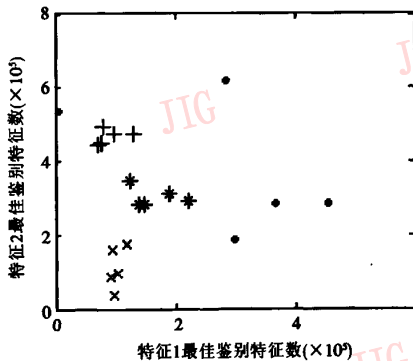


图 5 KFDA 方法得到的两个最佳鉴别特征

Fig. 5 Two best discriminatory features using the method of KFDA

4 结 论

由于基于核的 Fisher 非线性鉴别分析方法,利用了类间散度阵和类内散度阵作为 Fisher 准则,因此可以得到优于 GDA 方法的非线性鉴别特征。针对人脸识别的小样本问题,本文提出的 KFDA 方法避免了因直接求解病态广义特征方程而得到的非线

性最佳鉴别特征。实验结果表明,对小样本人脸识别问题,用本文的方法抽取人脸特征进行识别,在不同的样本数和特征数条件下,识别率均明显优于 FLDA 的线性最佳鉴别特征和 GDA 的非线性特征鉴别方法,且识别率均有较好的稳定性。

参考文献 (References)

- 1 Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using class special linear projection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711 ~ 720.
- 2 Daniel L S, Weng J. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(8): 831 ~ 836.
- 3 Mika S, Ratsch G, Weston J, et al. Fisher discriminant analysis with kernels [A]. In: Proceedings of IEEE International Workshop on Neural Networks for Signal Processing IX [C], Madison, Wisconsin, USA, 1999: 41 ~ 48.
- 4 Baudat G, Anouar F. Generalized discriminant analysis using a kernel approach [J]. Neural Computation, 2000, 12(10): 2385 ~ 2404.
- 5 Ma J, Theiler J, Perkins S. Two realizations of a general feature extraction framework [J]. Pattern Recognition, 2004, 37(5): 875 ~ 887.
- 6 Ma J, Sancho-Gómez J L, Ahalt S C. Nonlinear multiclass discriminant analysis [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 10(7): 196 ~ 199.
- 7 Muller K, Mika S, Ratsch G, et al. An introduction to kernel-based learning algorithms [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2001, 12(2): 181 ~ 201.
- 8 Vapnik V N. The Nature of Statistical Learning Theory [M]. New York: Springer-Verlag, 1995.
- 9 Yuen P C, Dai D Q, Feng G C. Wavelet based PCA for human face recognition [A]. In: Proceedings of IEEE Southwest Symposium on Image Analysis and Interpretation [C], Tucson, Arizona, USA, 1998: 223 ~ 228.
- 10 Chien J T, Wu C C. Discriminant waveletfaces and nearest feature classifiers for face recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(12): 1644 ~ 1649.
- 11 Chen L, Liao H, Ko M, et al. A new LDA based face recognition system which can solve the small sample size problem [J]. Pattern Recognition, 2000, 33(10): 1713 ~ 1726.
- 12 Zhang Ming-chun. Matrix Theory [M]. Nanjing: Southeast University Press, 1995. [张明淳. 工程矩阵理论 [M]. 南京: 东南大学出版社, 1995.]
- 13 Bian Zhao-qi, Zhang Chang-shui, Zhang Xue-gong. Pattern Recognition [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. [边肇祺, 张长水, 张学工. 模式识别 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.]