

# 基于双窗口和极值压缩的自适应中值滤波

胡旺 李志蜀 黄奇

(四川大学计算机学院, 成都 610065)

**摘要** 为了提高中值滤波器的滤波性能和适应不同密度的椒盐脉冲噪声,从噪声检测的准确性、噪声滤除的有效性和滤波速度的实用性等3个方面分别对中值滤波方法加以改进,提出了一种基于双窗口和极值压缩的自适应中值滤波方法(DWECAMF)。该方法采用大窗口检测噪声和小窗口滤除噪声的滤波策略、压缩噪声滤除窗口内极大值和极小值策略以及自适应脉冲噪声滤除策略,以提高图像滤波性能,同时采用了移动滤波策略提高滤波速度以增强其实用性。实验表明,该方法在以上3个方面的性能都有极大提高,并且对不同密度的椒盐噪声都具有很好的滤波性能。

**关键词** 脉冲噪声 中值滤波 双窗口滤波 噪声检测 极值压缩 移动滤波

**中图分类号**: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2007)01-0043-08

## An Adaptive Median Filter Based on the Double Windows and Extremum-compressing

HU Wang, LI Zhi-shu, HUANG Qi

(School of Computer Science and Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065)

**Abstract** To improve the performances of median filter and enhance the adaptability for the diverse density pepper and salt noises an adaptive median filter, based on the double windows and extremum-compressing filtering (DWECAMF), is proposed for images corrupted with pepper and salt noises. The filter is improved from the standard median filter on the three standpoints: accurateness of noise detection, validity of noise removal and practicability of filtering speed. The method employs some strategies, such as using the large window for noise detection and the small window for noise removal, compressing the maximum and the minimum within the window for noise removal, and using the adaptive filter for impulsive noise removal to improve the performances of the filter, and the floating filter strategy to accelerate the filtering speed. The experimental results show that the filters' s three performances-mentioned above of the filter are all improved greatly. Meanwhile, the filtering performances of the filter are excellent for different noise densities, ranging from low densities, to high densities.

**Keywords** impulsive noise, median filter, double windows filtering, noise detection, extremum-compressing, floating filtering

## 1 引言

由于信号与噪声总是同时存在,因此保护信号和抑制噪声,即提高信噪比,一直是图像预处理的热点问题。虽然线性滤波器对高斯噪声的去除效果很好,但对椒盐噪声、脉冲噪声的滤除效果却一般,因

为它模糊了图像中的尖锐、不连续部分,为克服这一缺点,文献[1]提出了非线性滤波器。基于统计排序的中值滤波(median filter, MF)是当前应用最广泛的非线性抑噪方法之一,虽然其滤除脉冲噪声的效果较好,但中值滤波器有以下几个固有的缺陷:(1)去噪效果与滤波窗口大小和形状有关;(2)对所有像素采用统一的处理方法,这使得在改变噪声点

收稿日期:2005-09-02; 改回日期:2005-11-10

第一作者简介:胡旺(1974 - ),男。2002年获重庆大学硕士学位。现为四川大学博士研究生。主要研究方向为计算机应用技术。

E-mail: scuhuwang@126.com

像素值的同时,也改变了信号点的像素值;(3)在滤波过程中,噪声会在邻域内传播。当前,一些学者提出了许多中值滤波器的改进方法,如加权中值滤波(weighted median filter, WMF)<sup>[2]</sup>、中心加权滤波(center weighted median filter, CWMF)<sup>[3]</sup>、开关中值滤波(switch median filter, SMF)<sup>[4]</sup>、递进开关中值滤波(progressive switch median filter, PSMF)<sup>[5]</sup>、自适应中值滤波(adaptive median filter, AMF)<sup>[6]</sup>、极值中值滤波(extremum median filter, EMF)<sup>[7]</sup>、模糊加权中值滤波(fuzzy weighted median filter, FWMF)<sup>[8]</sup>等。尽管这些方法在改善中值滤波器的性能上做出了重要的贡献,但在实际使用中仍然需要进一步改进。虽然 SMF 在噪声密度较低时的去噪效果较好,但其性能随着输入图像信噪比的降低而逐渐接近标准中值滤波;PSMF 算法是循环操作,其不仅执行时间较长,而且需要经验参数;EMF 虽然在一定程度上可减少误差的累计传播,但细节模糊问题仍然存在;WMF 和 CWMF 通过加权,虽降低了细节的损失,但同时去噪性能也下降了;相比之下,AMF 具有较为优秀的滤波性能,但随噪声密度增加,滤波时间迅速增长,同时,滤波性能也下降较快。

为此,本文针对图像中常见的椒盐噪声,从噪声检测的准确性、噪声滤除的有效性和滤波速度的实用性等 3 个方面对中值滤波方法进行了改进,提出了一种基于双窗口和极值压缩的自适应中值滤波算法(double windows and extremum compress adaptive median filter, DWECAMF)。与其他改进的中值滤波方法一样,DWECAMF 也分为噪声检测和噪声滤除两个步骤。实验结果表明,DWECAMF 算法在以上 3 个方面的性能都有极大的提高,并且对不同噪声密度都具有很好的滤波性能。

## 2 双窗口滤波

### 2.1 噪声检测的准确性分析

标准中值滤波对所有像素值都用滤波窗口内的中值代替,而其改进方法只对检测出来的噪声点的像素值进行改变,那么其用改进方法检测出来的噪声点是否为真正的噪声点就是一个值得探讨的问题。

令  $N$  为图像中噪声点集合, $S$  为图像中的信号点集合,则图像  $I = S \cup N$ 。若用  $f(i, j)$  表示图像中任意一点  $(i, j)$  的像素值, $\hat{f}(i, j)$  表示对点  $(i, j)$  的

滤波结果,则  $f(i, j)$  与  $\hat{f}(i, j)$  具有以下 4 种可能性:

(1)  $f(i, j) \in N, \hat{f}(i, j) \in N$ ,即正确检测出噪声点,用  $N_{\text{noise}}$  表示该类点的集合;

(2)  $f(i, j) \in N, \hat{f}(i, j) \in S$ ,即没有检测出噪声点,用  $S_{\text{noise}}$  表示该类点的集合;

(3)  $f(i, j) \in S, \hat{f}(i, j) \in N$ ,即将信号点误判为噪声点,用  $N_{\text{signal}}$  表示该类点的集合;

(4)  $f(i, j) \in S, \hat{f}(i, j) \in S$ ,即能够正确识别信号点,用  $S_{\text{signal}}$  表示该类点的集合。

**定义 1** 噪声识别率为某滤波方法正确检测出的噪声点数与总噪声点数的比值,即

$$\xi = 100 \times \frac{\text{card}(N_{\text{noise}})}{\text{card}(N)} \quad (1)$$

[注:card( $X$ )表示集合  $X$  的元素个数]。

**定义 2** 噪声误检率为某滤波方法未检测出的噪声点数加上误判为噪声的点数与图像总像素数的比值,即

$$\zeta = 100 \times \frac{\text{card}(S_{\text{noise}}) + \text{card}(N_{\text{signal}})}{\text{card}(N) + \text{card}(S)} \quad (2)$$

在利用滤波算法进行噪声检测阶段,应该使  $\xi$  尽可能大,使  $\zeta$  尽可能小,以提高噪声检测的准确性。

### 2.2 双窗口滤波

在中值滤波算法及其各种改进算法中,有的算法采用固定大小的滤波窗口,而有的算法则采用从小逐级变大的滤波窗口来进行自适应滤波,但所有方法都是采用相同的窗口进行噪声检测和噪声滤除。这存在以下几个方面的问题:(1)用小滤波窗口去噪虽对图像的细节和边缘保持较好,但噪声滤除不彻底;而用大滤波窗口虽噪声滤除效果较好,但易造成图像细节模糊和扭曲;(2)滤波窗口大小的选择需依赖于图像中的噪声密度,这取决于人们对图像的先验知识;(3)由于排序是很费时的操作,对于每一像素,若采用滤波窗口从小而大的自适应滤波方法,则显著增加了计算时间。

基于以上分析,本文将噪声检测和噪声滤除的窗口进行分离,分别选用不同的窗口大小进行工作,它们分别叫做噪声检测窗口(window for noises detection)  $W_D$  (下角 D 代表 detection) 和噪声滤除窗口(window for noises removal)  $W_R$  (下角 R 代表 removal),二者的窗口中心重合(如图 1 所示)。

在具体的去噪过程中,可以采用相对较大的窗口(如  $7 \times 7$  或  $9 \times 9$ )来进行噪声检测,而采用相对

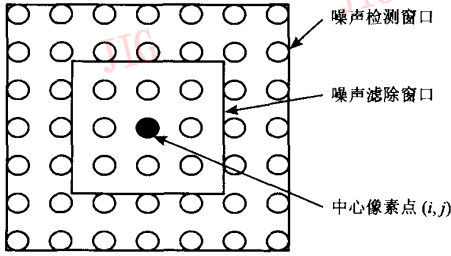


图 1 噪声检测窗口和噪声滤除窗口

Fig. 1 Noise detection window and removal window

较小的窗口(如  $3 \times 3$  或  $5 \times 5$ )进行噪声滤除。在滤除噪声时,可以从小窗口开始,自适应变化到噪声检测窗口的大小,以自适应不同密度的噪声,且这种自适应变化窗口大小的方法不会显著增加计算时间,因其只对检测出的噪声点,而不是对所有的像素进行操作。

实践表明,这种采用两个不同的窗口来进行噪声检测和噪声消除的方法可以提高噪声检测的准确性和提高滤波后信号的保真性。

2.2.1 提高噪声检测的准确性

**命题 1** 如果中心像素点  $(i, j)$  是大窗口  $W_D$  中的噪声点,那么  $(i, j)$  肯定也是小窗口  $W_R$  中的噪声点(两个窗口的中心像素点重合)。

证明:(1)最大值噪声情况,即盐粒噪声。

令大窗口  $W_D$  的大小为  $N \times N$ ,其像素集合为  $A = \{f(i, j)\}_{w_D}$  [注:  $\{f(i, j)\}_{w_D}$  表示以  $(i, j)$  为中心点的窗口  $W_D$  内所有像素值的集合],小窗口  $W_R$  的大小为  $M \times M$ ,其像素集合为  $B = \{f(i, j)\}_{w_R}$ ,则  $B \subseteq A$ 。令  $C = A - B$ ,则

$$\max(A) = \max(B \cup C) = \max[\max(B), \max(C)] \geq \max(B) \tag{3}$$

即大窗口中像素的最大值不小于小窗口中像素的最大值。

(2)最小值噪声情形,即胡椒噪声。

同理,

$$\min(A) = \min(B \cup C) = \min[\min(B), \min(C)] \leq \min(B) \tag{4}$$

即大窗口中像素的最小值不大于小窗口中像素的最小值。

证毕。

命题 1 的逆命题则不成立,即如果中心像素点  $(i, j)$  是小窗口中的噪声点,那么  $(i, j)$  不一定是大窗口中的噪声点。命题 1 确保了噪声检测中  $f(i, j) \in N$ ,

$\hat{f}(i, j) \in N$  的情况,即保证能充分检测出噪声点,同时能尽可能地避免  $f(i, j) \in S, \hat{f}(i, j) \in N$  的情况,即将信号误判为噪声的情况,因为用小窗口检测噪声时容易将极值信号误判为噪声。如果大窗口的大小合适,而不至于很大时,则很少出现  $f(i, j) \in N, \hat{f}(i, j) \in S$  的情况,尤其是针对脉冲型的椒盐噪声时。

以上是采用相对较大的窗口作为噪声检测的理论根据和好处,在后面的实验中,采用  $\xi$  作为指标来验证该方法的性能。

噪声检测窗口的大小  $N_{w_D}$  可以按照如下公式确定:  $N_{w_D} \geq \lceil \lceil \sqrt{2/\eta} \rceil \rceil$ , 其中,  $\eta$  表示图像中的噪声密度;  $\lceil \lceil x \rceil \rceil$  表示不小于  $x$  的最小奇整数,如  $\lceil \lceil \sqrt{\frac{2}{0.03}} \rceil \rceil = \lceil \lceil 8.16 \rceil \rceil = 9$ 。在实际滤波时,采用  $9 \times 9$  的检测窗口(对大于 3% 的椒盐噪声),或者  $7 \times 7$  的检测窗口(对大于 5% 的椒盐噪声)就已经足够了。

2.2.2 提高滤波后信号的保真性

由于图像平滑过程总是要以一定的细节模糊为代价,因此在经过检测窗口判断  $f(i, j) \in N$  后,应该尽量寻找替代  $f(i, j)$  的最佳值以减少细节模糊。由于图像中的信号点与相邻像素具有高度相关性,而噪声点的像素值则表现为孤立点,并且从直观上理解,距离越近,两像素的相关性越强,距离越远,相关性越弱,因此,应该尽可能地在与  $f(i, j)$  相距最近的相邻像素中获得替代值。

**命题 2** 对于以  $(i, j)$  为中心像素点的小窗口  $W_R$  和大窗口  $W_D$ ,其小窗口内的中值比大窗口内的中值更加逼近真实信号。

证明:令  $x(n)$  为输入序列,而各样点为独立的随机变量,且具有相同的概率分布函数  $P(x)$ 。令中值滤波的窗口宽度为  $w$ ,则由  $n$  个元素构成的输出序列  $y$  的概率密度函数<sup>[9]</sup>为

$$p_y(x) = w \left( \frac{w-1}{w+1} \right) [P(x)]^{\frac{w-1}{2}} [1-P(x)]^{\frac{w-1}{2}} p(x) \tag{5}$$

其中,  $p(x)$  为由  $n$  个元素构成的输入序列  $x$  的概率密度函数,  $\binom{m}{n}$  表示从  $m$  个元素中取  $n$  个元素的组合数,文献 [9] 已经证明上式的方差为  $\sigma_m^2 = \frac{1}{4wf^2(a)}$ , 其中,常数  $a$  满足  $F(a) = 1/2$ 。

在 2 维图像中,令由  $W_D$  和  $W_R$  内像素组成的序列的长度分别为  $L_{w_D}$  和  $L_{w_R}$ ,显然因  $L_{w_D} > L_{w_R}$ ,故  $\sigma_{m,w_D}^2 < \sigma_{m,w_R}^2$ ,即随着滤波窗口长度  $L$  的增大,由于中值滤波器的输出序列的方差减小,从而导致丢失更多细节和边缘信息,也使图像变得更加平滑和模糊。可见,采用小窗口比大窗口可提高了滤波后信号的保真性。

证毕。

### 3 极值压缩滤波

由于中值滤波器只对滤波窗口内噪声点数小于  $\frac{n-1}{2}$  ( $n$  为滤波窗口内像素的点数) 时才有效,因此随着噪声密度的增加,必须增大滤波窗口。但通过上一节的分析可知,在增大滤波窗口的同时,也增加了图像的模糊和扭曲。为了解决这一矛盾,本文提出压缩滤波窗口内极值的方法,即先将 2 维滤波窗口内的所有像素  $\{f(i, j)\}_{w_r}$  变换为 1 维数据序列,并将其排序,然后对其中具有多个相同(或阈值控制范围内相似)的极小值或极大值进行压缩,只保留一个极小值或极大值。具体算法如下:

```
CompressMinMax(Array2D, Theta)
{
// 函数功能:消除在 Theta 阈值控制范围内的重复的极小值和极大值
Array1D = Reshape(Array2D, 1, Rows * Cols); // 将 2 维数组
// 转换为 1 维数组
Array1D = Sort(Array1D); // 对 1 维数组进行排序
for (i = 2 to Length(Array1D) - 1)
{
if (Array1D[i] ≤ Array1D[1] + Theta
or Array1D[i] ≥ Array1D[Length(Array1D)] - Theta)
Array1D[i] = Array1D[i + 1];
}
return Array1D;
}
```

例如,对 Lena 图像当加入 60% 的人工噪声后,以 (150, 150) 为中心像素,噪声滤除窗口大小为  $3 \times 3$ ,则该窗口内的像素值矩阵为

$$\{f(150, 150)\}_{w_r} = \begin{bmatrix} 255 & 255 & 255 \\ 92 & 255 & 255 \\ 90 & 87 & 86 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中值  $\text{median}(\{f(150, 150)\}_{w_r}) = 255$ ,显然,由于

此时的噪声点数多于  $\frac{n-1}{2} = \frac{9-1}{2} = 4$ ,从而造成中值滤波方法失效。经过极值压缩函数后,

$$A = \text{CompressMinMax}(\{f(150, 150)\}_{w_r}, 0) = \{86 \ 87 \ 90 \ 92 \ 255\} \quad (7)$$

此时  $\text{median}(A) = 90$ ,中值滤波器能够正常工作。

由上例可知,当图像中存在噪声团块,或者滤波窗口内噪声点数较多时,采用滤波窗口内的压缩极值方法是很必要的。因该方法具有如下好处:(1)当噪声密度较大时,不需要增大中值滤波器窗口的大小;(2)由上节分析可知,小的噪声滤除窗口可以保留更多的图像边缘和细节信息;(3)对极值压缩后的数据序列取中值,相当于只对窗口内的图像信号点取中值,这就排除了噪声点对中值位置的影响,也避免了噪声的累计传播;(4)中值滤波需要对窗口 ( $N \times N$ ) 内的像素值进行排序操作,该算法复杂度为  $O(N^4)$ ,由于极值压缩方法可以减小噪声滤除窗口的大小,因此,该方法可以提高滤波速度。

那么,极值压缩方法在什么情况下会失效呢?由于当滤波窗口经过  $A = \text{CompressMinMax}(\{f(i, j)\}_{w_r}, 0)$  操作之后,若  $l(A) \leq 2$  (注: $l(\cdot)$  表示求数组的长度) 时,则表明该窗口内只由极小值和极大值构成,显然,这时对  $A$  求中值就失去意义,因此,当  $l(A) \leq 2$  时,极值压缩方法会失效,此时,应该增大噪声滤除窗口的大小。由于这种增加噪声滤除窗口大小的判断很适合程序自动进行,因此,极值压缩方法很容易实现噪声滤除窗口大小的自适应变化。通常情况下,噪声滤除窗口的大小变化范围为  $[3, N_{w_0}]$ 。

### 4 自适应脉冲噪声滤波

根据窗口内的极值来判别噪声,可能会导致出现将信号点误判为噪声点的情况,即  $f(i, j) \in S$ ,  $\hat{f}(i, j) \in N$ 。这时,在噪声滤除阶段将会对  $f(i, j)$  进行修正,即  $f(i, j) = \text{median}(\text{CompressMinMax}(\{f(i, j)\}_{w_r}, 0))$ 。显然,这是将信号点修改为噪声点时不可绝对避免的情况。那么在噪声滤除阶段如何减小这种情况造成的影响呢?为此,本文提出自适应脉冲噪声滤除方法。

**定义 3** 图像中任一点  $(i, j)$  的  $\alpha$  均值(记为  $\overline{f_{i,j}^\alpha}$ ) 定义为在噪声滤除窗口  $W_r$  内的像素集合  $\{f(i, j)\}_{w_r}$  经过极值压缩后,再去掉极大值和极小值后剩余像素值的平均值,即

$$\overline{f_{i,j}^\alpha} = \text{mean}(\text{RemovalMinMax}(\text{Compressminmax}(W_R[f(i,j)], 0))) \quad (8)$$

其中, RemovalMinMax(·) 表示去除集合中的最小值和最大值的函数。

像素点  $(i, j)$  的  $\alpha$  均值  $\overline{f_{i,j}^\alpha}$  与普通均值  $\overline{f_{i,j}} = \text{mean}(\{f(i, j)\}_{w_R})$  的区别在于:  $\overline{f_{i,j}^\alpha}$  屏蔽了噪声去除窗口内的噪声密度和噪声极值对平均值的影响。

令  $\Delta f_{i,j} = f(i, j) - \overline{f_{i,j}^\alpha}$ , 则根据信号点与相邻像素点的相关性可知,  $\Delta f_{i,j}$  越大,  $(i, j)$  是噪声点的可能性越大, 此时需要对  $(i, j)$  进行噪声滤除;  $\Delta f_{i,j}$  越小,  $(i, j)$  是信号点的可能性越小, 此时不应该对  $(i, j)$  进行修改, 可以设计一种改进的中值滤波算法, 称为自适应脉冲噪声滤波器 (adaptive impulse noise filter, AIF), 使得滤波后的像素值  $\hat{f}(i, j)$  很平稳地介于  $f(i, j)$  与其滤波窗口的中值之间, 即

$$\hat{f}(i, j) = \text{median}(\{f(i, j)\}_{w_R}) + k \times (f(i, j) - \text{median}(\{f(i, j)\}_{w_R})) \quad (9)$$

其中,  $\text{median}(\{f(i, j)\}_{w_R})$  表示以  $(i, j)$  为中心的滤波窗口内所有像素的中值;

$$k = 1 - \text{logsig}\left\{-5 + \frac{5 - (-5)}{7} \times [\text{lb}(1 + \Delta f_{i,j})]\right\} \quad (10)$$

其中,  $k \in [0, 1]$ ,  $\text{logsig}(\cdot)$  表示对数 S 型 (Sigmoid) 传递函数。依据人眼视觉的对数特性, 可先将噪声化程度  $\Delta f_{i,j} \in [0, 255]$  变换为  $a = \text{lb}(1 + \Delta f_{i,j}) \in [0, 8]$ , 然后根据  $\text{logsig}(\cdot)$  函数的定义域, 再将  $a \in [0, 8]$  按照线性关系映射到  $a \in [-5, 5]$  上。

$k$  随  $\Delta f_{i,j}$  变化的关系曲线如图 2 所示。当  $\Delta f_{i,j}$  很大时,  $k$  接近于 0, 此时  $\hat{f}(i, j) = \text{median}(\{f(i, j)\}_{w_R})$  退化为中值滤波器; 当  $\Delta f_{i,j}$  很小时,  $k$  接近于 1, 则  $\hat{f}(i, j) = f(i, j)$ , 即当噪声化程度很小时, 像素保持原值, 此时相当于最大(小)值滤波器。因此, 自适应脉冲噪声滤波器可以挽救在噪声检测阶段犯下

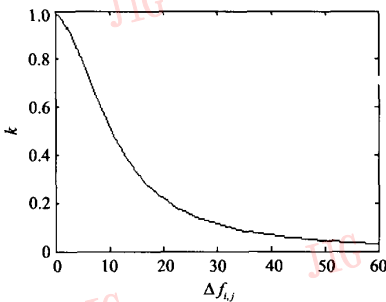


图 2  $k$  与  $\Delta f_{i,j}$  的变化曲线

Fig. 2 Relationship curve for  $k$  and  $\Delta f_{i,j}$

的错误 (只能针对  $f(i, j) \in S, \hat{f}(i, j) \in N$  的错误)。

## 5 移动滤波

移动滤波的目的不是提高滤波质量, 而是为了提高滤波计算速度, 以便使滤波算法能够满足实时性要求而得到实际应用。

移动滤波过程如图 3 所示, 图中实线框表示当前滤波位置是由区域  $A \cup B$  组成; 虚线框表示下一滤波位置是由  $B \cup C$  组成。

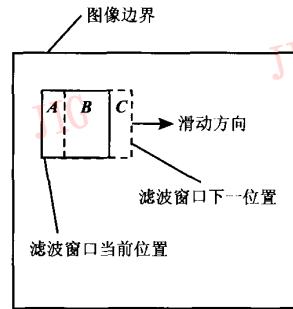


图 3 移动滤波

Fig. 3 Floating filtering

### (1) 噪声检测阶段

在噪声检测阶段, 由于噪声检测只需比较中心像素值  $f(i, j)$  与  $W_D$  中极大值和极小值的大小, 因此, 可以利用检测窗口当前位置和下一位置所包含像素集合的关系来获得快速比较方法。

**命题 3** 如果已知集合  $A, C$  和  $A \cup B$  的极值, 那么集合  $B \cup C$  的极值必为前三者之一。

证明: ①极大值情况。

如果  $\max(C) \geq \max(A \cup B)$ , 则  $\max(B \cup C) = \max(C)$ ;

否则, 如果  $\max(A) = \max(A \cup B)$ , 则  $\max(B \cup C) = \max(A)$ ;

否则  $\max(B \cup C) = \max(A \cup B)$ 。

②极小值情况, 同理可证。

证毕。

由于命题 3 确保了通过集合之间的关系可以计算出噪声检测所需要的极值, 而不需要直接对集合进行求极值的比较运算, 因此可以大大提高噪声检测的速度。

在图 3 中, 由于  $\max(A)$  和  $\max(A \cup B)$  可以从上一噪声检测位置获得, 从而每滑动一次噪声检测

窗口,只需要计算一次  $\max(C)$ 。当噪声检测窗口滑动到最右端时,它的下一噪声检测窗口需要重新计算  $\max(A)$  和  $\max(A \cup B)$ 。因此,从理论上分析,假设噪声检测窗口大小为  $N \times N$ ,图像大小为  $R \times R$ ,那么直接计算噪声检测窗口内的极值需要  $R^2 \times N^2$  次比较运算,而采用移动滤波则只需要  $R \times N^2 + R \times (R-1) \times N$  次运算。

## (2) 噪声滤除阶段

由于噪声滤除阶段需要先对噪声滤除窗口内的所有像素值进行费时的排序操作,因此利用前一次排序的结果可以大幅减少排序运算量。

在图 3 中,当噪声滤除窗口滑动到虚线位置时,区域  $A$  应该从已经排序的区域  $A \cup B$  中退出,而区域  $C$  则应该插入到已经排序的区域  $B$  中,即形成区域  $B \cup C$ 。如果  $A \cap C \neq \emptyset$ ,那么还可以进一步减少像素退出和进入的次数。

假设集合可以包含重复元素,则对其进行运算时,可用  $\oplus$  表示不消除重复元素的集合合并运算符,可用  $\ominus$  表示不消除重复元素的集合相减运算符,用  $\otimes$  表示不消除重复元素的集合交集运算符。这些符号的运算规律也满足普通集合的交换律和分配律。

例如  $P = \{1, 2, 2, 4\}$ ,  $Q = \{2, 3, 4\}$ ,  $R = \{1, 2, 2, 3, 3, 4, 4\}$ , 则  $P \oplus Q = \{1, 2, 2, 2, 3, 4, 4\}$ ,  $R \ominus P = \{3, 3, 4\}$ ,  $P \otimes R = \{2, 2, 4\}$ 。

**命题 4** 已知可重复元素的集合  $A$ 、 $C$  和  $A \oplus B$ , 则集合  $B \oplus C$  可以表示为  $(A \oplus B) \ominus [A \ominus (A \otimes C)] \oplus [C \ominus (A \otimes C)]$ 。

证明:根据集合运算符的含义和运算律,可知  $A \oplus B \ominus A = B$ , 故

$$\begin{aligned} B \oplus C &= (A \oplus B) \ominus A \oplus C \\ &= (A \oplus B) \ominus A \oplus C \oplus (A \otimes C) \ominus (A \otimes C) \\ &= (A \oplus B) \ominus [A \ominus (A \otimes C)] \oplus [C \ominus (A \otimes C)] \end{aligned}$$

证毕。

将普通集合运算推广到可重复元素的集合运算,主要是为了保持集合元素的总个数不变,以便使集合的中值位置不发生偏移。

在命题 4 中,集合  $A \oplus B$  可由上次滤波排序操作的结果得到,集合  $A \ominus (A \otimes C)$  为区域  $A$  中应该退出的像素集合,集合  $C \ominus (A \otimes C)$  为区域  $C$  中应该加入的像素集合。后两个集合在执行求差和合并运算时可以采用折半查找方法来减少运算量。

从理论上分析,假设噪声滤除窗口大小为  $M \times$

$M$ , 图像大小为  $R \times R$ ,则在滤波过程中直接排序的运算量为  $R^2 \times M^4$ ,而采用移动滤波方法的排序运算量在最坏情况下(即  $A \otimes C = \emptyset$ )为  $R \times M^4 + R \times (R-1) \times 2 \times M \times \text{lb}(M)$ 。

## 6 实验结果及分析

为验证本文算法效果,在 Matlab7.0 上,采用  $256 \times 256$  大小的 Lena 经典测试图像对本文算法进行了仿真实验。实验时,人工选取椒盐脉冲噪声的密度变化范围从 5% 到 95% (间隔为 5%),以测试本文滤波方法对不同密度噪声的滤波性能。由于文献[10]对自适应中值滤波的改进方法进行了比较分析,而自适应中值滤波算法<sup>[6]</sup>又比大多数的中值滤波改进算法具有更好的滤波性能,所以本文选用  $3 \times 3$  标准中值滤波 ( $3 \times 3MF$ )、 $5 \times 5$  标准中值滤波 ( $5 \times 5MF$ )、AMF 等作为实验比较滤波方法,实验结果如图 4、图 5 所示。

对于图像滤波效果的评价采用主观评价和客观评价两种标准。从图 5 可以看出,采用本文方法滤波结果的主观视觉效果明显优于其他方法。对于加入中等密度噪声 (30%) 的 Lena 图像 (图 5(b)) 滤波后的图像如图 5(e) 所示,其视觉效果几乎接近原始图像 (图 5(a)); 加入高密度噪声 70% 的 Lena 图像 (图 5(f)) 滤波后的结果如图 5(i) 所示,由该图可见,仍然具有很好的视觉效果。由此就可以从主观视觉效果上看出本文滤波方法的有效性。

本文采用的客观评价指标为均方误差 (mean square error, MSE)、峰值信噪比 (peak signal noise ratio, PSNR) 和提高了的信噪比 (the Improvement in SNR, ISNR), 其定义如下:

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \times \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [f(i, j) - \hat{f}(i, j)]^2 \quad (11)$$

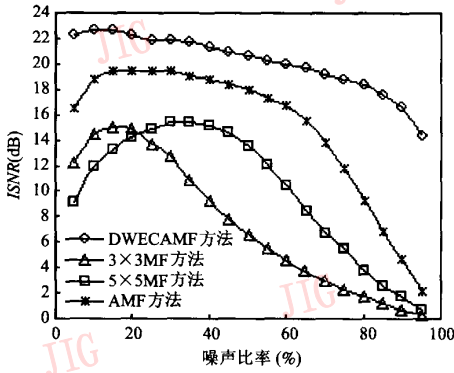
$$PSNR = 10 \lg \left\{ \frac{[\max[\max(f(i, j)), \max(\hat{f}(i, j))]]^2}{MSE} \right\} \quad (12)$$

$$ISNR = 10 \lg \left\{ \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [f(i, j) - \tilde{f}(i, j)]^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [f(i, j) - \hat{f}(i, j)]^2} \right\} \quad (13)$$

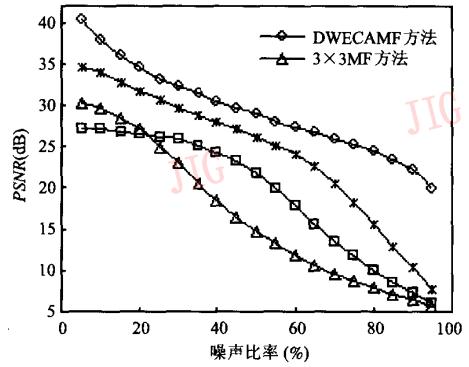
式中,  $f(i, j)$  和  $\tilde{f}(i, j)$  分别表示原始图像和降质图像的像素值,  $\hat{f}(i, j)$  表示恢复 (滤波) 后的图像的像素值。

从图 4 可以得出如下结论:

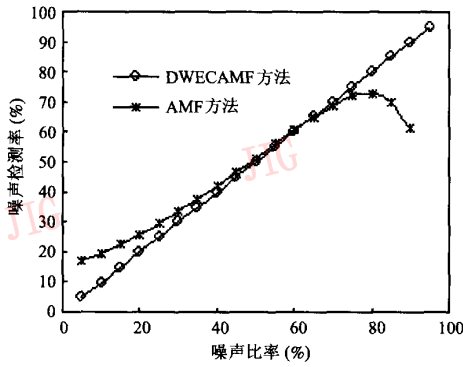
(1) 本文方法 (DWECAMF) 的噪声识别率  $\xi$  在



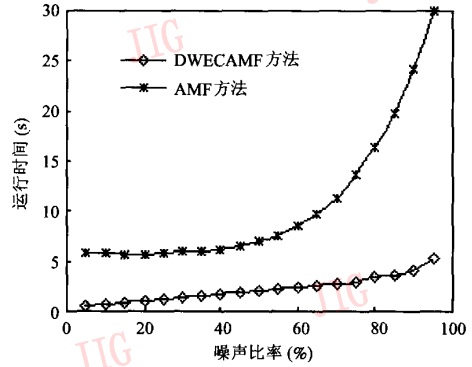
(a) 不同滤波方法的 ISNR



(b) 不同滤波方法的 PSNR



(c) 不同滤波方法的噪声识别率



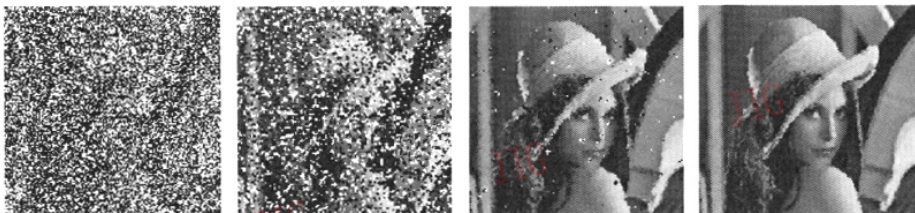
(d) 不同滤波方法的运行时间

图 4 不同滤波方法的性能比较

Fig. 4 Performance comparisons of some filters



(a) 原始 Lena 图像 (b) 加入 30% 椒盐噪声的 Lena 图像 (c) SMF 方法对图 5(b) 的滤波结果 (d) AMF 方法对图 5(b) 的滤波结果 (e) 本文方法对图 5(b) 的滤波结果



(f) 加入 70% 椒盐噪声的 Lena 图像 (g) SMF 方法对图 5(f) 的滤波结果 (h) AMF 方法对图 5(f) 的滤波结果 (i) 本文方法对图 5(f) 的滤波结果

图 5 各种滤波方法对加入椒盐噪声的 Lena 图像滤波效果比较

Fig. 5 Efficiency of some filters for Lena image with salt & pepper noises

98.93% 到 99.94% 之间,明显优于 AMF 方法(如图 4(a)所示)。这主要是由于 DWECAMF 方法采用了噪声检测窗口与噪声滤除窗口相分离的双窗口滤波方法,使得在噪声检测阶段可以采用大窗口(本实验中采用  $9 \times 9$ )所致。

(2) DWECAMF 方法在 ISNR 和 PSNR 指标上明显优于其他滤波方法滤噪效果(如图 4(a)和图 4(b)所示),其中用 DWECAMF 方法滤除噪声后的图像的 ISNR 最高可达 22.7dB(噪声密度为 15% 时)。这主要是由于 DWECAMF 方法采用了大窗口来检测噪声和用小窗口滤除噪声以及采用了压缩滤波窗口内的极值和自适应脉冲噪声滤波等策略改进了中值滤波器性能的缘故。

(3) DWECAMF 方法由于采用了移动滤波方法,使得噪声检测和噪声滤除的计算时间急剧减少(如图 4(d)所示)。如果采用 C 语言或硬件滤波,则计算速度还能进一步提高,因此完全能够满足实时图像处理要求。

## 7 结 论

本文提出了一种基于双窗口和极值压缩的自适应中值滤波算法。DWECAMF 方法采用了大窗口检测噪声和用小窗口滤除噪声以及压缩滤波窗口内的极值和自适应脉冲噪声滤波等策略来改进中值滤波器的性能,同时采用移动滤波提高滤波速度,以增强其实用性。实验结果表明,DWECAMF 在噪声检测的准确性、噪声滤除的有效性和滤波速度的实用性 3 个方面均获得了很好的效果,并且对不同噪声密度的图像均能很好地滤除噪声。

### 参考文献 (References)

- 1 Pitas I, Venetsanopou A N. Nonlinear digital filters: principles and application[M]. Norwell, MA, USA: Kluwer, 1990.
- 2 Brownrigg D. The weighted median filter[J]. Communication Association. Computer Machine, 1984, 27(8):807 ~ 818.
- 3 Kos J, Neuvo Y. Center weighted median filter and their applications to image enhancement[J]. IEEE Transactions on Circuits and System, 1991, 38(1):984 ~ 993.
- 4 Sun T, Neuvo Y. Detail-preserving median based filters in image processing[J]. Pattern Recognition Letters, 1994, 15(4):341 ~ 347.
- 5 Wang Zhou, Zhang David. Progressive switching median filter for the removal of impulse noise from highly corrupted images[J]. IEEE Transactions on Circuits and System-II: Analog and Digital Signal Processing, 1999, CAS-II, 46(1):78 ~ 80.
- 6 Gonzalez R C, Woods R E. Digital Image Processing (Second Edition)[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003. [Gonzalez R C, Woods R E 著. 阮秋琦, 阮宇智等译. 数字图像处理(第二版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.]
- 7 Xing Cang-ju, Wang Shou-jue, Deng Hao-jiang, et al. A new filtering algorithm based on extremum and median value[J]. Journal of Image and Graphics, 2001, 6A(6):533 ~ 536. [邢藏菊, 王守觉, 邓浩江等. 一种基于极值中值的新型滤波算法[J]. 中国图象图形学报, 2001, 6A(5):533 ~ 536.]
- 8 Eng How-lung, Ma Kai-kuang. Noise adaptive soft-switching median filter[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2):242 ~ 251.
- 9 Wang Xin, Wang De-jun. Filtering for Discrete Signal[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002. [王欣, 王德隼. 离散信号的滤波[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.]
- 10 Dong Ji-yang, Zhang Jun-ying. A nonlinear algorithm for the removal of salt and pepper noise from highly corrupted images[J]. Journal of Optoelectronics. Laser, 2003, 12(14):1336 ~ 1339. [董继扬, 张军英. 严重椒盐噪声污染图像的非线性滤波算法[J]. 光电子激光, 2003, 14(12):1336 ~ 1339.]