

图像梯度场的 Gamma 混合分布模型及其求解

蔡岭¹⁾ 董方敏¹⁾ 刘勇¹⁾ 肖人彬²⁾

¹⁾(三峡大学 电气信息学院, 宜昌 443002) ²⁾(华中科技大学 CAD 中心, 武汉 430074)

摘要 梯度是图像处理中常用的重要信息,但目前还缺乏较准确的数学模型来描述图像梯度与图像组成之间的联系。为此,在分析图像梯度直方图的特点的基础上,提出了一种基于 Gamma 混合分布的梯度数学模型,随后推导了基于 EM 算法的模型求解方法,最后通过应用实例和结果分析验证了该模型的准确性和有效性。

关键词 梯度场 Gamma 混合分布 EM 算法 参数估计

中图法分类号: TP391.41 TN911.73 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2006)12-1750-08

Hybrid Gamma Distribution Model of Image Gradient Filed and Its Solution

CAI Ling¹⁾, DONG Fang-min¹⁾, LIU Yong¹⁾, XIAO Ren-bin²⁾

¹⁾ College of Electrical and Information Technology, Three Gorges University, Yichang 443002)

²⁾ CAD Center, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract The Gradient is important information which is frequently used in image processing, while there is hardly any accurate mathematics model to describe the relationship between image gradient and image module at present. Therefore, after analyzing the character of image gradient histogram, a mathematics model based on Gamma distribution is proposed, and then a solution to the model found on EM algorithm is presented. At last, accuracy and validity of the model are verified by an application example and result analysis.

Keywords gradient field, mixed gamma distribution, EM algorithm, parameter estimation

1 引言

梯度在物理学中常用于描述温度、压力等物理量的变化率,在数字图像处理则常用于描述图像灰度在空间中的变化状况。由于图像边缘具有不连续性的重要特征,梯度值大的像素点是边缘的可能性也较大,故梯度信息在很多图像处理算法如边缘检测、特征检测等作为算法的关键处理数据。Canny 算子^[1]根据高、低门限修补不连续轮廓的思想,在梯度场中选择 T_1 和 T_2 两个梯度阈值将图像分成两个部分,高阈值除去了大部分噪声,而低阈值的分割

部分则保留了较多信息,两者互补地进行边缘连接以获得最后结果。但 Canny 算子对整幅图像采用固定的高、低阈值进行分割,使得算法的自适应能力差,自动化程度较低。针对于 Canny 算法中存在的不足,文献[2]提出了一种自适应的改进算法,利用图像梯度直方图中像素最大值 H_{\max} (拥有最多像素的梯度值)和像素最大值方差 R_{\max} (全部像素相对于 H_{\max} 的方差)动态计算梯度分割的高低阈值 T_1 和 T_2 ,在一定范围内提高了算法自动化程度。文献[3]中则利用形态学梯度算子计算图像梯度直方图后,设置梯度均值与标准差的和为阈值对梯度图分割。除了以上这些利用统计学知识设置分割阈值

基金项目: 国家自然科学基金项目(70150001)

收稿日期: 2005-07-25 改回日期: 2005-10-16

第一作者简介: 蔡岭(1979~)男,现为三峡大学计算机系硕士研究生。主要研究方向为数字图像处理、模式识别、信息系统。

E-mail: xl_sun@sina.com.

的研究外,还有一些研究者从其他方向上对梯度阈值做了研究,如引入模糊划分熵的概念,以最大熵原理设计了一种分割阈值选取方法^[4];以梯度结合灰度的方法形成 2 维的散射图,在 2 维范围内选取阈值^[5]。

以上阈值选择方法普遍存在的不足是,它们不能定量描述所选阈值与图像组成之间的关系,所以也不能估计所选阈值的正确性和按性能要求定制所需阈值。对于如何的设定阈值,几乎没有什么方法可循,在自动设定阈值方面只有一些有限的尝试^[6]。其根本原因是梯度场没有类似于灰度场的数学模型,故如何确定梯度阈值以及如何衡量阈值大小与最终结果之间的关系这些问题都不能定量计算。因此,解决图像梯度阈值问题的根本方法就是建立其相应的数学模型。本文中借鉴图像灰度场的数学模型,根据梯度直方图特点,提出图像梯度场是混合 Gamma 分布的假设,建立了理想图像梯度分布模型和噪声图像梯度分布模型,并采用 EM 算法进行求解。

2 图像梯度分布模型

2.1 图像梯度场分布模型假设

直方图是图像分割和分析中常用的信息表达方式,它从整体上反映了图像变化状况。在图像灰度场模型中,灰度直方图一般具有双峰性和近似对称性。文献[7]中假设前景灰度和背景灰度符合高斯分布,其整体符合高斯混合分布并建立了相应模型,通过对该模型样本值进行参数估计而获得所需参数,确定灰度阈值将图像分成前景和背景两个部分。

尽管不同类型图像的灰度直方图形状千差万别,但梯度直方图却十分相似,都呈现出一种单峰、不对称的形状,因此常用于灰度直方图选择阈值的方法如最大熵原则^[8]等都不适用于梯度直方图。Gamma 分布是一种广泛应用于天气气象和建筑材料中的概率模型,常用来估计区域的降雨和水文中的洪水^[9]。经观察发现:图像梯度直方图形状与 Gamma 分布比较相似,同时考虑到图像一般也是由边缘和非边缘两部分组成,由此可假设图像中边缘和非边缘点的梯度都符合 Gamma 分布而不是灰度直方图中的高斯分布。

2.2 图像梯度分布模型

根据以上假设,可采用图像中边缘和非边缘两部分的加权和组成整体梯度分布(实际测试中发现梯度平方值更加符合该分布),该模型可描述为

$$G(x) = p_0 \frac{x^{\alpha_0-1} e^{-x/\beta_0}}{\Gamma(\alpha_0) \beta_0^{\alpha_0}} + p_1 \frac{x^{\alpha_1-1} e^{-x/\beta_1}}{\Gamma(\alpha_1) \beta_1^{\alpha_1}} \quad (1)$$

其中, $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt$, $a > 0$, $p_0 + p_1 = 1$ 。

以上模型是没有考虑噪声的图像梯度场分布模型,但实际中有相当一部分被噪音污染过的图像存在。对于轻度污染图像中所存在的噪音可认为是属于非边缘的一部分,因此式(1)所示模型在一定噪音范围内仍是适用的。但对于包含了边缘、非边缘、强独立噪音多个组成部分的污染图像,式(1)所示模型就无法准确描述。针对噪音问题,通过修正式(1)模型而得到含噪音信息的梯度场模型:

$$G(x) = p_0 \frac{x^{\alpha_0-1} e^{-x/\beta_0}}{\Gamma(\alpha_0) \beta_0^{\alpha_0}} + p_1 \frac{x^{\alpha_1-1} e^{-x/\beta_1}}{\Gamma(\alpha_1) \beta_1^{\alpha_1}} + p_2 \frac{x^{\alpha_2-1} e^{-x/\beta_2}}{\Gamma(\alpha_2) \beta_2^{\alpha_2}} \quad (2)$$

其中 $p_0 + p_1 + p_2 = 1$ 。当 p_2 为 0 时,式(2)就退化成式(1),实际上可认为式(1)是式(2)的特例情况。

2.3 模型求解策略

虽然大多数图像的梯度直方图比较相似,但其中所包含的边缘、非边缘、强独立噪音各部分成分比例、结构各不相同,因此不可能采用固定参数($p_0, \alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$)来描述所有梯度场分布,而是需针对具体图像求解出与自身相符合的函数参数。当分析一个具体图像梯度场时,可认为所有梯度值都是样本。需从这些样本中估计式(1)存在的 5 个未知参数 $p_0, \alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$ 以获得对应于该梯度场的模型函数 $G(x)$ 。

统计学中讲述了多种用于参数估计的方法,常用的有最大似然估计、矩估计等,但这些方法比较适用于单分布模型的参数估计问题,对于解决类似于式(1)这样的混合分布问题则无能为力,因此采用解决混合密度分解问题的经典 EM 算法的基本思路对该模型进行求解。

3 模型参数估计

1977 年由 Dempster 等人提出了从隐藏样本或不完整样本中估计参数的 EM 算法^[10],并成功用于解决高斯混合分布的参数估计问题^[11,12]。这些年

来,EM 已成为解决混合密度分解问题的经典算法。由于高斯模型在各方面广泛应用,EM 算法大多被用于求解高斯混合模型的参数估计问题,尤其是在图像分割^[7,13]方面。为了解决以上假设 Gamma 混合模型的参数估计问题,下面将 EM 算法推广到 Gamma 分布中,并给出相应的求解公式。

3.1 EM 算法简介

EM 算法是一个迭代求解过程,从一组初始值开始不断地重估模型参数。迭代过程大致上可划分为两步: E 步(求隐藏随机变量的分布),M 步(最大化目标函数)。在 E 步中假设当前估计的模型参数是准确的,用它计算求得隐藏随机变量的分布。在 M 步中又假设当前的概率分布是正确的,重估模型参数使评价函数最大化。经过反复迭代,算法最终收敛到最佳估计值。EM 算法的收敛性已在文献^[14]中被证明。算法中需最大化的评价函数定义为

$$Q(\theta, \theta^{(i-1)}) = E[\log p(x, y | \theta) | x, \theta^{(i-1)}] \quad (3)$$

其中, θ 为要求解的参数,对于本文模型, θ 是 $(p_0, \alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1)$ 。 $\theta^{(i-1)}$ 为迭代过程中前一次估计值。新估计值 $\theta^{(i)}$ 是使目标函数取最大时的变量,即 $\theta^{(i)} = \arg \max_{\theta} Q(\theta, \theta^{(i)})$ 。

通过 E 步和 M 步反复迭代计算,每次迭代过程中都使 $\log p(x, y | \theta)$ 增加,算法最终将收敛到一个稳定的 θ 值。目标函数在离散情况下可简化为^[10,11]:

$$Q(\theta, \theta^g) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \log(a_j) p(l | x_i, \theta^g) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \log(p(x_i | \theta_j)) p(l | x_i, \theta^g) \quad (4)$$

式中的 M 为组成部分的数量,针对式(1)描述的边缘和非边缘两个组成部分, M 应当取 2;对于式(2)描述的强噪音情况, M 则应该取 3。为了在式(3)中方便区分,将式(1)、(2)中的 p 字母在式(3)中用 a 代替。而 θ_j 即是 Gamma 分布的两个重要参数 α 和 β 。 $p(l | x_i, \theta^g)$ 是在当前参数 θ^g 下样本 x_i 属于 l 子部分的概率。简化后的公式被分成了两个部分:一个是关于加权系数 a_l 的;另一个关于 Gamma 参数 α 和 β 。由于这两个部分不存在什么联系,只需使其都取最大值,整个评价函数自然也就是最大化了。

3.2 加权系数估计

对于模型各部分加权系数 p_l (也就是式(4)中

的 a_l) 的估计,即是在约束条件 $\sum_{l=1}^M a_l = 1$ 下,使

$$\sum_{l=1}^M \sum_{i=1}^N \log(a_l) p(l | x_i, \theta^g)$$

最大化的 a_l 取值问题。

对于该问题,特引入拉格朗日乘数 λ 构造辅助函数

$$L(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_M) = \sum_{l=1}^M \sum_{i=1}^N \log(a_l) p(l | x_i, \theta^g) + \lambda \left(\sum_{l=1}^M \alpha_l - 1 \right) \quad (5)$$

对每个 α_l 分别求偏导可得

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_l} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{a_l} p(l | x_i, \theta^g) + \lambda = 0 \quad (6)$$

令所有 α_l 之和为 1,可得 $\lambda = -N$ 。因此 $a_l =$

$\left(\sum_{i=1}^N p(l | x_i, \theta^g) \right) / N$ 时, $Q(\theta, \theta^g)$ 有最大值。 a_l 计算式中不涉及到具体密度函数形式(也就与 $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$ 无关)是较独立的求解过程,所以这个过程与求解混合高斯分布时相同。重要的是参数 α 和 β 取何值时使式(3)最大化,这也是本文的重点所在。

3.3 Gamma 分布参数估计

将式(1)或式(2)代入式(4)的 $\sum_{i=1}^N \log(p_l | (x_i | \theta_l)) p(l | x_i, \theta^g)$ 中得到关于 Gamma 参数的估计

$$(\alpha - 1) \sum_{i=1}^N \log x_i p(l | x_i, \theta^g) - \sum_{i=1}^N x_i p(l | x_i, \theta^g) / \beta - (\log \Gamma(\alpha) + \alpha \log \beta) \sum_{i=1}^N p(l | x_i, \theta^g) \quad (7)$$

其中的系数 $\sum_{i=1}^N \log x_i p(l | x_i, \theta^g) / \sum_{i=1}^N p(l | x_i, \theta^g)$, $\sum_{i=1}^N x_i p(l | x_i, \theta^g)$ 和 $\sum_{i=1}^N p(l | x_i, \theta^g)$ 都是常数,为了方便,记

$$X_1 = \left(\sum_{i=1}^N \log x_i p(l | x_i, \theta^g) \right) / \sum_{i=1}^N p(l | x_i, \theta^g)$$

$$X_2 = \left(\sum_{i=1}^N x_i p(l | x_i, \theta^g) \right) / \sum_{i=1}^N p(l | x_i, \theta^g)$$

则式(7)可简化为一个关于 α, β 的函数

$$f(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^N p(l | x_i, \theta^g) [X_1(\alpha - 1) - X_2/\beta - (\log \Gamma(\alpha) + \alpha \log \beta)] \quad (8)$$

$\sum_{i=1}^N p(l | x_i, \theta^g)$ 是常量,不予考虑,只需对中括号内的部分求最大值。其一阶导数为

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = (X_1 - \alpha \log \Gamma(\alpha)) / \alpha(\alpha) - \log \beta \quad (9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \frac{1}{\beta^2} (X_2 - \alpha \beta) \quad (10)$$

令式 (10) 为 0, 可得 $\beta = X_2/\alpha$, 将其代入式 (9) 中得

$$g(\alpha) = \log\alpha - \alpha(\log\Gamma(\alpha))/\partial\alpha = \log X_2 - X_1 \quad (11)$$

理论上已经证明 $g(\alpha)$ 在 $(0, \infty)$ 区间上从 ∞ 单调递减到 0, 因此式 (11) 在 $(0, \infty)$ 范围内具有唯一解。该式是一个关于 α 的超越方程, 尤其是 $\Gamma(\alpha)$ 的计算量较大, 在实际求解时比较困难, 为此只能近似求解。

为了求解式 (11) 不得不借鉴 Gamma 分布的最大似然估计方法。假设有 n 个样本 $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 符合 Gamma 分布, 采用最大似然方法进行参数估计, 可解得与式 (11) 相似的表达式

$$\log\alpha - \alpha(\log\Gamma(\alpha))/\partial\alpha = \log\left(\sum_{i=1}^n x_i/n\right) - \left(\sum_{i=1}^n \log(x_i)\right)/n \quad (12)$$

1958 年 Thom 在 Norland 的 Gamma 公式基础上, 推导出 Gamma 分布的最大似然估计公式^[15]:

$$\hat{\alpha} = (1 + \sqrt{1 + 4Y/3})/4Y \quad (13)$$

$$\hat{\beta} = \left(\sum_{i=1}^n x_i/n\right)/\hat{\alpha} \quad (14)$$

式 (13) 中的 $Y = \log\left(\sum_{i=1}^n x_i/n\right) - \left(\sum_{i=1}^n \log(x_i)\right)/n$ 。

但式 (13) 给出的解误差较大, Thom 也相应地给出了误差修订表。Shenton 和 Bowman 在 1969 年重新讨论了 Thom 的估计公式, 分析了其参数估计存在的偏差问题, 并进一步给出了校正系数 $(1 - 3n)^{-1}$ 。以上这些方法都不利于计算机求解问题。

Lawless 在 1982 给出了由最大似然方法求 Gamma 分布的经验近似公式^[16], 相对误差小于 0.0001, Lawless 公式为

$$\hat{\alpha} = (0.5000876 + 0.1648852Y - 0.0544274Y^2)/Y \quad 0 < Y \leq C$$

$$\hat{\alpha} = \frac{8.898919 + 9.059950Y + 0.9775373Y^2}{17.79728Y + 11.968477Y^2 + Y^3} \quad C < Y \leq 17 \quad (15)$$

只需令式 (15) 中的 Y 等于式 (11) 中的 $\log X_2 - X_1$, 即 $Y = \log X_2 - X_1$, 就可使用式 (15) 方便快速地解出式 (11)。然后令 $\hat{\beta} = X_2/\hat{\alpha}$, 解出另一个重要参数 $\hat{\beta}$ 。

一个值得注意的问题是: 式 (15) 的求解范围是 0 到 17, 当超出这个范围公式就不再有效。其实实际图像的 Y 值都是在 $[0.5, 1]$ 这个范围内变动, 一般不会超出这个范围, 因此完全可用式 (15) 求解式 (11)。

综上所述, 可得如图 1 所示的算法流程。

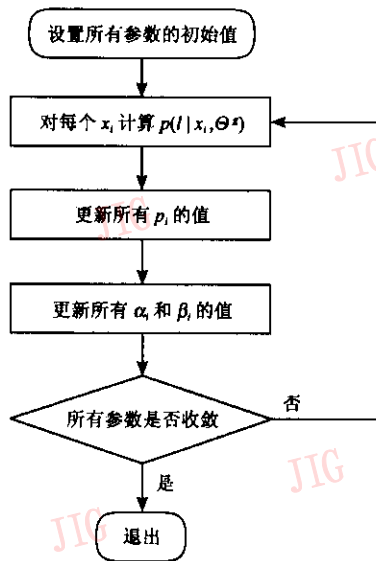


图 1 EM 算法流程图

Fig. 1 The float chart of EM algorithm

4 模型验证

为了证明上述模型的正确性和求解算法的有效性, 借鉴物理学上验证模型的方法: 先通过假设模型推导出一些现象, 如果这些现象与试验现象一致, 则可认为该模型正确, 反之则不正确。具体验证步骤为: 先用前文所提方法对测试图进行计算、分析后建立梯度分布模型, 然后选择有代表性的阈值推测分割结果图大致情况, 最后与实际分割图进行对比以验证假设模型是否正确。

首先对如图 2 所示无噪声图像进行分析, 按式 (1) 模型用以上 EM 算法求解出的混合分布参数。结果如图 3 所示, 将原来图中整体梯度分布(图中整体曲线所示)化分成 2 部分: 非边缘梯度分布和边缘梯度分布。从图 3 上可知当像素梯度平方大于 26 时, 边缘可能性大于非边缘可能性, 以它为阈值将保留较多的边缘, 但同时也会引入一些非边缘。当像素梯度平方大于 40 时, 边缘可能性几乎为 100%, 可认为都是边缘点, 以它为阈值将基本能保证所有结果都是真实边缘点。采用以上两个阈值对图像进行分割后的结果如图 4、图 5 所示。从图 4 可看到一些不是边缘的孤立点存在, 整体边缘保存较好, 与前面推测符合。图 5 上已看不到假边缘存在, 但是摄影师口袋和边角边缘已被丢失, 也与前面推测符合。

图 2 中不存在噪音污染, 应该适用于式 (1) 所

示模型,但是如果用式(2)所示模型对其进行分析,噪声部分会趋近为0。图6所示的采用式(2)所示模型对图1中图像进行分析的结果,可看到噪音曲线一直都在x轴附近,图像基本上还是两部分组成。



图 2 测试图像

Fig. 2 The experiment image



图 5 阈值为 40 的分割图

Fig. 5 The segment result under threshold 40

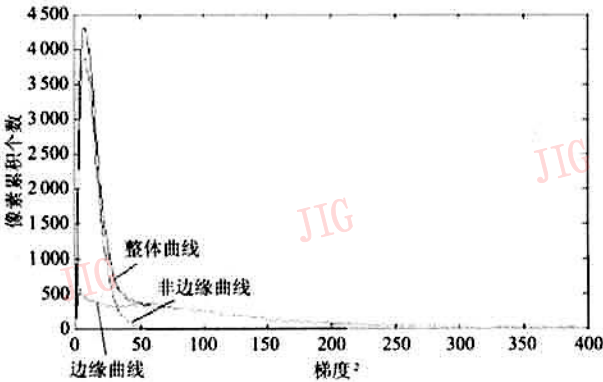


图 3 无噪声式(1)模型求解的梯度分布

Fig. 3 The gradient distribution solved by model(1) to non-noise image

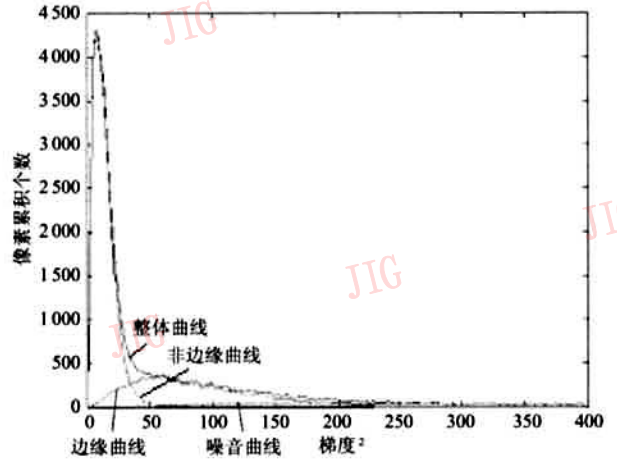


图 6 无噪声式(2)模型求解的梯度分布

Fig. 6 The gradient distribution solved by model(2) to non-noise image

图7为一张轻度噪音图像(用MATLAB的imnoise函数生成,高斯噪音,参数是0和0.005),用



图 4 阈值为 26 的分割图

Fig. 4 The segment result under threshold 26



图 7 轻噪声测试图像

Fig. 7 The experiment image with light noise

两部分模型分析可得图 8 所示结果图。从图中可以看出 :当像素梯度平方大于 250 时 ,该点是边缘的可能性大于是非边缘的可能性 ;当像素梯度平方大于 400 时 ,基本上只有少量非边缘点存在。采用以上两个阈值对图像进行分割后的结果如图 9、图 10 所示。从图 9 中可看到较多噪音点 ,但是真实边缘也保留较多 ,摄影师的轮廓较完整 ,而图 10 中基本上没有噪音点存在 ,但是边缘损失较大 ,摄影师的轮廓已有部分损失。在轻噪音情况下用三部分模型分析的结果如图 11 所示 ,其分析结果与图 8 基本上相似。

图 12 是一幅强噪音图像(用 MATLAB 的 imnoise 函数生成 ,高斯噪音、参数是 0 和 0.012) ,用两部分模型已不能准确描述图像梯度分布。从结果图 13 的三部分模型上可看到 3 个组成部分都占一



图 10 阈值为 350 的分割图

Fig. 10 The segment result under threshold 350

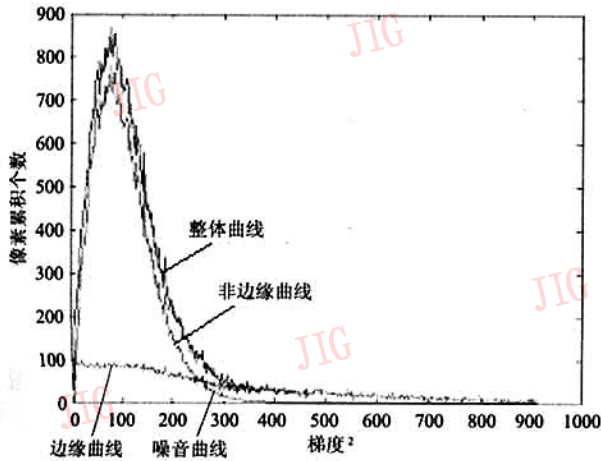


图 8 轻噪声式(1)模型求解的梯度分布

Fig. 8 The gradient distribution solved by model (1) to image with light-noise

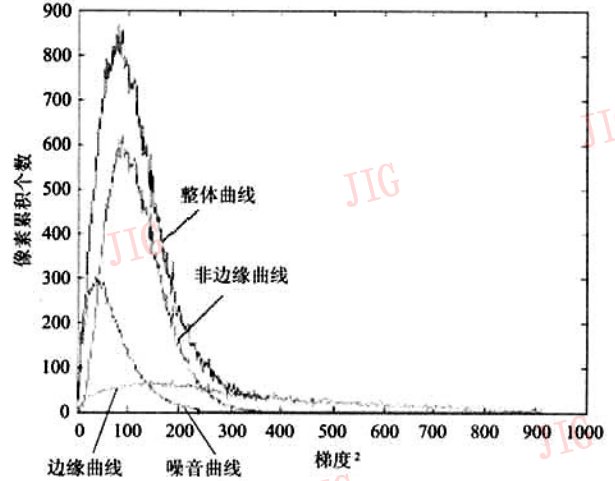


图 11 轻噪声式(2)模型求解的梯度分布

Fig. 11 The gradient distribution solved by model (2) to image with light-noise



图 9 阈值为 250 的分割图

Fig. 9 The segment result under threshold 250



图 12 强噪声测试图像

Fig. 12 The experiment image with heavy noise

定比例。图 13 的噪音部分比图 7 的分布要广,但是均值基本相同,这符合噪音生成时的性质(图 7 与图 12 的噪音均值都为 0,方差分别为 0.005 和 0.012),也就表明三部分模型对图像噪音描述较准确。选取 300 为阈值对图像分割可得结果如图 14 所示,图中有大量噪声点,真实轮廓也较明显。图 15 是阈值为 400 的分割图,只有少量孤立的噪声点存在,真实轮廓有一定损失。

在以上不同测试图、不同条件下由模型得到的推论,与实际实验结果进行对比后发现,模型中得出的推论与实际结果基本符合。由此可证明,本文所提的 Gamma 混合分布模型能在不同环境下较准确地描述图像梯度场的分布情况,与实际情况比较吻合。



图 15 阈值为 450 的分割图

Fig. 15 The segment result under threshold 450

5 模型评价

图像灰度分布在数学上看作是随机事件,其中每个像素的灰度都是一个事件样本,而像素梯度与领域范围内的灰度密切相关,因此图像梯度分布也可认为是随机事件。对于研究随机事件,最准确的莫过于获知其分布模型。本文所提梯度分布模型就是对梯度场分布研究的一种尝试,希望该模型能准确地描述图像梯度的分布规律,有助于改进一些图像处理方法。此新模型主要有以下几点特征:

(1) 可定量描述梯度与图像组成之间的关系。图像中一般包含许多边缘,边缘处的梯度通常比非边缘处大,也就是梯度大的像素是边缘的可能性较大,反之亦然。但这两种关系的不明确,造成在边缘点的判断上出现困难。通常对梯度场的分析仅限于梯度均值、峰值和偏差等一些常用分析方法,它们只能从整体上粗略地描述梯度场分布,不能精确说明梯度与图像内容之间的关系。但图像梯度场的数学模型却能直观明了地说明不同梯度值与边缘、非边缘和噪音之间的直接联系,同时也为边缘判断给出了科学依据。

(2) 有利于边缘检测算法的改进。边缘检测一直都是数字图像处理的热点领域,相关算法种类繁多,其中有一部分算法与梯度紧密相关。例如: Canny 算子中用高低阈值对梯度场进行分割预处理后进行边缘连接,边缘跟踪算法选取梯度高的点作为起点,再向下一步一步扩展以形成连续边缘。

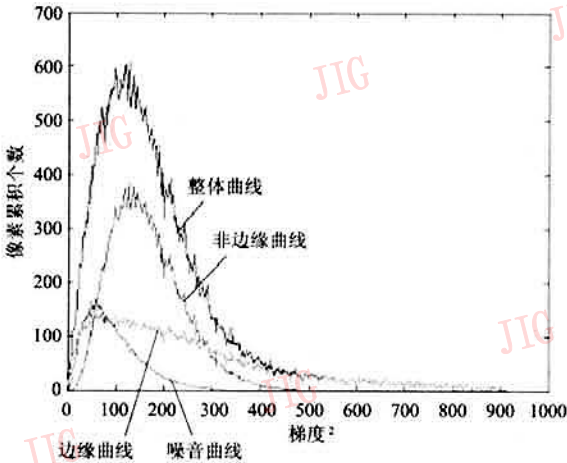


图 13 强噪声式(2)模型求解的梯度分布
Fig. 13 The gradient distribution solved by model (2) to image with heavy noise



图 14 阈值为 300 的分割图

Fig. 14 The segment result under threshold 300

Canny 算法中采用固定的高低阈值关系对梯度图像分割,造成算法在对一部分图像处理过程中出现较大误差,尤其是对噪声图像误差更为明显。Canny 算法中若采用本文中的梯度分布模型选取合适的高低阈值将提高算法自动化程度和准确度,减少计算量和时间。如果边缘追踪算法从一个错误起点开始,不论怎样扩展的结果都是假路径,算法的一个重要结束条件就是再找不到合适起点,所以这类算法对起点的要求很高^[5],本模型较准确地描述了边缘与梯度之间的关系,为起点的选择给出了重要依据,可减少错误路径的出现概率。

(3) 该模型可用于自动噪声识别和噪声测量。图像噪声在图像生成、传输、保存过程中都是不可避免的,但是图像噪声的大小、强弱等都是人为主观感觉,很难定量测量和计算。本文模型中考虑到噪音问题,将其作为图像中一个独立于边缘和非边缘的组成部分在数学公式中予以体现,提出三部分梯度模型说明三者关系。从以上不同试验中可看到模型中噪音部分也基本上反映图像噪音的强度和离散情况,分析其噪音部分梯度分布可得知图像噪音情况,为图像去噪滤波提供数据参考。

6 结 论

本文根据图像梯度场的分布特点,建立 Gamma 混合分布的梯度场数学模型,并给出了由 EM 算法推导出的模型求解计算公式,通过计算所得参数建立图像梯度分布模型。通过将实验结果图与推导结果进行比较发现,在多种不同测试噪声条件下由模型推导的假设与实际情况大致符合,故可认定图像梯度场的 Gamma 混合分布是一种符合实际情况的数学模型。该模型可定量描述梯度与图像组成之间的关系,还可以广泛应用于图像边缘检测算法的改进、自动噪声识别和噪声测量等。

参考文献 (References)

- 1 Canny J. A computational approach to edge detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6) : 679 ~ 698.
- 2 WANG ZHI, He Sai-xian. An adaptive edge-detection method based on Canny algorithm[J]. Journal of Image and Graphics, 2004,

- 9(8) : 957 ~ 962. [王植, 贺赛先. 一种基于 Canny 理论的自适应边缘检测方法[J]. 中国图象图形学报, 2004, 9(8) : 957 ~ 962.]
- 3 LIU Ping, CHEN Bin, RUAN Bo. Image thresholding segmentation based on edge information[J]. Computer Applications, 2004, 24(9) : 28 ~ 36. [刘平, 陈斌, 阮波. 基于边缘信息的图像阈值化分割方法[J]. 计算机应用, 2004, 24(9) : 28 ~ 36.]
- 4 SUN Wei, XIA Liang-zheng, PAN Hong. A new edge detection algorithm based on fuzzy partition[J]. Journal of Image and Graphics, 2004, 9(1) : 18 ~ 22. [孙伟, 夏良正, 潘泓. 一种基于模糊划分的边缘检测算法[J]. 中国图象图形学报, 2004, 9(1) : 18 ~ 22.]
- 5 Zhang Y J. Image Segmentation[M]. Beijing : Press of Science, 2001 : 47 ~ 48. [章毓晋著. 图像分割[M]. 北京 : 科学出版社, 2001 : 47 ~ 48.]
- 6 XIAO Zhi-tao, GUO Cheng-ming, HOU Zheng-xin, et al. Analysis on image feature detection algorithms[J]. Journal of Image and Graphics, 2004, 9(12) : 1414 ~ 1420. [肖志涛, 国澄明, 侯正信等. 图像特征检测算法的分析与研究[J]. 中国图象图形学报, 2004, 9(12) : 1414 ~ 1420.]
- 7 Tian Jie, Bao Shang-lian, Zhou Ming-quan. Medical Image Process and Analysis[M]. Beijing : Publish House of Electronics Industry, 2003 : 54 ~ 58. [田捷, 包尚联, 周明全著. 医学影像处理与分析[M]. 北京 : 电子工业出版社, 2003 : 54 ~ 58.]
- 8 Kapur J N, Wong A K C. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1985, 29(3) : 273 ~ 285.
- 9 Yao Zhen-sheng. The Base of Weather Statistics[M]. Beijing : Press of Science, 1984 : 112 ~ 115. [么枕生著. 气候统计学基础[M]. 北京 : 科学出版社, 1982 : 112 ~ 115.]
- 10 Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum-likelihood from incomplete data via the EM algorithm[J]. Journal of Royal Statistical Society(Series B), 1977, 39(1) : 1 ~ 38.
- 11 Redner R H Walker. Mixture densities, maximum likelihood and the EM algorithm[J]. SIAM Review, 1984, 26(2) : 195 ~ 239.
- 12 Jordan M I, Jacobs R A. Hierarchical mixtures of experts and the em algorithm[J]. Neural Computation, 1994, 6 : 181 ~ 214.
- 13 Chad Carson, Serge Belongie, Hayit Greenspan, et al. Blobworld : image segmentation using expectation-maximization and its application to image querying[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(8) : 1026 ~ 1038.
- 14 Wu C F J. On the convergence properties of the EM algorithm[J]. The Annals of Statistics, 1983, 11(1) : 95 ~ 103.
- 15 Thom H S. A note on Gamma distribution[J]. Monthly Weather Review, 1958, 86(4) : 117 ~ 122.
- 16 Lawless J F. Statistical Model and Methods for Like Time Data[M]. New York : John Wiley Sons, 1982.